Ministère des enseignements secondaires **Trimestre 2:** Janvier 2020.
Lycée bilingue SIN de Foumban **Classe:** 1ère C. **Durée:** 3 heures. **Coeff:** 6.
Département de mathématiques **Par: EFOUBA EKASSI R.**

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Partie A: Évaluation des ressources /15,5 points

Exercice 1: /5,25 points

1. Soient A et B deux points du plan.
   Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\dfrac{MA}{MB} = 3$. [0,75pt]

2. On muni le plan d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On suppose que $A(7; -2)$ et $B\left(\dfrac{1}{3}; 2\right)$.
   On pose les points F et K tels que $K = bar\{(A, 1); (B, -3)\}$ et $\overrightarrow{AF} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.
   (a) Déterminer les coordonnées de F et K. [0,5pt]
   (b) Déterminer une équation cartésienne du cercle (C) de diamètre $[FK]$. [0,5pt]
   (c) Déterminer les caractéristiques (centre et rayon) de (C). [0,5pt]
   (d) Déterminer une équation normale de la tangente (T) à (C) en K. [0,5pt]
   (e) Soit (D) la droite d'équation $5x - 3y - 7 = 0$.
   Montrer que (D) est tangente à (C) en F. [0,75pt]
   (f) Montrer que (T) et (D) sont parallèles. [0,5pt]

3. Soient (C') le cercle de centre $C(4; 2)$ et de rayon $r = \sqrt{13}$ et $T(7; 4)$.
   (a) Déterminer des équations des tangentes (L_1) et (L_2) à (C') de pente $\dfrac{3}{2}$. [0,75pt]
   (b) Combien y a t-il de tangentes à (C') passant par T? Justifier. [0,5pt]

Exercice 2: /6,25 points

1. (a) Soit x un réel. Exprimer $sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$ en fonction de $cosx$. [0,25pt]
   (b) En déduire que $16sin\dfrac{\pi}{24}sin\dfrac{5\pi}{24}sin\dfrac{7\pi}{24}sin\dfrac{11\pi}{24} = 1$. [1pt]

2. Soit P le polynôme défini par $P(x) = 4x^3 - 3x - 1$.
   (a) Calculer $P(1)$. [0,25pt]
   (b) Résoudre l'équation $P(x) = 0$. [1pt]

3. On considère l'équation (E) : $cosx(2cos2x - 1) = 1$.
   (a) Montrer que (E) est équivalent à $P(cosx) = 0$. [0,5pt]
   (b) Résoudre l'équation (E) dans $]-\pi; \pi[$ [1,5pt]
   (c) Placer les points images des solutions de (E) sur le cercle trigonométrique. [0,75pt]

4. Résoudre dans $[-\pi; \pi[$ l'inéquation $4cos^3x - 3cosx - 1 \geq 0$. [1pt]

Exercice 3: /4 points

1. Dans un lot de 20 pièces fabriquées, 4 sont mauvaises. De combien de façons différentes peut-on en prélever 4 dans les cas suivants:
   (a) les 4 pièces sont bonnes. [1pt]
   (b) au moins une d'entre elles est mauvaise. [1pt]

2. On tire successivement sans remise 4 boules dans un sac contenant 10 boules dont 3 vertes et 7 jaunes. Déterminer le nombre de tirages permettant d'obtenir:

   (a) deux jaunes et deux vertes [1pt]

   (b) au moins deux vertes. [1pt]

Partie B: Évaluation des compétences /4,5 points

Un pendule (figure 1) oscille suivant l'équation $\alpha(t) = \frac{\pi}{4}(acos(\pi t) + bsin(\pi t))$ où α représente son angle d'inclinaison et t le temps en s. Un appareil photo très rapide fait deux prises d'inclinaison du pendule après un sixième de seconde (première prise) et après une demie seconde (deuxième prise). On relève respectivement $\alpha = 0$ et $\alpha = -\frac{\pi\sqrt{3}}{4}$ pour chaque prise. L'amplitude (inclinaison positive maximale) est obtenu par $\alpha_m \in \mathbb{R}$ lorsque $\alpha(t) = \alpha_m cos(\pi t + \alpha_0)$.

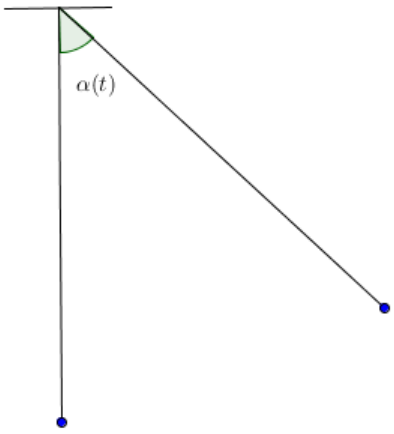

figure 1

Les gains en millions de francs d'une entreprise sont déterminés par la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ où x représente le nombre de mois et $f(x)$ le gain après x mois. La courbe de f représentée sur $]0; 4]$ (figure 2) passe par les points $O(0; 0)$, $A(1; 1)$ et $B(3; 0)$.

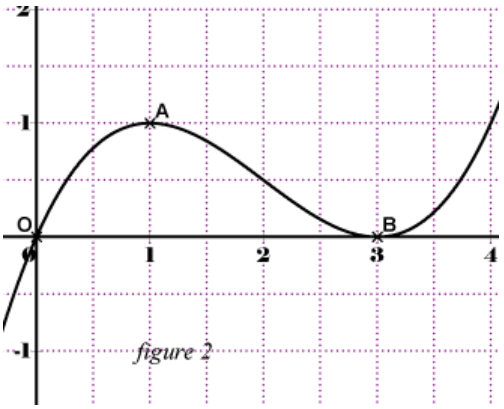

figure 2

Au sein de cette entreprise ils adoptent souvent la mesure (M) qui voudrait que la courbe de f soit 4-périodique et dont qu'elle soit reconduite identiquement dans les intervalles $]4; 8]$ et $]8; 12]$.

1. Quel est l'inclinaison maximale du pendule? [1,5pt]
2. Quel est le gain de l'entreprise au douzième mois sans la mesure (M)? [1,5pt]
3. Quel sont les mois d'une année à gain nul pour l'entreprise si on applique la mesure (M)? [1,5pt]