MINESEC
Lycée de Japoma
Département de Mathématiques

Année scolaire 2015-2016
Classe : T^le D Durée : 3 heures
Samedi 17 Octobre 2015
Coef 4

Épreuve de Mathématiques

Enseignant : **Njionou Patrick, S.**

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie. Il est demandé à l'élève de justifier toutes ses affirmations.

EXERCICE 1 — 5 points

1. Démontrer par récurrence les relations suivantes

a. $\sum_{k=1}^{n} k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$. [1pt]

b. $\sum_{k=1}^{n} k(k+1)(k+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$. [1pt]

c. $\sum_{k=1}^{n} k(k+1)\cdots(k+p) = \frac{n(n+1)(n+2)\cdots(n+p+1)}{p+2}$. [1pt]

d. x est un nombre réel différente de 1 : $1 + x + x^2 + \cdots + x^n = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$. [1pt]

e. $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n n!}{(x-1)^{n+1}}$ où $f(x) = \frac{1}{x-1}$ et $f^{(n)}$ désigne la dérivée n$^{\text{ième}}$ de f. [1pt]

EXERCICE 2 — 7 points

1. Résoudre les équations suivantes :

a. $x^4 - x^2 - 6 = 0$. [0,5pt] **b.** $x^4 - 9x^2 = 0$. [0,5pt]

2. Résoudre par la méthode du déterminant les systèmes suivants :

a. $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ -x + y = -2 \end{cases}$; [0,5pt] **b.** $\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ -x + y = 2 \end{cases}$ [0,5pt]

3. **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ et par la méthode du pivot de Gauss le système suivant : [2pts]

$$\begin{cases} x + y + z = 90 \\ 6x + 3y + 4z = 380 \\ 2x + y + z = 125 \end{cases}$$

b. Deux hommes d'affaires organisent une partie de chasse aux antilopes, aux autruches et aux oies. A leur retour, on lit sur le rapport de chasse : "90 têtes et 250 pattes d'animaux tués". Le transporteur perçoit une somme de 190 000frs à raison de 3 000 frs par antilope, 1 500 frs par autruche et 2 000 frs par oie.

Combien d'antilopes, d'autruches et d'oies ont été raménés de cette partie de chasse ? [1pt]

EXERCICE 3 — 8 points

1. Ecrire chacun des nombres complexes suivants sous la forme $a + ib$ où $a, b \in \mathbb{R}$.

t.me/KamerHighSchool

a. $A = (2-i)(3+4i)$, [0,5pt]

b. $B = \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{2}{3} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, [0,5pt]

c. $C = \dfrac{2-i}{3-4i}$, [0,5pt]

d. $D = \dfrac{-3+4i}{4-3i}$. [0,5pt]

2. Donner la forme trigonométrique, puis polaire de chacun des nombres complexes suivants :

a. $E = 1+i$, [0,5pt]

b. $F = 1-\sqrt{3}i$, [0,5pt]

c. $G = \dfrac{1+i}{1-\sqrt{3}i}$, [0,5pt]

d. $H = (1+i)(1-\sqrt{3}i)$. [0,5pt]

3. En utilisant la question précédente, déduire :

a. $\cos\dfrac{7\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{7\pi}{12}$; [0,5pt]

b. $\cos\dfrac{\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{\pi}{12}$. [0,5pt]

4. Soit z le nombre complexe égal à $1+i\sqrt{3}$

a. Mettre z sous la forme trigonométrique. [0,5pt]

b. En déduire la forme algébrique du nombre complexe $(1+i\sqrt{3})^{10}$. [0,5pt]

c. Déterminer les entier naturels n pour que z^n soit un nombre réel. [0,5pt]

5. On considère le nombre complexe $Z = \dfrac{1+i}{1-i}$.

a. Déterminer la forme polaire de Z. [0,5pt]

b. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $\left(\dfrac{z+1}{z-1}\right)^n = Z$. [1pt]



t.me/KamerHighSchool