LYCÉE DE MIMBOMAN
MATHÉMATIQUES 2nde C

4e SÉQUENCE
DURÉE : 3 H
COEF. : 6

Exercice : (4 pts)

Madame ATANGANA a placé une somme de 45 000 XAF à un taux de t % pendant un an. L'ensemble du capital ainsi obtenu est ensuite placé à un taux de $(t+2)$ % et produit alors un intérêt de 4 860 XAF.

1-) Montrer, en donnant les détails de vos calculs, que t vérifie l'équation $t^2 + 102\,t - 880 = 0$.

2-) Calculer t.

Problème (le problème comporte deux parties A et B indépendantes) (16 pts)

Partie A : (8 pts)

Soit ABC un triangle, O le centre de son cercle circonscrit et H le point défini par $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$.

1- a) Démontrer que $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AH}$. En déduire que : si $\overrightarrow{AH}$ n'est pas le vecteur nul, alors sa direction est orthogonale à celle de $\overrightarrow{BC}$.

b) Que peut-on dire de la direction de $\overrightarrow{BH}$? De la direction de $\overrightarrow{CH}$?

c) Que représente H pour le triangle ABC.

2- Soit G l'isobarycentre de A, B et C.
Démontrer que pour tout point M du plan, $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\,\overrightarrow{MG}$. En déduire la colinéarité de $\overrightarrow{OH}$ et $\overrightarrow{OG}$; préciser la relation de dépendance linéaire liant $\overrightarrow{OH}$ et $\overrightarrow{OG}$.

3- Dessiner une figure soignée illustrant les questions précédentes.

Partie B : (8 pts)

1- Vérifier que $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} = \dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ et $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} = \dfrac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$.

Le plan affine euclidien est rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère les droites $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ d'équations respectives $y = x$ et $y = -\sqrt{3}\,x$.

a) Tracer $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ et vérifier que les points $A_1\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ et $A_2\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ appartiennent respectivement à $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$.

On appelle angle des demi-droites $[OA_1)$ et $[OA_2)$, l'angle des vecteurs $\overrightarrow{OA_1}$ et $\overrightarrow{OA_2}$.
On pose : $\vec{e_1} = \overrightarrow{OA_1}$ et $\vec{e_2} = \overrightarrow{OA_2}$ et on se propose de déterminer l'angle des deux demi-droites $[OA_1)$ et $[OA_2)$.

b) Calculer les valeurs exactes de $\cos(\vec{e_1}, \vec{e_2})$ et $\sin(\vec{e_1}, \vec{e_2})$.

2- a) Sachant que $\cos\dfrac{5\pi}{6} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, calculer le $\cos\dfrac{5\pi}{12}$ et le $\sin\dfrac{5\pi}{12}$.

b) Déduire des questions précédentes le nombre réel θ de l'intervalle $]0, \pi]$, mesure en radians de l'angle des deux demi-droites $[OA_1)$ et $[OA_2)$.

BONNES FÊTES ! !

Linus NGADENA