LYCEE DU MANENGOUBA ANNEE SCOLAIRE 2016-2017
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES SEQUENCE N0 3
CLASSE : TD DUREE : 2H30 Coef : 04

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Exercice 1 : 5points

I- Soit la fonction $T: x \longmapsto \frac{x+1}{x-2}$ n fois dérivable sur $IR \setminus \{2\}$.

1. Calculer, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}, T'(x)$. 0.25pt
2. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$, pour tout entier naturel $n\ non\ nul, T^{(n)}(x) = \frac{3(-1)^n \times n!}{(x-2)^{n+1}}$ où $T^{(n)}$ est la dérivée $n - ième$ de T. 1.75pt

II- Soit m une fonction deux fois dérivables sur $\left]-\infty; \frac{3}{2}\right[$ telle que $m(x) = \sqrt{3-2x}$.

1. Calculer $\forall x \in \left]-\infty; \frac{3}{2}\right[$, $m'(x)\ \ et\ m''(x)$ puis déduire le sens de variation de m'. 1pt
2. Montrer que pour tout $x \in \left[1; \frac{5}{4}\right], -\sqrt{2} \leq m'(x) \leq -1$. 1pt
3. Montrer que pour tout $x \in \left[1; \frac{5}{4}\right], -\sqrt{2}(x-1)+1 \leq m(x) \leq -x+2$. (on utilisera l'inégalité des accroissements finis sur $[1; x]$). 1pt

Exercice 2 : 4 points

I- Déterminer les primitives des fonctions suivantes sur l'intervalle K. 2 pts

1) $g: x \longmapsto \frac{2}{1-x}$, $K =]1; +\infty[$. 2) $h: x \longmapsto cos2xsin2x$, $K = \mathbb{R}$.

II- Déterminer les ensembles de définitions des fonctions à variables réelles suivantes.

1) $f_1: x \longmapsto ln(-lnx)$. 2) $f_2: x \longmapsto \frac{x-3}{1-lnx}$ 2pts

Problème : 11points

Partie A : On considère la fonction f à variable réelle défini par $f(x) = x^3 + 3x + 4$.

1. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations. 1.5pt
2. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur IR. 1pt
3. a) calculer $f(-1)$,puis dresser le tableau de signe de $f(x)$. 1pt

Partie B : Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

Soient la fonction $\begin{matrix} g: IR \longmapsto IR \\ x \longmapsto \frac{2-x^3}{1+x^2} \end{matrix}$ et (C)sa courbe représentative dans le repère (O, I, J).

1. Déterminer l'ensemble de définition D_g de g et calculer les limites à chacun de ses bornes. 1pt
2. Montrer que la droite $(D): y = -x$ est asymptote à $(C) en +\infty\ et\ en -\infty$. 1pt
3. Etudier la positions de (C) par rapport à (D). 1pt
4. Montrer que pour tout $x \in D_g, g'(x) = \frac{-xf(x)}{(1+x^2)^2}$. 1pt
5. Dresser le tableau de variations de g. 1pt
6. Construire $(C)\ et (D)$. pendre $\sqrt[3]{2} = 1.25$. 1.5pt
7. Soit h la restriction de g à $[0; +\infty[$. Dresser le tableau de variations de h^{-1} fonction réciproque de h et construire en pointillés sa courbe (C'). 1pt

t.me/KamerHighSchool