



Exercice 1 : 4 points

À la suite de plusieurs campagnes de vaccination réalisées dans un village du Cameroun, les études ont révélé que la probabilité pour qu'un enfant de moins de 5 ans soit atteint de poliomyélite est de 0,05. On choisit au hasard un enfant de moins de 5 ans de ce village.

- 1° Quelle est la probabilité pour que cet enfant ne soit pas atteint de poliomyélite? **0,5 pt**
- 2° On a effectué un contrôle sur 8 enfants âgés de moins de 5 ans dans ce village.
Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
- A : « aucun enfant n'est atteint de poliomyélite » **1 pt**
- B : « trois enfants exactement sont atteints de poliomyélite » **1 pt**
- C : « au moins quatre enfants sont atteints de poliomyélite » **1,5 pt**

Exercice 2 : 5 points

Soit $\mathcal{P}$ un plan affine muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. À tout nombre complexe $z \neq -i$, on associe $f(z) = \frac{iz}{z+i}$. On note M le point d'affixe $z = x + iy$ où x et y sont des nombres réels.

- 1° Déterminer l'affixe z_0 du point B tel que $f(z_0) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$. **0,75 pt**
- 2° On note r le module de $z + i$ et α son argument principal. Écrire en fonction de r et α une forme trigonométrique de $f(z) - i$. **0,75 pt**
- 3° Soit A le point d'affixe $-i$.
- a) Déterminer l'ensemble $(\mathcal{C})$ des points M d'affixe z vérifiant l'égalité : $|f(z) - i| = 1$. **1 pt**
- b) Montrer que la droite (T) d'équation $\sqrt{3}x - y - 3 = 0$ est tangente à $(\mathcal{C})$ en B. **1 pt**
- 4° Construire A, B, (T) et $(\mathcal{C})$. **1,5 pt**

Problème : 11 points

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{x^2 - 3x + 3}$ et (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- 1° Donner le domaine de définition de f et les limites de $f(x)$ lorsque x tend vers l'infini. **1 pt**
- 2° Calculer $f'(x)$ pour tout réel x et dresser le tableau de variations de f . **1,5 pt**
- 3° Calculer $f(x) - 2$ et en déduire la position de la courbe (Γ) par rapport à son asymptote horizontale. **0,5 pt**
- 4° Donner les équations des tangentes à la courbe (Γ) aux points d'abscisses respectives 0 et 2. **1 pt**
- 5° Tracer les tangentes précédentes et la courbe (Γ) . **2 pts**
- 6° Montrer que la restriction g de f à $[3, +\infty[$ est une bijection de cet intervalle sur un intervalle J que l'on déterminera. Tracer dans le même repère la courbe représentative de g^{-1} . **1,5 pt**
- 7° Soit λ un nombre réel strictement supérieur à 3. On appelle $A(\lambda)$ l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (Γ) et la droite d'équation $y = 2$, d'une part, les droites d'équations $x = 3$ et $x = \lambda$, d'autre part.
- a) Montrer que $A(\lambda) = \int_3^\lambda \frac{3x - 6}{x^2 - 3x + 3} dx$. **0,5 pt**
- b) Montrer que pour tout $x \geq 3$, on a : $2x - 3 \leq 3x - 6$.

En déduire que $\int_3^\lambda \frac{2x-3}{x^2-3x+3} dx \leq A(\lambda)$.

1 pt

c) Quelle est la limite de $A(\lambda)$ quand λ tend vers $+\infty$.

0,5 pt

8° On considère la suite (u_n) définie par : u_0 réel donné et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = f(u_n)$.

a) Pour $u_0 = 2$, montrer que la suite est constante.

0,25 pt

b) On donne u_0 tel que $2 < u_0 < 3$:

- Montrer que pour tout n , on a $2 < u_n < 3$.

0,5 pt

- Montrer que la suite (u_n) est croissante.

0,5 pt

- Que peut-on en déduire sur la suite (u_n) ?

0,25 pt