MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LYCEE DE TCHOLLIRE

Année scolaire : 2002-2003
Classe : Première D
Séquence No : 4
Coeff : 04 Durée : 3h

Epreuve de Mathématiques

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie. Il est demandé à l'élève de justifier toutes ses affirmations.

EXERCICE 1 :/5 pts

1. (a) On considère l'équation (E) : $x^3 - 8x^2 + 19x - 12 = 0$
   i. Déterminer une racine évidente de (E).
   ii. Résoudre alors l'équation (E) dans $\mathbb{R}$.
   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation (E') : $\sqrt{x^3 - 7x^2 + 13x - 3} = x - 3$
2. (a) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant : $\begin{cases} x + y = 8 \\ xy = -65 \end{cases}$
   (b) Résoudre $\mathbb{R}^3$, le système suivant : $\begin{cases} 2\mathrm{x}^4 - \mathrm{y}^3 + \mathrm{z}^2 = 3 \\ \mathrm{x}^4 - 2\mathrm{y}^3 + 2\mathrm{z}^2 = 3 \\ \mathrm{x}^4 + \mathrm{y}^3 + \mathrm{z}^2 = 0 \end{cases}$

EXERCICE 2 :/4,5 pts

ABC est un triangle. I, J et K des points tels que : $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BI} = \frac{3}{7}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$.

1. Écrire I comme barycentre de A et B, J comme barycentre de B et C, K comme barycentre de A et C.
2. Construire les points I, J et K.
3. Soit G le barycentre des points pondérés $(A, 2)$; $(B, 4)$ et $(C, 3)$.
   (a) Écrire G comme barycentre de A et J puis comme barycentre de C et I.
   (b) En déduire que les droites (AJ) ; (CI) ; et (BK) sont concourantes.

EXERCICE 3 :/5 pts

Soit ABC un triangle équilatéral de côté $a, (a > 0)$ et G le barycentre des points pondérés $(A, 2)$; $(B, 1)$ et $(C, 1)$.

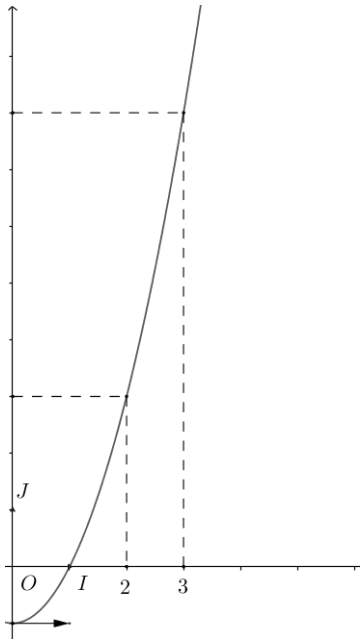
1. Construire le point G.
2. (a) Écrire plus simplement, chacun des vecteurs $2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}$ et $-2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}$ où M est un point quelconque du plan.
   (b) En déduire, puis construire l'ensemble (Δ) des points M du plan tels que les vecteurs $2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}$ et $-2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}$ soient orthogonaux.
3. On considère l'ensemble (E) des points M du plan tels que $2AM^2 + MB^2 + MC^2 = k$
   (a) Déterminer k sachant que A appartient à (E).
   (b) Préciser la nature de (E), ses éléments caractéristiques et le construire.

@KamerHighSchool

EXERCICE 3 :/5 pts

On donne les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 - 1$ et $g(x) = 2x - 1$

1. Déterminer les ensembles de définition de f, g et $f \circ g$.
2. Déterminer, Pour tout x de $D_{f\circ g}$, l'expression de $f \circ g$.
3. Étudier la parité de f puis interpréter géométriquement le résultat.
4. La courbe ci-dessous est celle de la restriction de f à $[0; +\infty[$.



(a) Recopier et compléter cette courbe de manière à obtenir la courbe (Cf) de f.

(b) Tracer dans le même repère la courbe (Cg) de g.

(c) Déterminer par calcul, les points d'intersection de (Cf) et (Cg).

(d) Comparer les fonctions f et g en utilisant le graphique précédent.

@KamerHighSchool