MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LYCEE TECHNIQUE DE BANDJOUN
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

**Contrôle Continu N° 02 du 2ème Trimestre**
**Année scolaire 2019/2020**
**Classe : 1ère F4, MEB, MA, CH.**
**Coef : 5 Durée : 3h**

## EPREUVE DE MATHEMATIQUES

***L'épreuve comporte 05 exercices et un Problème. Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie.***

## *EXERCICE 1* : GEOMETRIE METRIQUE (3pts)

Soit un repère orthonormé$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. On considère la droite (D) d'équation 2x - 5y + 25 = 0 et le point A (10, -2).

1. a) Donner un vecteur directeur et un vecteur normal à (D). 0.5pt
b) Ecrire une équation cartésienne de la droite (Δ) perpendiculaire à (D) passant par A. 0.5pt
c) Déterminer par calcul les coordonnées de l'intersection H de (D) et (Δ). 0.5pt
2. a) Quel est le rayon du cercle (C) de centre A et tangent à (D) ? 0.25pt
b) Ecrire une équation cartésienne et paramétrique de (C). 0.5pt
3. La droite (D1) d'équation 6x + 4y - 3 = 0 coupe-t-elle le cercle (C) ? Justifier par calcul. 0.5pt
4. Déterminer les coordonnées des points d'intersections de (C) avec l'axe des abscisses. 0.25pt

## EXERCICE 2 : NOMBRES COMPLEXES ET TRIGONOMETRIE (4pts)

### I - NOMBRES COMPLEXES

Un quadripôle est constitué d'un résistor de résistance R exprimés en Ω et d'un condensateur de capacité C exprimée en $\mu F$. On associe respectivement à la tension de sortie les nombres complexes. On appelle transmittance le nombre complexe Z définie par : $Z=\frac{Z_s}{Z_e}$

On admet que : $Z=\frac{1}{1+iRCw}$ ou w est la puissance exprimée en radians par seconde et i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Dans tout cet exercice, on suppose que R=50Ω et C= $2\mu F$ et $w=\frac{1}{100}rad.s^{-1}$

1) Vérifier que $Z=\frac{1}{1+i}$. Ecrire le nombre complexe Z sous la forme algébrique puis déterminer le module et un argument de Z. 0.25pt
2) Le module de $Z_s$ peut-il être le double de celui de$Z_e$ ? justifier la réponse fournie 0.25pt
3) Dans cette question seulement, on suppose qu'un argument de $Z_s$ est $\frac{\pi}{2}$. Déterminer alors un argument de $Z_e$ 0.5pt

### II- TRIGONOMETRIE

Vérifier que $\sqrt{4+2\sqrt{3}}=1+\sqrt{3}$. 0.25 pt

2. Résoudre dans ℝ l'équation$-4x^2+2\left(1-\sqrt{3}\right)x+\sqrt{3}=0$. 0.5pt
3. En déduire les solutions dans $]-\pi;\pi]$de l'équation :
$4sin^2(x)+2\left(1-\sqrt{3}\right)\cos(x)-4+\sqrt{3}=0$ puis représenter dans le cercle trigonométrique les images des solutions. 1.25pt

Déduire dans $]-\pi;\pi]$ les solutions de l'inéquation : $4sin^2(x)+2\left(1-\sqrt{3}\right)\cos(x)-4+\sqrt{3}\leq 0$. 1pt

## EXERCICE 3 : BARYCENTRE ET LIGNE DE NIVEAU (2.75pts)

ABCD est un carré de centre O et de coté 3cm. G le barycentre des points pondérés (A, 1) , (B, 2) et (C, 1)

1) Construire le point G. 0.25pt
2) Montrer que les points B, G et O sont alignés 0.25pt
3) Calculer AG², BG² et CG². 1pt
4) On désigne par (E) l'ensemble des points M du plan tels que :
MA² + 2MB² + MC² = 22.
a) Montrer que pour tout point M du plan MA² +2MB² + MC² = 4MG² + 6 0.5pt
b) En déduire la nature et construire (E). 0.75pt

**<u>EXERCICE 4</u> : SYSTÈME D'EQUATION DANS $\mathbb{R}^3$ (1.75pt)**

1) Résoudre dans le système : $\begin{cases} x+y+z=89 \\ 3x+4y+3{,}5z=313 \\ 4x+y+1{,}6z=182 \end{cases}$ 1pt

2) Un potier fabrique trois différents types d'objets et qui nécessitent :




✓ 2kg d'argile et 3heures de travail pour un objet de type A
✓ 500g d'argile et 4 heures de travail pour un objet de type B
✓ 800 g d'argile et 3h30min de travail pour un objet de type C

En 313 heures de travail, le potier utilise 91kg d'argile pour fabriquer 89 objets au total.
Déterminer le nombre d'objets de chaque type fabriqués. 0.75pt

**<u>EXERCICE 5</u> : SUITES NUMERIQUES (3.5pts)**

On donne la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 2000 \\ U_{n+1} = 1.02U_n + 75 \end{cases}$

1. Calculer $U_1$ . 0.25pt
2. On donne la suite $V_n$ définie par $V_n = a + U_n$

a. Déterminer $a$ pour que $V_n$ soit une suite géométrique 0.5pt

On suppose dans la suite de l'exercice que $a = 3750$;

b. Déterminer le premier terme et la raison de la suite $V_n$ 0.5pt
c. Exprimer $V_n$ puis $U_n$ en fonction de n et étudier leurs convergences 1pt
d. Calculer $S_n = V_{23} + V_{24} + \cdots + V_{50}$ 0.5pt

3. La population d'un village était de 2000 habitants en 2015. L'année suivante, 75 étrangers se sont ajoutés à cette population. On note que la population de ce village s'augmente de 0.2% chaque année. On note que $U_0 = 2000$ la population du village en l'an 2015 et $U_n$ la population totale en l'an $(2015 + n)$, (On suppose les étrangers ne se multiplient pas).

a. Montrer que $U_{n+1} = 1.02U_n + 750$. 5pt
b. Déterminer la population de ce village à l'horizon 2035 0.25pt

**PROBLÈME : FONCTIONS (5pts)**

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{3(x-1)^3}{3x^2+1}$ et soit (c) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthogonal d'unité 1 cm.

1. Montrer qu'il existe un unique triplet (a, b, c) que l'on déterminera, tel que pour tout réel x :

$$\boldsymbol{f(x) = ax + b + \frac{cx}{3x^2+1}}$$ 0.75pt

2. Déterminer les limites de $f$ $en + \infty$ $et$ $en - \infty$ 0.5pt
3. Montrer que f est dérivable et calculer sa dérivée 0.75pt
4. Dresser le tableau de variation de f 0.5pt
5. Montrer que la courbe (c) a pour asymptote oblique la droite (D) d'équation y = x-3 0.25pt
6. Etudier les positions relatives de (C) et (D) 0.5pt
7. Donner l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0, tracer (D), (T) et (C) 1.25pt
8. Montrer que la courbe (C) a un centre de symétrie. 0.5pt

**<u>EXAMINATEUR</u> : M. NKENGFACK**