MINESEC
Lycée de Japoma
Département de Mathématiques

Année scolaire 2015-2016
Classe : 2nde C, Durée : 3 heures
Séquence 3, 16 Janvier 2016
Coef 6

Épreuve de Mathématiques

Enseignant : **Njionou Patrick, S.**

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie. Il est demandé à l'élève de justifier toutes ses affirmations.

EXERCICE 1 **6 points**

1. On pose $\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

a. Calculer $\varphi - 1$ et $\dfrac{1}{\varphi}$. [1pt]

b. Comparer les résultats obtenus. [0,5pt]

c. En déduire que φ est une solution de l'équation $x^2 = x + 1$. [0,5pt]

d. Déduire une valeur de φ^2. [0,5pt]

2. Dans cette question on se propose de déterminer une valeur approchée de $\sqrt{2}$ dans le cas où on ne dispose pas d'une calculatrice.

a. Montrer que $\sqrt{2} - 1 = \dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$. [0,5pt]

b. En déduire que $\sqrt{2} = 1 + \dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$. [0,5pt]

c. En déduire que $\sqrt{2} = 1 + \dfrac{1}{2 + \dfrac{1}{1+\sqrt{2}}}$. [0,5pt]

d. En déduire que $\sqrt{2} = 1 + \dfrac{1}{2 + \dfrac{1}{2 + \dfrac{1}{1+\sqrt{2}}}}$. [0,5pt]

e. On pose $A = 1 + \dfrac{1}{2 + \dfrac{1}{2 + \dfrac{1}{2}}}$.

i. Ecrire A sous la forme $\dfrac{a}{b}$ où a et b sont des entiers naturels. [1pt]

ii. A l'aide de votre calculatrice, vérifier que A est une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à 10^{-2} près. [0,5pt]

EXERCICE 2 **5 points**

On considère le polynôme défini par $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 17x + 12$.

1. Calculer $P(1)$. [0.5pt]

2. Donner la forme canonique de $Q(x) = 2x^2 + 5x - 12$. [1pt]

3. En déduire une factorisation de $Q(x)$. [1pt]

4. Faire la division euclidienne de $P(x)$ par $x - 1$ et en déduire une factorisation de $P(x)$. [1pt]

5. Etudier le signe de P dans un tableau de signes. [1pt]

6. Résoudre l'inéquation $P(x) < 0$. [0.5pt]

EXERCICE 3 **3 points**

Soit x et y deux nombres réels.

1. Développer $(y-x)(y^2+xy+x^2)$. [1pt]

2. Démontrer que $y^2+xy+x^2=\left(y+\frac{x}{2}\right)+\frac{3}{4}x^2$. [1pt]

3. Déduire des questions précedentes que si $x<y$, alors $x^3\leq y^3$. [1pt]

EXERCICE 4 **6 points**

1. ABC est un triangle.

a. Construire les points M et N tels que $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{AC}$. [0.5pt]

b. Exprimer $\overrightarrow{BN}$ en fonction de $\overrightarrow{MC}$ et déduire que $(BN)//(MC)$. [1pt]

2. Soit $(\vec{i},\vec{j})$ et $(\vec{u},\vec{v})$ deux bases de du plan vectoriel tel que $\vec{i}=\vec{u}+\vec{v}$ et $\vec{j}=\vec{u}-\vec{v}$.

a. Déterminer les coordonnées de $\vec{i}$ et $\vec{j}$ dans la base $(\vec{u},\vec{v})$. [1pt]

b. Exprimer $\vec{u}$ et $\vec{v}$ en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$ et en déduire les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans la base $(\vec{i},\vec{j})$. [1.5pt]

3. A, B et C sont trois points de coordonnées respectives $(2;1)$, $(-1;1)$ et $(3;4)$.

a. Déterminer les coordonnées du point A', milieu du segment $[BC]$. [0.5pt]

b. On pose $\vec{v}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$. Déterminer les coordonnées de $\vec{v}$. [0.5pt]

c. Soit G le point tel que $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$. Déterminer les coordonnées de G. [1pt]

