MINESEC
Délégation Régionale du SUD
DD-VALLÉE Du NTEM

Lycée Technique d'Ambam
Département de Mathématiques

Année scolaire 2022-2023
Classe : Terminale $F-BT$
Octobre 2022
Durée : 02 h
Proposé par : KAM TSÉMO Patrick

Devoir surveillé de Mathématiques $N°01$

EXERCICE 01 — 05 Points

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes le polynôme :

$$P(z) = z^4 - 4z^3 + 17z^2 - 36z + 72$$

1 a Vérifier que $3i$ est une solution de l'équation (E) : $P(z) = 0$. **0,5pt**

b Montrer que si z_0 est une solution alors son conjugué $\overline{z_0}$ est aussi une solution. **0,5pt**

c En déduire les solutions de l'équation (E). **1pt**

2 a Écrire les solutions de (E) sous la forme exponentielle. **1pt**

b Montrer que le polynôme $P(z)$ peut s'écrire sous la forme d'un produit de deux polynômes du second degré à coefficient réels. **0,5pt**

3 Le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
On donne les points A, B, C et D d'affixes respectives : $3i$; $-3i$; $2-2i$ et $2+2i$.

a Placer les points A, B, C et D. **1pt**

b Montrer que $ABCD$ est un trapèze isocèle. **0,5pt**

EXERCICE 02 — 04 Points

1. Déterminer le module et un argument de $Z = \left(\dfrac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$. **1.5 pt**

2. Calculer $\cos 3x$ et $\sin 3x$ en fonction de $\cos x$ et $\sin x$. **1 pt**

3. Linéariser les expressions suivantes : $A = \sin^3 x$ et $B = \cos x \sin^2 x$. **1.5 pt**

PROBLEME — 11 Points

PARTIE A — 06 Points

Les performances réalisées par 10 coureurs à pied sur un semi-marathon et un marathon (les temps sont données en minutes) sont données dans le tableau suivant :

✎ x_i = Temps au semi-marathon.

✎ y_i = Temps au marathon.

$N°$ coureur	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	68	70	76	80	90	96	104	110	125	138
y_i	145	150	170	185	200	220	250	285	320	345

1 Représenter le nuage de points dans un repère orthogonal. **1 pt**

2 Calculer la moyenne, la variance et l'écart-type de la série des temps (x_i) réalisés au semi-marathon, puis de la série des temps (y_i) réalisés au marathon. **2 pts**

3 Calculer la covariance de x et y, et le coefficient de corrélation linéaire. **1 pt**

4 Déterminer une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés. représenter cette droite sur le graphique de la question 1). **1 pt**

5 Estimer le temps mis sur un marathon par un coureur ayant réalisé un temps de 1h56 au semi-marathon. **1 pt**

PARTIE B **05 Points**

Soit $\theta \in \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ et l'équation $(E_\theta) : z^2 - 2(i+\cos\theta)z + 1 + 2ie^{-i\theta} = 0$

1 a Vérifier que : $-8 + 4\cos^2\theta - 8\sin\theta = \Big[2i(1+\sin\theta)\Big]^2$. **0,5pt**

b Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E_θ). **1,5pt**

2 Dans le plan complexe, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A := i$; $z_B := e^{-i\theta}$ et $z_C := 2i + e^{i\theta}$.

a Vérifier que $z_B - z_A = \overline{z_C - z_A}$. En déduire que $AB = AC$. **1,5pt**

b Montrer que : $z_C - z_A = 2\cos\left(\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4}\right)e^{i(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{4})}$. **0,75pt**

c En déduire la valeur de θ pour laquelle le triangle ABC est équilatéral. **0,75pt**

. En mathématiques, évident est le mot le plus dangereux.

.

. **(Eric Temple Bell)**