MINESEC *Séquence 2 2019/2020*
LYCEE D'EBEBDA *Classe : P_D*
DEPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES *Durée : 3heure / coef : 4*

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

NB: *Clarté, lisibilité et précision seront prises en compte dans l'évaluation de la copie.*

PARTIE A : EVALUATION DES RESOURSES (15 ,5 points)

Exercice 1 : (5,5 points)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système : $\begin{cases} x-y+z=-2 \\ 4x+2y+z=7 \\ x+y+z=6 \end{cases}$. **[1,5pt]**
2) Déterminer les valeurs de a, b et c pour que la parabole d'équation ax^2+bx+c passe par les points $M(-1\,;-2)$, $N(2\,;7)$ et $P(1\,;6)$. **[2pts]**
3) a) Développer $\left(1-\sqrt{3}\right)^2$ **[0,5pt]**
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2+\left(1-\sqrt{3}\right)x+\sqrt{3}=0$ **[0,75pt]**
c) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $2x^2+\left(1-\sqrt{3}\right)x+\sqrt{3}>0$ **[0,75pt]**

Exercice 2 : (3 points)

On considère l'équation (E) : $x^4+10x^3+26x^2+10x+1=0$

1) Montrer que 0 n'est pas solution de cette équation. **[0,25pt]**
2) Démontrer que (E) est équivalente à l'équation : $x^2+10x+26+\frac{10}{x}+\frac{1}{x^2}=0$ **[0,5pt]**
3) On pose : $X=x+\frac{1}{x}$. Montrer que $x^2+\frac{1}{x^2}=X-2$ **[0,5pt]**
4) Déduire que si x est solution de (E) alors X est solution de l'équation : (E') : $X^2+10X+24=0$ **[0,75pt]**
5) Résoudre (E') et en déduire les solutions de (E). **[1pt]**

Exercice 3 : (4 points)

ABC est un triangle équilatéral de coté 4cm. P est le milieu de $[AB]$, G est le milieu de $[PC]$, K est le point le point tel que $\overrightarrow{CK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ et J est le barycentre des points $(A,1)$ et $(C,2)$.

1) Réaliser une figure où vous placerez les points P, G, K et J. **[1pt]**
2) Ecrire K comme barycentre des points B et C affectés des coefficients à préciser. **[0,5pt]**
3) Démontrer que les points A, G et K sont alignés. **[0,5pt]**
4) Démontrer que les droites (AK), (BJ) et (CP) sont concourantes en G. **[1pt]**
5) Soit (C) l'ensemble des points M du plan tels que $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=16$
   a) Déterminer le réel k tel que pour tout M, $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=k\overrightarrow{MG}$ **[0,5pt]**
   b) Déduire la nature de (C) et le construire. **[0,5pt]**

Exercice 4 : (3 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Soit $A(-1\,;2)$ et $B(1\,;3)$ deux points du plan. (C) est le cercle de centre A et passant par .

1) Montrer qu'une équation cartésienne du cercle (C) est : $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ **[1pt]**
2) (C) coupe la droite (D) d'équation $x = 1$ en deux points.
   Déterminer les coordonnées de ces deux points. **[1pt]**
3) Soit (D') une droite d'équation $2x - y + 5 = 0$.
   a) Déterminer la distance du point A à la droite (D'). **[0,5pt]**
   b) Déterminer la position de (C) et (D'). **[0,5pt]**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4 ,5 points)

Déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en utilisant les barycentres pour déterminer des positions géométriques.
Afin d'alimenter deux villages A et B distants de 100m en eau potable, les élites du village font appel à trois ingénieurs.

- L'ingénieur 1 demande de construire des forages en des points M tels que $\overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = 10000$
- L'ingénieur 2 demande de les construire en des points P tels que $\overrightarrow{PA}.\overrightarrow{PB} = -900$
- l'ingénieur 3 demande de les construire en des points N tels que $\frac{NA}{NB} = 50$

Tache 1 : Déterminer l'ensemble des positions occupées par les forages en tenant compte de la proposition de l'ingénieur 1 **[1,5pt]**
Tache 2 : Où va-t-on construire les puits de forages si on tient compte de la conception de l'ingénieur 2 ? **[1,5pt]**
Tache 3 : Pour l'ingénieur 3 où doit-on positionner les puits de forages ? **[1,5pt]**

Bonne chance