MINESEC	LYCEE CLASSIQUE D'EDEA			
DRL-DSSM	EXAMEN	SEQUENCE N° 4	Durée : 3h	Classe : 1ère C
COEFF. 6	EPREUVE	MATHEMATIQUES	Mois de Février 2018	

EXERCICE 1 : 4 points

1. On considère le polynôme P défini par $P(x)=4x^3-2x^2-3x+1$.
   (a) Calculer $P(1)$. **0,25pt**
   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x)=0$. **0,75pt**
2. Exprimer $\cos 2x$ et $\cos 3x$ en fonction de $\cos x$. **0,75pt**
3. Résoudre dans $[0;2\pi[$ l'équation $(E):\cos 2x=\cos 3x$ et placer les points images des solutions de (E) sur le cercle trigonométrique. **1,25pt**
4. Montrer que l'équation $(E_0):4\cos^3 x-2\cos^2 x-3\cos x+1=0$ est équivalente à l'équation (E). **0,5pt**
5. En déduire les valeurs exactes de $\cos\dfrac{2\pi}{5}$ et $\cos\dfrac{4\pi}{5}$. **0,5pt**

EXERCICE 2 : 3 points

A) Dans une classe de 1ère C de 50 élèves, chaque élève pratique le football ou le basketball. 30 élèves pratiquent le football et 37 pratiquent le basketball. On désire constituer un comité de sept élèves pour représenter la classe aux élections du bureau de la coopérative.

1. Combien de comités peut-on former ? **0,5pt**
2. Combien de comités composés uniquement d'élèves pratiquant les deux sports peut-on former ? **0,5pt**

B) Soit E le plan vectoriel rapporté à la base $\mathscr{B}=(\vec{i},\vec{j})$.

On considère l'endomorphisme f de E dans E tel que pour tout vecteur $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$ de E, $f(\vec{u})=3(x-2y)(\vec{i}+\vec{j})$.

1. Ecrire la matrice de f dans la base $\mathscr{B}$. **0,5pt**
2. Trouver la matrice de $f\circ f$ dans la base $\mathscr{B}$. **0,5pt**
3. Déterminer le noyau de f et en préciser une base. **0,5pt**
4. Déterminer $f(E)$ et préciser une base de $\operatorname{Im} f$. **0,5pt**

EXERCICE 3 : 3 points

$ABCD$ est un carré de sens direct de centre O et ADE est un triangle équilatéral direct extérieur au carré $ABCD$. G est le centre de gravité de ADE; r et r' sont des rotations de centre G telles que $r(A)=D$ et $r'(A)=E$; t est la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ et F est le point d'intersection des droites (DG) et (AB).

1. Faire une figure claire. **0,5pt**
2. Déterminer une mesure de l'angle de r et une mesure de l'angle de r'. **0,5pt**
3. Déterminer $r\circ r'$. **0,5pt**

t.me/KamerHighSchool

4. Déterminer $S_{(EG)} \circ S_{(AC)}$. **0,5pt**

5. **(a)** Déterminer les droites (Δ_1) et (Δ_2) telles que $r = S_{(\Delta_1)} \circ S_{(EG)}$ et $t = S_{(EG)} \circ S_{(\Delta_2)}$. **0,5pt**

   (b) Déterminer alors $r \circ t$ et $r \circ S_{(EG)}$. **0,5pt**

PROBLEME : 10 points

PARTIE A : 6 points

Soit f la fonction numérique définie par $f(x)\dfrac{-2x^2+3x+2}{2x-1}$. On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f et calculer les limites de f aux bornes de D_f. **1pt**
2. Déterminer trois réels a, b et c tels que : $\forall x \in D_f$, $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{2x-1}$, puis en déduire que la courbe C_f admet une asymptote oblique (Δ) que l'on déterminera. **0,75pt**
3. Etudier les positions relatives de C_f et (Δ). **0,5pt**
4. Calculer la dérivée f' de f et dresser le tableau des variations de f. **0,75pt**
5. Montrer que le point $\Omega\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ est centre de symétrie de C_f. **0,5pt**
6. Tracer la courbe C_f la courbe et ses asymptotes. **1pt**
7. Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre et le signe des solutions de l'équation $(E_m): -2x^2 + (3-2m)x + 2 + m = 0$. **0,75pt**
8. On considère la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{-2x^2+3x+2}{|2x-1|}$.
   Ecrire g sans symbole valeur absolue, puis construire la courbe C_g de la fonction g dans le même repère que celui de C_f. **0,75pt**

PARTIE B : 4 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ \forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = \dfrac{3}{2}U_n + 1 \end{cases}$

1. **(a)** Tracer les droites (D) et (Δ) d'équations respectives : $y = \dfrac{3}{2}x + 1$ et $y = x$; puis construire les quatre premiers termes de la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sur l'axe des abscisses. **1pt**

   (b) Utiliser cette construction pour conjecturer le sens de variation et la limite de (U_n). **0,5pt**
2. Soit $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie pour tout entier naturel n par $V_n = U_n + 2$.

   (a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son 1er terme. **0,75pt**

   (b) Exprimer V_n et U_n en fonction de n. **0,75pt**

   (c) On pose : $A_n = U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_n$ et $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + ... + V_n$.
   Exprimer S_n puis A_n en fonction de n et étudier la convergence de la suite (A_n). **1pt**

t.me/KamerHighSchool