LYCEE DE MBALMAYO-RURAL **Evaluation N°2 2019-2020**

DEPARTEMENT DE Mathématiques **Classe : T^le D Durée : 4h Cœff4**

BP :……. MBALMAYO Tél :

Examinateur : MOUOKO



Epreuve de Mathématiques

L'épreuve comporte deux exercices obligatoires et un problème répartis sur deux pages. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie de l'élève.

Exercice 1 : 5pts

I) Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$. Pour tout nombre complexe z, on pose

$P(z) = z^3 - (7+8i)z^2 - 3(3-13i)z + 4(11-7i)$

1) Démontrer que l'équation $P(z)=0$ admet une solution imaginaire z_0 que l'on déterminera. **0,75pt**
2) Déterminer deux nombres complexes a et b tels que $P(z) = (z-4i)(z^2+az+b)$. **0,75pt**
3) Calculer $(2+3i)^2$ puis résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z)=0$. **1pt**

II) On considère les points A, B et C d'affixes respectives $2+i; 5+3i$ et $4i$

1) Calculer $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ et en déduire la nature du triangle BAC. **0,5pt**
2) Calculer l'affixe de G barycentre du système $\{(A,4);(B,2);(C,-3)\}$. **0,25pt**

III) Soit $Z = 2\sqrt{3}+2i$

1) Trouver sous forme algébrique et sous forme trigonométrique les racines carrées de Z. **1pt**

2) En déduire les lignes trigonométriques de $\frac{\pi}{12}$. **0,75pt**

Exercice 2 : 4pts

1) Calculer $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{4x^2+x}-2x$; $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4}$; $\lim_{x\to-\infty}\frac{\cos x}{5x+3}$ **1,5pt**
2) La fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=\frac{\sqrt{4x+1}-5}{\sqrt{9x-5}-7}$ admet-elle un prolongement par continuité en $x_0=6$? Si oui, définir ce prolongement. **1pt**
3) Etudier les branches infinies en $x_0=+\infty$ de $f(x)=\sqrt{16x^2-5x+7}$ **0,75pt**
4) Soit la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x)=\begin{cases}\frac{x-2}{2x+5} & si\ x\le -1\\ \frac{x-5}{x+7} & si\ x>-1\end{cases}$

Etudier la continuité de f en -1. **0,75pt**

Problème

(Il comporte trois parties A, B et C)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ par $f(x)=\frac{x^3+2x^2}{x^2-1}$ et (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$. **Unité graphique : 2 cm**

Partie A : **Etude d'une fonction auxiliaire h.**

Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=x^3-3x-4$.

t.me/KamerHighSchool

1)
   a) Etudier les variations de h et dresser le tableau de variations de h. **1pt**
   b) Montrer qu'il existe un réel α unique tel que $h(x) = 0$. **0,5pt**
   c) Vérifier que $2 < \alpha < 3$. **0,5pt**
   d) Donner à l'aide de la méthode par balayage, un encadrement de α à $0{,}1$ près. **0,5pt**
2) En déduire le signe de h sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**

<u>Partie B</u> : Etude et tracé de la fonction f

1) Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de chacun des intervalles de son ensemble de définition. **1,5pt**
2)
   a) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, $f'(x) = \frac{xh(x)}{(x^2-1)^2}$. **0,75pt**
   b) En utilisant les résultats de la partie A, préciser le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau des variations de f. **0,75pt**
3)
   a) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, $f(x) = x + 2 + \frac{x+2}{x^2-1}$. **0,5pt**
   b) En déduire que la courbe (C) admet une asymptote oblique (D) en $+\infty$ et en $-\infty$. **0,5pt**
   c) Etudier la position de (C) par rapport à (D). **0,5pt**
4) Tracer la courbe (C) et la droite (D). **2pts**

<u>Partie C</u> : Etude et tracé d'une réciproque.

On désigne par g la restriction de f à l'intervalle $]-\infty; -1[$.

1) Montrer que g admet une réciproque g^{-1}. **0,5pt**
2) Tracer la courbe (C') de g^{-1} , justifier ce tracé. **1pt**

t.me/KamerHighSchool