MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECOMDAIRES
DELEGATION REGIONALE DU CENTRE
DELEGATION DEPARTEMENTALE DU MFOUNDI
LYCEE D'ODZA

DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES
ANNEE SCOLAIRE 2019/2020
DEVOIR N°1 TRIMESTRE 2
EPREUVE DE MATHEMATIQUES
CLASSE : Terminale D DUREE : 4 HEURES

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie.

Exercice 1 : 5points

Le plan complexe est muni du repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $z^2-\left(5-i\sqrt{3}\right)z+6-3i\sqrt{3}=0$. (*on pourra remarquer que* $\left(1-i\sqrt{3}\right)^2=-2+2i\sqrt{3}$) **1pt**
2. Soit f la transformation du plan qui au point $M(x,y)$ associe le point $M'(x',y')$ tel que : $\begin{cases}x'=x-\sqrt{3}y-\sqrt{3}\\y'=x\sqrt{3}+y+\sqrt{3}\end{cases}$

a) Donner l'écriture complexe de f . **1pt**
b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f. **0,75pt**
c) Soit (D) la droite d'équation $y=-2x+3$. Déterminer une équation cartésienne de la droite (D') image de (D) par f. **1pt**

3. On considère l'application s du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z'=\left(1+i\sqrt{3}\right)z-\sqrt{3}(1-i)$. Soient A,B et C les points d'affixes respectives $a=-1-i$, $b=2i$ et $c=\frac{-7+\sqrt{3}}{4}+\frac{i(3\sqrt{3}-3)}{4}$

a) Déterminer l'affixe d du point D image de C par la transformation s. **0,5pt**
b) Démontrer que le triangle ABD est isocèle rectangle en A. **0,75pt**

Exercice 2 : 4 points

1. On considère la fonction f définie par $f(x)=\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$
   a) Déterminer le domaine de définition de la fonction f. **0,5pt**
   b) f est elle prolongeable par continuité en 4 ? Si oui définir ce prolongement. **1pt**
2. a) Enoncer le théorème des valeurs intermédiaires. **0,5pt**
   b) Enoncer le théorème de la bijection. **0,5pt**
   c) Enoncer l'inégalité des accroissements finis. **1pt**
3. Déterminer le domaine définition de la fonction $h(x)=\sqrt{2-|x|}$. **0,5pt**

PROBLÈME : 11points

Le problème comporte deux parties indépendantes.

Partie A : 8 points

I) : soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=4x^3+3x^2-2$.

1. Dresser le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}$. **1pt**
2. Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$. **0,75pt**

t.me/KamerHighSchool

3. a) Donner un encadrement de α d'amplitude 2 **0 ,75pt**
   b) Déterminer le signe de g sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**

II) Soit f la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par $f(x)=\frac{2x+1}{x^3+1}$; $(\mathcal{C})$sacourbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Étudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition et interpréter graphiquement les résultats. **1pt**
2. Vérifier que $f'(x)=\frac{-g(x)}{(x^3+1)^2}$ et en déduire le tableau de variations complet de f sur $]-1;+\infty[$. **1pt**
3. Déterminer l'équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ en $x_0=0$ et étudier les positions relatives de $(\mathcal{C})$et (T) sur $]-1;+\infty[$. **0,75pt**
4. Démontrer $f(\alpha)=\frac{2}{3\alpha^2}$ et en déduire un encadrement de $f(\alpha)$ à 0,1 près. **1pt**
5. Construire la courbe de $(\mathcal{C})$ et (T) **1,25pt**

<u>Partie B :</u> 3 points

On considère le polynôme P de la variable complexe z définie par
$P(z)=2z^4-6z^3+9z^2-6z+2$

1) Démontrer que si z_0 est racine de P(z) alors les nombres $\frac{1}{z_0}$ et $\overline{z_0}$ le sont aussi. **1pt**
2) Calculer $(1+i)^2$, $(1+i)^3$, $(1+i)^4$ puis $P(1+i)$. **1pt**
3) En déduire la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $p(z)=0$ (*on admettra qu'elle admet quatre solutions distinctes*). **1pt**

Examinateur : FEUDJIO Alexis Patrice

t.me/KamerHighSchool