MINESEC **Année scolaire : 2010-2011**
Lycée de Japoma **Classe : T^le D Durée : 2h30**
Département de Mathématiques **Séquence 3 Janvier 2011**
Coef : 04

Épreuve de Mathématiques

EXERCICE 1 **4 points**

On considère l'équation : $(E) : z^3 + (-8+i)z^2 + (17-8i)z + 17i = 0$.

1. Montrer que $-i$ est solution de (E). [0,5pt]

2. Déterminer les nombres réels a, b et c tels que [1,5pt]

$$z^3 + (-8+i)z^2 + (17-8i)z + 17i = (z+i)(az^2+bz+c).$$

3. Résoudre l'équation (E) dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes. [2pt]

EXERCICE 2 **5 points**

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E') : $\ln(3-x) + \ln 2 - \ln(2x+1) = 0$. [1pt]

2. Déterminer les primitives de la fonction f sur K dans chacun des cas suivants :

a. $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x}$, $K =]0;+\infty[$. [1pt]

b. $f(x) = \frac{2x+1}{3x^2+3x+1}$, $K = \mathbb{R}$. [1pt]

3. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant : [1pt]

$$\begin{cases} x + y = 4e \\ \ln x + \ln y = 2\ln e + \ln 3 \end{cases}$$

Problème **12 points**

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par

$$f(x) = 2 - x - \frac{4\ln x}{x}$$

et (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal.

1. Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = -x^2 - 4 + 4\ln x$.

a. Etudier le sens da variation de g et déterminer son maximum sur $]0;+\infty[$. [2pt]

b. En déduire le signe de g sur $]0;+\infty[$. [1pt]

2. **a.** Calculer les limites de f en 0^+ et en $+\infty$. [1pt]

b. Etudier les variations de f et donner son tableau de variations. [2pt]

3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution x_0 vérifiant $1 \leq x_0 \leq \frac{3}{2}$. [1pt]

4. Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = 2 - x$ est asymptote à (C) et étudier la position de (C) par rapport à (Δ). [2pt]

5. Déterminer les coordonnées du point A de (C) en lequel (C) admet une tangente (T) parallèle à la droite (Δ). [1pt]

6. Tracer le droites (Δ) et (T), puis la courbe (C). [2pt]

t.me/KamerHighSchool