Ministère des Enseignements Secondaires **Evaluation n°4 : 2019-2020**
Lycée de Mokong **Classe : $1^{ère}D$**
Département de mathématiques **Durée : 3h, Coefficient : 4**

Épreuve de Mathématiques

L'épreuve est sur deux pages, dont deux grandes parties, toutes obligatoires.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15,5 PTS)

Exercice 1 : 06 points

1. (a) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant : $(S)\begin{cases} x+y+z=100 \\ 3x-2y-7z=0 \\ 6x-5y-11z=0. \end{cases}$. **1,5pt**

   (b) Hamadou, sa femme et leur enfant ont au total 100 ans. Dans **n** années, Hamadou aura la somme des âges de sa femme et de son enfant. Il y'a **n** années, la femme avait le quadruple de l'âage de l'enfant et Hamadou était 6 fois plus âgé que son enfant. Déterminer les âges actuels de Hamadou, sa femme et de leur enfant. **1,5pt**

2. (a) Vérifier que $\sqrt{12+8\sqrt{2}}=2+2\sqrt{2}$. **0,25pt**

   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $4x^2+2(\sqrt{2}-1)x-\sqrt{2}=0$. **0,75pt**

   (c) Déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'inéquation $4x^2+2(\sqrt{2}-1)x-\sqrt{2}>0$. **0,5pt**

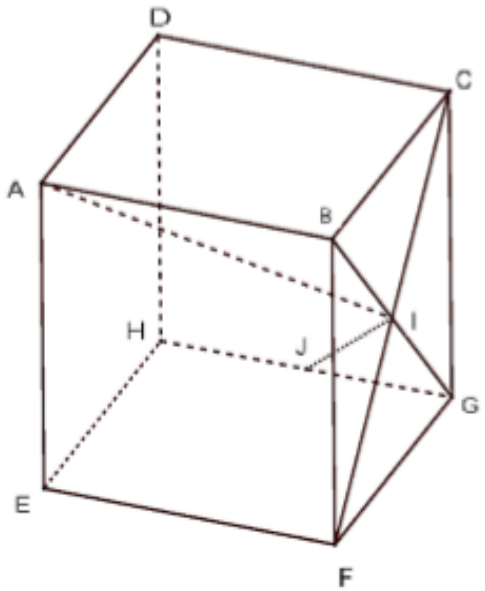
   (d) Résoudre dans $]-\pi;\pi]$ l'équation (E) : $4\cos^2 x+2(\sqrt{2}-1)\cos x-\sqrt{2}=0$. **1pt**

   (e) Placer les points images solutions de (E) sur le cercle trigonométrique . **0,5pt**

   (f) Déduire les solutions de l'inéquation $4\cos^2 x+2(\sqrt{2}-1)\cos x-\sqrt{2}>0$. **1pt**

Exercice 2 : 3,5 points

Soit le cube $ABCDEFGH$ représenté sur la figure ci-contre. I est le centre du carré $BCGF$ et J le milieu du segment $[GH]$. On se propose de déterminer la nature du triangle AIJ.



1. (a) Démontrer que $(AB)\perp(FBC)$ et déduire que $(AB)\perp(FC)$. **0,75pt**

   (b) Démontrer que $(FC)\perp(BG)$ puis déduire que $(FC)\perp(ABG)$. **0,5pt**

   (c) Déduire que $(FC)\perp(BH)$. **0,25pt**

2. (a) Sachant que $(BH)\perp(AC)$, montrer que $(BH)\perp(ACF)$. **0,5pt**

   (b) Déduire que $(AI)\perp(BH)$. **0,5pt**

3. Démontrer que le triangle AIJ est un triangle rectangle en I. **1pt**

Exercice 3 : 6 points

Soient A et B deux points du plan tels que $AB = 3cm$; $J = bar\{(A,1);(B,-2)\}$ et $I_m = bar\{(A,1+m);(B,1-m^2)\}$

1. Construire le point J. **0,5pt**
2. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles I_m existe. **0,75pt**
3. On suppose que $m \neq -1$ et $m \neq 2$.
   (a) Déterminer m pour que I_m soit le milieu du segment $[AB]$. **0,5pt**
   (b) Déterminer m pour que I_m appartient au segment $[AB]$. **0,5pt**
   (c) Déterminer m pour que I_m n'appartient pas au segment $[AB]$. **0,5pt**
4. Soit $K = bar\{(A,1);(B,2)\}$
   (a) Montrer que pour tout point M, $\vec{MA} + 2\vec{MB} = 3\vec{MK}$ et $\vec{MA} - 2\vec{MB} = -\vec{MJ}$. **1pt**
   (b) En déduire que $MA^2 - 4MB^2 = -3\vec{MK}.\vec{MJ}$ **0,5pt**
   (c) On pose G le milieu de $[KJ]$, montrer que $MA^2 - 4MB^2 = -3MG^2 + 12$. **0,75pt**
   (d) Déterminer puis construire l'ensemble des ponits M du plan tels que $MA^2 - 4MB^2 = -63$. **1pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (04,5 PTS)

Dans le plan d'aménagement du Canton Mokong, Il est prévu dans une zone spécifique la construction trois maisons A, B et C non alignées dont un commisariat, une gendarmerie et un magasin de stockage de coton. Il est aussi prévu des bouches d'eau à incendie, la première E et la seconde F, aux environs. La société de distribution d'eau **CAMWATER** doit installer une source souterraine d'eau pour l'approvisionnement principal en un point M, tel que $\vec{ME} = \vec{MA} + \vec{MB}$ et $\vec{MF} = \vec{MA} - \vec{MB}$. Le protocol de la société **CAMWATER** exige que la source centrale soit d'abord construite avant la construction des bouches d'eau. Les ingégneurs ont trois optons :

- Option 1 :" la norme de $\vec{MA} + \vec{MB}$ est égale à $6000m$".
- Option 2 :"la norme de $\vec{MA} + \vec{MB}$ est égale à la norme de $\vec{MA} - \vec{MB}$".
- Option 3 :" $\frac{\vec{MA}}{\vec{MB}} = 1$ et $\frac{\vec{MA}}{\vec{MC}} = 1$".

Tache 1 : Déterminer une position possible de la première bouche d'eau pour l'option 1. **1,5pt**

Tache 2 : Déterminer une position possible de la deuxième bouche d'eau pour l'option 2. **1,5pt**

Tache 3 : Déterminer une position possible pour la source principale pour l'option 3. **1,5pt**