MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LYCEE BILINGUE DE TCHOLLIRE
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

MINISTRY OF SECONDARY EDUCATION
G.B.H.S.OF TCHOLLIRE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS

Année scolaire	EXAMEN	Classe	Epreuve	Coef	Durée	Examinateur
2018-2019	2e Séquence	Tle C	Mathématiques	5	04h00min	MBALLA Ernest

L'épreuve comporte trois (03) exercices et un (01) problème ayant deux (02) parties, le tout écrit sur deux (02) pages.
La clarté du raisonnement et le soin porté à la copie seront pris en compte dans la correction.

Bonne chance à tous !!!

Exercice 1 / 4 pts

$\boldsymbol{a}$ désigne un nombre réel, $\boldsymbol{n}$ un entier naturel supérieur ou égal à 2 et $\boldsymbol{p}$ un entier naturel non nul.

1- a) Démontrer par récurrence que : $\boldsymbol{a^n - 1 = (a-1)(1 + a + a^2 + \cdots + a^{n-1})}$ 0.75pt

b) A l'aide du résultat précédent écrire $\boldsymbol{3^{16} - 1}$ en base 9 0.5pt

c) Démontrer que si $\boldsymbol{p}$ divise n alors $\boldsymbol{a^p - 1}$ divise $\boldsymbol{a^n - 1}$ 0.5pt

2- a) Décomposer 472 en produit de facteurs premiers puis déduire tous ses diviseurs positifs 0.75pt

b) La division euclidienne de 557 par un entier naturel $\boldsymbol{b}$ non nul a pour reste 85 et pour quotient q.

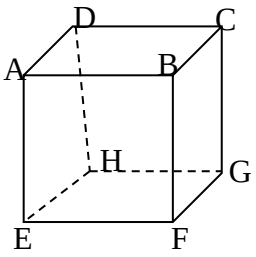
Quelles sont les valeurs possibles de $\boldsymbol{b}$ et de q ? 0.5pt

3- a) Trouver ,suivant les valeurs de $\boldsymbol{n}$, le reste de la division euclidienne de $\boldsymbol{3^n}$ par 8. 0.5pt

b) En déduire l'ensemble des entiers naturels $\boldsymbol{n}$ tels que $\boldsymbol{B = 3^n.n - 9n + 2}$ soit divisible par 8. 0.5pt

Exercice 2 / 2.5pts

$\boldsymbol{ABCDEFGH}$ est un cube d'arrête 1. On considère le repère $\boldsymbol{(E, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EH}, \overrightarrow{EA})}$



1) Ce repère est-il direct ? justifier votre réponse. 0.25pt

2a) Déterminer dans ce repère, les coordonnées des vecteurs $\boldsymbol{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AF}}$ 1pt

b) En déduire l'aire du triangle $\boldsymbol{ACF}$. 0.25pt

c) En déduire le volume du tétraèdre $\boldsymbol{ABCF}$. 0.5pt

3) Calculer de deux manières différentes la distance du point $\boldsymbol{B}$ au plan $\boldsymbol{(ACF)}$. 0.5pt

Exercice 3 / 5pts

On considère la fonction numérique $\boldsymbol{f}$, à variable réelle, définie par $\boldsymbol{f(x) = \frac{x^2 - |x-1|}{(x+1)^2}}$

1) Déterminer domaine de définition de $\boldsymbol{f}$. 0.25pt

2) écrire $\boldsymbol{f}$ sans symbole de valeur absolue et calculer les limites de $\boldsymbol{f}$ aux bornes du $\boldsymbol{Df}$. 1.5pt

3) Etudier la dérivabilité à gauche et la dérivabilité à droite de $\boldsymbol{f}$ en 1, puis déduire une interprétations géométrique du point d'abscisse 1. 1pt

4) Etudier la continuité et la dérivabilité de $\boldsymbol{f}$ sur $\boldsymbol{Df}$. 0.5pt

5) Calculer $\boldsymbol{f'(x)}$ et dresser le tableau de variation de $\boldsymbol{f}$. 0.75pt

6) Montrer que l'équation $\boldsymbol{f(x) = 0}$ admet une unique solution $\boldsymbol{\alpha}$ dans l'intervalle $\boldsymbol{[0; 1]}$ 0.5pt

7) Déterminer, par la méthode par dichotomie, une valeur approchée de $\boldsymbol{\alpha}$ à 10^{-2} près. 0.5pt

https://t.me/KamerHighSchool

PROBLEME / 8.5 points

PARTIE A / 4.5pts

On considère l'espace E rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
Soient les points $A(3; -2; 2), B(6; 1; 5), C(6; -2; -1)$ et $D(0; 4; -1)$

1) Déterminer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et déduire que les points A, B et C sont non alignés 0.75pt

2) a. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A. 0.5pt

b. Ecrire une équation cartésienne du plan (P_1) orthogonal à la droite (AC) et passant par le point A 0.5pt

c. Vérifier que le plan (P_2) d'équation $x + y + z - 3 = 0$ est orthogonal à la droite (AB) et passe par le point A. 0.5pt

3) a. Ecrire une équation cartésienne de la sphère (S) de centre B et de rayon $R = 5\sqrt{3}$ 0.5pt

b. Donner la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble $L = (S) \cap (P_2)$ 0.75pt

4) a. Montrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires. 0.5pt

b. En déduire le volume du tétraèdre ABCD. 0.5pt

PARTIE B / 4pts

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soit $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$ deux nombres complexes. On considère la transformation r définie par : à tout point M d'affixe z on associe le point M' d'affixe z' tel que : $\begin{cases} 2x' = x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} \\ 2y' = \sqrt{3}x + y + 1 \end{cases}$

1.a) Déterminer l'écriture complexe de r. 0.5pt

b) En déduire la nature exacte et les éléments caractéristiques de r. 0.75pt

2. Soit h l'application du plan dans le plan qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' définie par $z' = -2z + 3i$.

Montrer que h est une homothétie en précisant son centre et son rapport. 0.75pt

3. On considère $s = hor$

a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de s. 0.75pt

b) Déterminer l'expression analytique de s. 0.75pt

c) En déduire les coordonnées du point $s(O)$; image de l'origine O par s. 0.5pt

« Travaillez pour avoir une bonne position car, de même que les nombres, votre valeur en dépend. »

https://t.me/KamerHighSchool