



Exercice 1 : (4,5 points)

Le tableau ci-dessous présente la taille x (en centimètres) et la pointure y de chaussures (en centimètres) de dix élèves choisis au hasard dans une classe de Terminale D.

x	150	159	158	160	165	168	170	172	175	171
y	40	41	43	43	42	44	44	44,5	44,5	44

- Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points de cette série statistique. [1 pt]
- En prenant la covariance de la série (x, y) égale à 9,6 ; pour écart-types marginaux σ_x et σ_y respectivement égaux 7,4 et 1,4 ;
calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série (x, y) . [0,5 pt]
 - Utiliser la méthode des moindres carrés pour donner une équation cartésienne de l'ajustement linéaire de y en x . [0,5 pt]
 - En déduire, au centième près, la pointure d'un élève de cette classe dont la taille est de 163 cm, dans le cas où le comportement général est proche de celui de l'échantillon choisi. [0,5 pt]
- On choisit au hasard et simultanément six élèves parmi les dix élèves sélectionnés. Calculer la probabilité d'avoir exactement trois élèves dont la pointure est d'au moins de 44 cm. [1 pt]
 - Calculer la probabilité de l'événement : « La taille est supérieure ou égale à 160 cm sachant que la pointure est inférieure ou égale 44 cm », lorsqu'on choisit au hasard un élève parmi les dix. [1 pt]

Exercice 2 : (4,5 points)

- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $4z^2 - 12z + 153 = 0$. [1 pt]
- Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, d'unité graphique 1 cm, on considère les points A, B, C et P d'affixes respectives $z_A = \frac{3}{2} + 6i$, $z_B = \frac{3}{2} - 6i$, $z_C = -3 - \frac{1}{4}i$ et $z_P = 3 + 2i$, et le vecteur $\vec{w}$ d'affixe $z_{\vec{w}} = -1 + \frac{5}{2}i$.

 - Déterminer l'affixe z_Q du point Q , image du point B par la translation t de vecteur $\vec{w}$. [0,5 pt]
 - Déterminer l'affixe z_R du point R , image du point P par l'homothétie h de centre C et de rapport $-\frac{1}{3}$. [0,5 pt]
 - Déterminer l'affixe z_S du point S , image du point P par la rotation r de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$. [0,5 pt]
- Démontrer que le quadrilatère $PQRS$ est un parallélogramme. [0,5 pt]
 - Calculer $\frac{z_R - z_Q}{z_P - z_Q}$ et en déduire la nature précise du parallélogramme $PQRS$. [1 pt]
 - Justifier que les points P, Q, R et S appartiennent à un même cercle dont on précisera l'affixe de son centre et son rayon. [0,5 pt]

Problème : (11 points)

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = (x - 2)e^x + x$. ($\mathcal{C}_f$) désigne la courbe



représentative de f dans un repère orthonormé du plan.

1. a. Donner la forme générale des solutions de l'équation différentielle :
 $y'' - 2y' + y = 0$. [0,75 pt]
b. Justifier que f est une solution de l'équation différentielle : $y'' - 2y' + y = x - 2$. [0,75 pt]
2. Soit g la fonction numérique définie par : $g(x) = (x - 1)e^x + 1$.
a. Étudier le sens de variation de g sur $\mathbb{R}$. [1 pt]
b. En déduire que g est positive sur $\mathbb{R}$. [0,5 pt]
3. a. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. [0,5 pt]
b. Montrer que la droite $(\Delta) : y = x$ est asymptote à $(\mathcal{C}_f)$ en $-\infty$.
Étudier la branche infinie à $(\mathcal{C}_f)$ en $+\infty$.
Étudier, en fonction de x , la position de $(\mathcal{C}_f)$ et de (Δ) . [1,25 pt]
4. a. Soit f' la dérivée de f ; vérifier que pour tout réel x on a : $f'(x) = g(x)$;
en déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$. [1 pt]
b. Justifier que la fonction f établit une bijection de $\mathbb{R}$ vers un intervalle à préciser. [0,75 pt]
c. Dresser les tableaux de variations de f et de f^{-1} , la bijection réciproque de f . [1 pt]
5. a. Donner une équation cartésienne de la tangente (T) à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse 0. [0,5 pt]
b. Construire $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_{f^{-1}})$ dans un même repère orthonormé. [2 pts]
(Unités graphiques 1 cm)
6. $(\mathcal{D})$ est le domaine du plan limité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, la droite d'équation $y = x$ et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 2$.
En utilisant une intégration par parties, calculer l'aire $\mathcal{A}$ du domaine $(\mathcal{D})$. [1 pt]