**MINESEC**
**Délégation Régionale de l'OUEST**
**D.D de la MIFI**

**Lycée Technique de GOUEUH**
**Département de Mathématiques**

**Année scolaire 2022-2023**
Première *F*
**Décembre 2022**
**Durée : 2h**

## Devoir surveillé de Mathématiques

*Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie.*

### EXERCICE 1 : 05 Points

On considère la fonction P définie pour tout x par : $P(x) = 2x^3 + 5x^2 + 4x + 1$.

1. a) Calculer P(-1). **0.5 pt**

   b) En déduire que $P(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$ où a, b et c sont des nombres réels que l'on déterminera. **1.5 pt**

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$. **1 pt**

3. En déduire les solutions réelles de l'équation :

   $2\cos^3(3x) + 5\cos^2(3x) + 4\cos(3x) + 1 = 0$. **1 pt**

4. Placer les images des solutions sur le cercle trigonométrique. **1 pt**

### EXERCICE 2 : 04 Points

On considère les nombres complexes $z_1 = 1 + i$ et $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$.

1. Mettre $z_1$ et $z_2$ sous la forme trigonométrique. **1 pt**

2. On pose $Z = \dfrac{z_1}{z_2}$.

   a) Donner la forme algébrique de $Z$. **1 pt**

   b) Écrire $Z$ sous la forme trigonométrique. **1 pt**

3. En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$ **1 pt**

## PROBLÈME : 11 Points

A et B sont deux points du plan tels que AB=6. Le but ici est de déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $MA^2 + MB^2 = 26$ par deux méthodes.

### *Partie A(Par la géométrie métrique)* 03 Points

Soit I le milieu du segment [AB].

1. Montrer que pour tout point M du plan, on a :

   $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{1}{2}AB^2$. **1 pt**

2. En déduire que : $MA^2 + MB^2 = 26$ équivaut à $MI^2 = 4$. **1 pt**

3. Déduire la nature et les éléments caractéristiques de (E). **1 pt**

### *Partie B(Par les nombres complexes)* 08 Points

Le plan est munie d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$. Les points A et B ont pour affixes respectifs $z_A = -2 + i$ et $z_B = -2 - 5i$. Le point M a pour affixe $z = x + iy$.

1. Calculer le module du nombre complexe $z_B - z_A$. **1pt**

2. Calculer l'affixe du milieu I du segment [AB]. **1.5pt**

3. Calculer en fonction de $x$ et $y$ le module de chacun des nombres complexes $z - z_A$ et $z - z_B$. **2pt**

4. Montrer que $MA^2 + MB^2 = 26$ équivaut à $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 4 = 0$ . **1.5pt**

5. En déduire que M appartient à l'ensemble (E) si et seulement si $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 4$ et conclure. **2 pt**

Le succès réside dans la persévérance, qui à son tour dépend de la confiance en soi; le savoir-être et le savoir-faire étant eux des catalyseurs.

.

# Le génie c'est 99% de transpiration et 1% de d'inspiration.

# Ensemble, disons " NON " à la tricherie.

# Bon courage !