



EXERCICE 1 5 points

On considère l'application t de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définie par : $t(z) = 9z^4 - 24z^3 + 50z^2 - 24z + 41$.

- 1- Montrer que si z_0 est une racine de t , alors $\overline{z_0}$ est aussi une racine de t . 0,5 pt
- 2- Vérifier que i est une racine de t et en déduire une autre racine de t . 0,5 pt
- 3- Déterminer trois nombres complexes a , b et c tels que :
 $\forall z \in \mathbb{C}, t(z) = (z^2 + 1)(az^2 + bz + c)$. 0,75 pt
- 4- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $t(z) = 0$. 1 pt
- 5- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$. (Unité graphique : 3 cm)
On désigne par A , B , C et D les points d'affixes respectives :
 $z_A = -i$, $z_B = i$, $z_C = \frac{4}{3} + \frac{5}{3}i$ et $z_D = \frac{4}{3} - \frac{5}{3}i$.
a- Placer les points A , B , C et D . 0,5 pt
b- Montrer que $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A} \in i\mathbb{R}$ et $\frac{z_C - z_B}{z_D - z_B} \in i\mathbb{R}$,
où $i\mathbb{R}$ est l'ensemble des imaginaires purs. 0,5 pt
c- En déduire la nature exacte des triangles ACD et CBD . 0,5 pt
d- Montrer que les points A , B , C et D appartiennent à un même cercle dont
on précisera le centre et le rayon. 0,75 pt

EXERCICE 2 4 points

Une urne contient 6 jetons rouges et 4 jetons jaunes.

Un jeu consiste à tirer simultanément 2 jetons de l'urne. Si les jetons sont de même couleur, le joueur gagne 1 000 XAF. S'ils sont de couleurs différentes, alors le joueur perd 1 000 XAF.

- 1- a) Calculer la probabilité d'obtenir deux jetons de même couleur. 0,75 pt
b) Calculer la probabilité d'obtenir deux jetons de couleurs différentes. 0,75 pt
- 2- On note X la variable aléatoire qui à chaque tirage de deux jetons associe le gain ou la perte du joueur.
a) Donner les différentes valeurs possibles de X . 0,5 pt
b) Déterminer la loi de probabilité de X . 0,5 pt
c) Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ et la variance $V(X)$ de X . 1,5 pt

PROBLÈME 11 points

Partie A

On considère l'équation différentielle $y'' - 4y = 16x + 16$ (E).

- 1- Résoudre l'équation homogène (E') associée à (E) : $y'' - 4y = 0$. 0,5 pt
- 2- Déterminer les réels α et β tels que le polynôme $P(x) = \alpha x + \beta$ soit une solution particulière de (E). 0,5 pt
- 3- Montrer qu'une fonction f est solution de (E) si et seulement si $f - P$ est solution de (E'). 0,5 pt
- 4- En déduire toutes les solutions de (E). 0,5 pt
- 5- Déterminer parmi ces solutions celle qui vérifie les conditions $f(0) = 4$ et $f'(0) = -4$. 1 pt



Partie B

On considère la fonction g définie sur par $g(x) = e^{2x} + 3e^{-2x} - 4$.

1- Montrer que $g(x) = e^{-2x} (e^{4x} - 4e^{2x} + 3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

0,5 pt

2- Étudier le signe de $g(x)$.

1 pt

3- On considère sur $\mathbb{R}$ la fonction h définie par $h(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{3}{2}e^{-2x} - 4x$.

a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$,

$$h(x) = e^{2x} \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}e^{-4x} - 4xe^{-2x} \right) = e^{-2x} \left(\frac{1}{2}e^{4x} - \frac{3}{2} - 4xe^{2x} \right).$$

0,5 pt

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$.

1 pt

c) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$, $h'(x) = g(x)$.

0,5 pt

d) En déduire le tableau de variations de h .

1 pt

e) Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une seule solution réelle α telle que $\alpha \in]1, 2[$.

1 pt

f) Construire la courbe représentative $(\mathcal{C}_h)$ de la fonction h dans le plan rapporté à un repère orthonormé d'unité 3 cm sur les axes.

1,5 pt

4- Déterminer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $(\mathcal{C}_h)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \frac{1}{2} \ln 3$.

1 pt