Ministère des enseignements secondaires
Lycée de Nkolnda-Nsimalen

Examen : Baccalauréat Blanc
Session : 2012 Série : D
Epreuve : MATHÉMATIQUES
Durée : 4 heures Coefficient : 4
Examinateur : Romaric TCHAPNGA

l'épreuve comporte deux éxercices et un problème. Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie. Il est demandé à l'élève de justifier toutes ses affirmations.

EXERCICE I — 5 points

A) - Le tableau suivant donne le PNB x (en euro) par habitant ainsi que le nombre y d'hôpitaux pour 1 million d'habitants dans quelques pays européens.

Pays	A	B	C	D	E	F	G	H
PNB x	5100	7800	11200	15800	20100	26230	28910	31910
Nombre y	620	1080	1550	2100	3000	3800	4200	4400



1. Représenter le nuage de points associé à la série $(x,\ y)$. (Unités : en abscisse : 1 cm pour 1000 euros, en ordonnée : 1 cm pour 400 hôpitaux). Origine le point $M_0(5\,000\ ;\ 600)$. **1 pt**
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G. **0,5 pt**
3. Donner une équation de la droite (D) de régression de y en x. **1 pt**
4. Un pays a un PNB de 23400 euros. Quelle estimation peut-on faire du nombre d'hôpitaux dans ce pays ? **0,5 pt**

B) - En 2005, Un laboratoire de recherche étudie l'évolution d'une population animale qui semble en voie de disparition. Ce laboratoire met au point un test de dépistage de la maladie responsable de cette disparition et fournit les renseignements suivants : « La population testée comporte 50% d'animaux malades. Si un animal est malade, le test est positif dans 99% des cas ; si un animal n'est pas malade, le test est positif dans 0,1% des cas ». On note M l'évènement « l'animal est malade », $\overline{M}$ l'évènement contraire et T l'évènement « le test est positif ».

1. Determiner $P(M)$, $P(T/M)$ et $P(T/\overline{M})$. **1,5 pt**
2. En déduire $P(T)$. **0,5 pt**

EXERCICE II — 5,5 points

I - On considère l'équation : (E) : $z^3-(5+7\mathrm{i})z^2-(4-25\mathrm{i})z-12\mathrm{i}+30=0$ où z est un nombre complexe.

1. Montrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure z_0. **0,5 pt**
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E). **1 pt**

II - Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(O,\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$. Soient A, B et C les points d'affixes respectives 3, 2i et $2+5\mathrm{i}$. s la simulitude directe de centre A qui transforme B en C.

1. Montrer que l'écriture complexe de s est : $z'=(1-\mathrm{i})z+3\mathrm{i}$, puis déterminer l'angle de s. **0,75 pt**
2. Soit D l'image de C par s. Déterminer l'affixe de D. **0,5 pt**
3. Quelle est la nature du triangle ACD ? **0,5 pt**
4. En déduire une équation du cercle circonscrit au triangle ACD. **0,5 pt**
5. Soit f l'application, qui, à tout nombre complexe z différent de -2, associe $f(z)=\dfrac{z-2+\mathrm{i}}{z+2\mathrm{i}}$.

t.me/KamerHighSchool

a. On pose $z = x + iy$, x et y étant deux réels, exprimer la partie réelle et la partie imaginaire de $f(z)$ en fonction de x et de y. **1 pt**

b. En déduire la nature de l'ensemble $(\sum)$ des points M d'affixe z, tels que $f(z)$ soit un réel. **0,75 pt**

PROBLEME **9,5 points**

Le problème comporte deux parties A et B.

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. (Unités graphiques : 2 cm).

Partie A :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (3+x)e^{-\frac{x}{2}}$.

1. Déterminer les limites de f en aux bornes de son ensemble de définition. **0,5 pt**

2. Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$ et dresser son tableau de variations. **0,75 pt**

3. Construire la courbe (Γ) représentative de f dans $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. **0,5 pt**

4. À l'aide d'une intégration par parties, calculer $I = \int_{-3}^{0} xe^{-\frac{x}{2}}\,dx$ et en déduire l'aire, du domaine délimité par la courbe (Γ), l'axe des abscisses et droites d'équation : $x = -3$ et $x = 0$. **1 pt**

5. Montrer que l'équation $f(x) = 3$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$. **0,5 pt**

Soit α la solution non nulle, montrer que : $-2 < \alpha < -\frac{3}{2}$. **0,5 pt**

Partie B :

On considère la fonction φ définie sur $\mathbb{R}$ par : $\varphi(x) = 3e^{\frac{x}{2}} - 3$.

1. Montrer que $f(x) = 3$ si et seulement si $\varphi(x) = x$. **0,25 pt**

2. Soit φ' et $\varphi''(x)$ les dérivées première et seconde de la fonction φ.

a. Calculer, pour tout réel x, $\varphi'(x)$ et $\varphi''(x)$. Justifier que $\varphi'(\alpha) = \frac{\alpha+3}{2}$. **0,75 pt**

b. Étudier le sens de variation de φ', puis celui de φ. **0,75 pt**

3. On pose $I = \left[-2\,;\,-\frac{3}{2}\right]$.

a. Montrer que, pour tout $x \in I$, $\varphi(x) \in I$. **0,5 pt**

b. Montrer que, pour tout $x \in I$, $|\varphi'(x)| \leq \frac{3}{4}$ **0,5 pt**

4. On considère la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} V_0 = -2 \\ V_{n+1} = \varphi(V_n) \end{cases}$

a. Montrer par récurrence que, pour tout entier n, $V_n \in I$. **0,5 pt**

b. Justifier que, $\forall n \in \mathbb{N}$, $|\alpha - V_{n+1}| \leq \frac{3}{4}|\alpha - V_n|$ puis que $|\alpha - V_n| \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$. **0,5 pt**

c. En déduire que la suite (V_n) est convergente et donner sa limite. **0,5 pt**

d. Déterminer le plus petit entier p tel que : $\left(\frac{3}{4}\right)^p \leq 10^{-2}$. **0,5 pt**

Donner une approximation décimale à 10^{-2} près de V_p, à l'aide d'une calculatrice, puis une valeur approchée de α à 2×10^{-2} près. **0,5 pt**