Ministère de l'Éducation Nationale
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat Session: 2002
Série : D
Épreuve : Mathématiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

L'épreuve comporte deux exercices et un problème.
Les pages sont numérotées de 1 à 2.

Exercice 1 : 4,5 points

On considère les nombres complexes $z_1 = 3\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $z_2 = 3\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$.

1. a) Mettre sous forme trigonométrique les trois nombres complexes z_1, z_2 et $z = \frac{z_1}{z_2}$. 1,5 pt
   b) Démontrer que, pour tout n de $\mathbb{N}$, z^{12n} est un réel. 0,5 pt
2. a) Donner la forme algébrique de $\frac{z_1}{z_2}$. 0,5 pt
   b) En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{5\pi}{12}$ et $\sin\frac{5\pi}{12}$. 1 pt
3. On considère l'équation dans $\mathbb{R}$ d'inconnue t : $\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\cos t + \left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\sin t = 2\sqrt{2}$.
   Résoudre cette équation dans $]-\pi, \pi]$. 1 pt

Exercice 2 : 4,5 points

Le tableau ci-dessous donne la répartition de 35 élèves d'une classe de terminale D selon leurs âges en années.

Âges	17	18	19	20
Nombres d'élèves	3	12	18	2

1. Représenter la série statistique ainsi obtenue par un diagramme circulaire. 1 pt
2. Calculer la moyenne des âges des élèves de la classe. 0,5 pt
   (On arrondira le résultat à l'unité la plus proche.)
3. On représente le nom de chacun des élèves par un numéro de 1 a 35. On inscrit les 35 numéros sur des jetons indiscernables au toucher que l'on met dans un sac. On tire successivement trois jetons en remettant chaque fois le jeton tiré clans le sac. Soit X la variable aléatoire réelle qui associe à chaque triplet de jetons tirés le nombre d'élèves âgés de 19 ans.
   a) Déterminer la loi de probabilité de X. 2 pts
   b) Calculer l'espérance mathématique ainsi que l'écart-type de X. 1 pt

Problème : 11 points

Le problème comporte trois parties obligatoires A, B et C. Elles sont indépendantes.

On considère la fonction f de la variable réelle non nulle x telle que $f(x) = \frac{x^2+7}{2x}$. On note $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé du plan.
(On prendra 1 cm comme unité de longueur sur les axes.)

Partie A. Étude des variations de f et tracé de $(\mathscr{C})$

1. a) Vérifier que la fonction f est impaire. 0,5 pt
   b) Dresser le tableau de variation de f dans l'intervalle $]0, +\infty[$. 1,5 pt
2. a) Vérifier que $(\mathscr{C})$ admet une asymptote verticale et une asymptote oblique que l'on notera (Δ). 0,75 pt
   b) Préciser, pour tout x de $]0, +\infty[$, la position de $(\mathscr{C})$ par rapport à (Δ). 0,5 pt

3. Tracer $(\mathscr{C})$ après avoir précisé son centre de symétrie. 1,5 pt

Partie B. Calcul d'aire

Soit λ un réel tel que $0 < \lambda \leqslant 1$.
On note $(\mathscr{D})$ la partie du plan limitée par les droites d'équations $x = \lambda$, $x = 1$, la droite (Δ) et la courbe $(\mathscr{C})$. On note aussi a_λ l'aire de $(\mathscr{D})$ en cm^2 et en fonction de λ.

1. a) Calculer la valeur exacte de a_λ. 0,75 pt
   b) Déterminer la limite de a_λ lorsque λ tend vers 0 à droite. 0,5 pt
2. On note λ_0 la valeur de λ telle que l'on ait $a_\lambda = \dfrac{7}{2}$.
   a) Calculer λ_0. 0,75 pt
   b) Sachant que $2{,}718 < e < 2{,}719$, en déduire une valeur approchée de λ_0 et en indiquer la précision. 0,5 pt

Partie C. Étude d'une suite convergente liée à la fonction f

Dans cette partie, on considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

1. a) Utiliser $(\mathscr{C})$ pour représenter les trois premiers termes de (u_n). 0,75 pt
   b) Faire une conjecture sur le sens de variation de (u_n). 0,5 pt
2. *Les démonstrations de cette question se feront par récurrence sur n, on pourra utiliser les propriétés de la fonction f.*
   a) Démontrer que la suite (u_n) est à termes strictement positifs. 0,75 pt
   b) Démontrer que la suite (u_n) est minorée par $\sqrt{7}$. 0,75 pt
   c) Démontrer la conjecture de 1. b). 0,75 pt
3. Déterminer la limite de (u_n) en précisant la démarche. 0,5 pt