



LYCÉE DE MIMBOMAN

Classe : 2nde C₁

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES

2^e Séquence : Novembre 2000

Exercice 1 : 3 points

On donne les nombres $A = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ et $B = \sqrt{12 - 2\sqrt{35}}$

1- Calculer $(2 - \sqrt{3})^2$ et $(\sqrt{5} - \sqrt{7})^2$ et en déduire une expression simplifiée de A et B (2 pts)

2- Montrer que pour tous les réels a et b , on a : $(a\sqrt{2} + b)^2 + (a - b\sqrt{2})^2 = 3(a^2 + b^2)$ (1 pt)

Exercice 2 : 2,5 points

1- Sachant que le réel x appartient à l'intervalle $] -3; 5[$, à quel intervalle le réel $y = -5x + 2$ appartient-il ? (1 pt)

2- Soit a un nombre réel non nul

a) Comparer $\frac{2a}{a^2 + 1}$ et $\frac{2a - 1}{a^2}$ (1 pt)

b) En déduire, sans calcul, la comparaison de $\frac{14}{50}$ et $\frac{13}{49}$ (0,5 pt)

Exercice 3 : 4,5 points

On considère la fonction f définie sur $[-1; 1]$ par $f(x) = -2x^2 - 2x + 5$

1- Quel est le sens de variation de f sur les intervalles $\left[-1; -\frac{1}{2}\right]$ et $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$? (2 pts)

Pour tous les nombres réels distincts u et v de $[-1; 1]$, on calculera $\frac{f(v) - f(u)}{v - u}$ et on étudiera le signe de cette expression pour u et v dans chacun des deux intervalles

2- Établir le tableau de variation de f et en déduire que f admet sur $[-1; 1]$ un maximum et un minimum dont on donnera les valeurs (2,5 pts)

Exercice 4 : 3 points

Soit trois points non alignés O , A et B

1- Construire le point D tel que $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ (0,5 pt)

2- Soit C le point défini par $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$. Montrer que O est le milieu de $[CD]$ (0,5 pt)

3- Construire les points E tel que $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$ et F tel que $\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ (1 pt)

Démontrer que le quadrilatère $AEFB$ est un parallélogramme (1 pt)

Exercice 5 : 7 points

1- Soit un parallélogramme $ABCD$. Les points I , J et F sont définis par $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DJ} = \overrightarrow{JC}$ et $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{FB}$

a) Faire une figure (1 pt)

b) Écrire chacun des vecteurs $\overrightarrow{IE}$ et $\overrightarrow{FJ}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AD}$ (1,5 pts)

c) En déduire que les droites (IE) et (FJ) sont parallèles (0,5 pt)

2- On considère un carré $ABCD$ de côté $a = 1$. On trace deux triangles équilatéraux, l'un, BIC , intérieur au carré et l'autre, CJD , extérieur au carré.

a) Placer le milieu E de $[BC]$ et le milieu F de $[AD]$ puis calculer IE et IF (1,5 pts)

b) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AJ}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ (1,5 pts)

c) Démontrer que A , I et J sont alignés (1 pt)