LYCÉE DE MIMBOMAN **DEVOIR DE MATHÉMATIQUES**
CLASSE : 2nde C1 **Sixième Séquence : Mai 2001**

Exercice 1 : 3 points

x, y et z sont trois nombres réels.

1) Démontrer que :
$2xy \leqslant x^2 + y^2 \qquad (1)$ **(1 pt)**

2) En utilisant (1) et deux autres inégalités du même type, démontrer que :
$xy + xz + yz \leqslant x^2 + y^2 + z^2$ **(2 pts)**

Exercice 2 : 5 points

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les systèmes sivants :

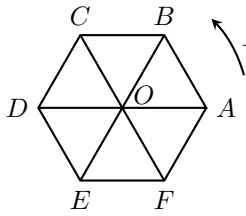
$$\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{2} = \dfrac{5}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{3}{x-1} - \dfrac{1}{y} = 15 \\ \dfrac{2}{2x-2} - \dfrac{1}{y} = 5 \end{cases} \qquad (\mathbf{1,5\,pts \times 2})$$

2) Un jardin public a la forme d'un rectangle dont la longueur dépasse de 40 m la largeur. Une allée en fait le tour. Pour parcourir un 5 000 m, Pierre doit faire 11 tours complets, plus 72 m. Calculer les dimensions du jardin. **(2 pts)**

Exercice 3 : 5 points

1) Soient A et B deux points donnés du plan tels que $AB = 4$·
a) Pour tout point M du plan, calculer $MA^2 + MB^2$ en fonction de la distance IM.
I étant le milieu de $[AB]$. **(1,5 pts)**
b) En déduire le lieu des points M du plan tels que : $MA^2 + MB^2 = 26$. **(1 pt)**

2) $ABCDEF$ est l'hexagone régulier, de centre O, de la figure suivante formée de six triangles équilatéraux.



Déterminer, en radian, la mesure principale de chacun des angles suivants :
$\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right)$, $\left(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AB}\right)$, $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF}\right)$, $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ et $\left(\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{AF}\right)$. **(2 pts)**

Exercice 4 : 7 points

1. a. Résoudre graphiquement le système d'inéquations :

$$\begin{cases} x + 2y - 8 \leqslant 0 \\ 5x - y - 21 \geqslant 0 \\ x - 4y - 8 \leqslant 0 \\ -3x + 2y - 6 \leqslant 0 \end{cases} \quad \textbf{(2 pts)}$$

b. Déterminer les couples à coordonnées entières solutions de ce système. **(1 pt)**

2) $ABCD$ est un parallélogramme.
On construit, à l'extérieur de ce parallélogramme, les points E et F tels que les triangles AEB et ADF soient équilatéraux. **(1 pt)**
a) Soit R la rotation de centre F qui transforme D en A. Montrer que $R(C) = E$. **(2 pts)**
(On pourra poser $C' = R(C)$ et montrer que $C' = E$)
b) En déduire la nature du triangle FEC. **(1 pt)**