MINESEC
Délégation Régionale du SUD
DD-VALLÉE Du NTEM

Lycée Technique d'Ambam
Département de Mathématiques

Année scolaire 2020-2021
Tle F_2,F_3, F_4 ,$CMA - MVT$, MEB
Décembre 2020
Durée : 2h
Proposé par : KAM TSÉMO Patrick

Devoir surveillé de Mathématiques

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie.

EXERCICE 1 : 05 Points

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+\cos(\pi x)}{x-1} & \text{si } x < 1 \\ \sqrt{x^2+x+2} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

1. Calculer $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)$ **1 pt**
2. Montrer que, pour tout $x \in]-\infty;1[$, $\dfrac{x+1}{x-1} \leq f(x) \leq 1$ et en déduire $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} f(x)$. **2 pts**
3. Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$. **2 pts**

EXERCICE 2 : 04 Points

Soit P le polynôme défini dans $\mathbb{C}$ par : $P(z) = z^3 - z^2 + (5+7i)z + 10 - 2i$.

1. Montrer que P possède une racine imaginaire pure. **0.5 pt**
2. En déduire une factorisation de P de la forme $P(z) = (z-2i)Q(z)$ où Q est un polynôme du second degré à coefficients complexes. **1.5 pt**
3. Résoudre alors $Q(z) = 0$ et factoriser complètement le polynôme P sur $\mathbb{C}$. **2 pts**

PROBLÈME : 11 Points

Partie A 06 Points

Les performances réalisées par 10 coureurs à pied sur un semi-marathon et un marathon (les temps sont données en minutes) sont données dans le tableau suivant :

✎ x_i = Temps au semi-marathon.
✎ y_i = Temps au marathon.

+237696445986 ; +237673414635 ; 667872725
©KAM TSEMO Patrick Noël

$N°$ coureur	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	68	70	76	80	90	96	104	110	125	138
y_i	145	150	170	185	200	220	250	285	320	345

1 Représenter le nuage de points dans un repère orthogonal. **1 pt**

2 Calculer la moyenne, la variance et l'écart-type de la série des temps (x_i) réalisés au semi-marathon, puis de la série des temps (y_i) réalisés au marathon. **2 pts**

3 Calculer la covariance de x et y, et le coefficient de corrélation linéaire. **1 pt**

4 Déterminer une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés. représenter cette droite sur le graphique de la question 1). **1 pt**

5 Estimer le temps mis sur un marathon par un coureur ayant réalisé un temps de 1h56 au semi-marathon. **1 pt**

Partie B 05 Points

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2x^3 + x^2 - 1$

1 a Dresser le tableau de variation de la fonction g. **1 pt**

b Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α.
Puis déduire que : $\alpha \in]0; 1[$ **1 pt**

2 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^\star$: $f(x) = \dfrac{x^3 + x^2 + 1}{3x}$

a Montrer que pour tout réel x, on a : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{3x^2}$. **0.5 pt**

b Dresser le tableau de variation de f. **0.5 pt**

c Montrer que $f(\alpha) = \dfrac{\alpha}{6} + \dfrac{1}{2\alpha}$. En déduire que : $0 \leq f(\alpha) \leq \dfrac{2}{3}$. **2 pts**

Quand vous vous demandez où est Dieu pendant les périodes difficiles de votre vie, souvenez vous que le professeur reste toujours silencieux pendant l'examen.

.

(Albert EINSTEIN)

©KAM TSEMO Patrick Noël