MINESEC
Lycée de Nkolnda–Nsimalen
Département de Mathématiques

Année scolaire : 2010-2011
Classe : T^{le} D **Durée : 4 heures**
Séquence I **13 Octobre 2010**
Coeff : 04

Épreuve de Mathématiques

Enseignant : **Romaric Tchapnga (PLEG)**

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie. Il est demandé à l'élève de justifier toutes ses affirmations.

EXERCICE I — 2,5 points

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ en utilisant le pivot de Gauss le système (Σ) $\begin{cases} x+y+z=0 \\ 4x+2y+z=-5 \\ 9x+3y+z=-12 \end{cases}$. 1 pt

2. Déterminer l'équation de la parabole dont la courbe représentative passe par les points : $A(1\,;\,0)$, $B(2\,;\,-5)$ et $C(3\,;\,-12)$. 1,5 pt

EXERCICE II — 5 points

Le plan orienté est rapporté au repère orthonormal direct $\left(O,\ \vec{u}\ ,\ \vec{v}\right)$.
Soit R la transformation du plan dans lui même qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z', tel que $z' = e^{i\frac{3\pi}{4}}\ z$.

1. Donner la nature et les élements caractéristiques de la transformation R. 0,5 pt

2. A est le point d'affixe 2. Calculer l'affixe z'_A du point A', image du point A par la transformation R. 0,5 pt

3. Placer les points A et A' sur une figure ainsi que le point I milieu du segment $[AA']$. 0,75 pt

4. En utilisant la nature du triangle OAA', déterminer $mes(\vec{u}\ ;\ \overrightarrow{OI})$. 0,75 pt

5. Calculer l' affixe du point I et donner l'écriture trigonométrique de z_I. 0,5 pt

6. Déduire des résultats précédents les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)$. 1 pt

7. Linéariser $\sin^5 x$. 1 pt

EXERCICE III — 2,5 points

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}-\{0\}$ par $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$.

a. Calculer $f'(x)$, $f''(x)$ et $f^{(3)}(x)$. 0,75 pt

b. Démontrer par recurrence que pour tout entier naturel $n \geq 2$, $f^{(n)}(x) = \dfrac{(-1)^n \times n!}{(x+1)^{n+1}}$. 0,75pt

2. Démontrer par recurrence que $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ 1\times 1! + 2\times 2! + 3\times 3! + \cdots + n\times n! = (n+1)! - 1$. 1 pt

PROBLEME **10 points**

Le problème comporte trois parties A, B et C sont indépendantes

Partie A

On considère l'équation (E) : $z^3-(3+7\text{i})z^2-(13-15\text{i})z+6\text{i}+18=0$ où z désigne un nombre complexe.

1. Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure, noté z_0. 0,75 pt

2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E). 1,5 pt

Partie B

Dans le plan muni dun repère ort.honormal direct $\left(\text{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$, on considère les trois points A, B et C d'affixes respectives $2\text{i},\ 2+\text{i}$ et $1+4\text{i}$.

1. Représenter A, B et C. 0,75 pt

2. Déterminer le module et un argument de $\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$. En déduire la nature du triangle ABC. 1,25 pt

3. Soit D le symétrique du point B par rapport au point A.
Déterminer l'affixe du point D. 0,75 pt

4. Quelle est la nature du triangle BCD ? 0,5 pt

Partie C

Soit z un nombre complexe distinct de $-\text{i}$. Soit Z un nombre complexe tel que $Z=\dfrac{z+2-\text{i}}{z+\text{i}}$.

1. On pose $z=x+\text{i}y$.
Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de Z en fonction de x et y. 1,5 pt

2. Déterminer l'ensemble (C) des points M(z) tel que Z soit réel. 1 pt

3. Déterminer l'ensemble (Γ) des points M(z) tel que Z soit imaginaire pur. 1 pt

4. Déterminer l'ensemble (Δ) des points M(z) tel que $|Z|=1$. 1 pt

t.me/KamerHighSchool