Lycée Bilingue de Mbanga, Année académique 2013/2014
Devoir Surveillé de Mathématiques ; Séquence : 3 ; Classe: $T^{le}D$, Durée: 02 hrs 00

****

Exercice 1: *6 points*

1. On considère la fonction $g(x) = \dfrac{1}{(1+2x)^2} + \dfrac{2x}{x^2-1}$ définie sur $]-\infty;-1[$.
   (a) Déterminer l'ensemble des primitives de g sur $]-\infty;-1[$. (1,5pt)
   (b) Préciser la primitive G de g qui prend la valeur $\dfrac{1}{6}$ en -2. (1pt)
2. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant:
   $$\begin{cases} x+y=25 \\ \ln x + \ln y = 2\ln 5 + 2\ln 2 \end{cases}$$ (1,5pt)
3. Caractériser la transformation σ du plan complexe qui à tout point $M(z)$ fait correspondre le point $M'(z')$ tel que: $z' = e^{\frac{2\pi}{3}i}z + 8$. (2pts)

Exercice 2: *14 points*

Les parties A et B sont indépendantes. **Partie A:**
Soit la fonction f définie par intervalle comme suit:

$$f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{2-x} & \text{si } x \leq 1; \\ 2 + \dfrac{\ln x}{x} & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f. (1pt)
2. Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 1. (2pts)

Partie B:
On définit sur $]0\ ;+\infty[$ la fonction h par $h(x) = \dfrac{x+2}{x} + 2\ln x$.

1. Déterminer les limites de h en $+\infty$ et à droite de 0. (1pt)
2. Rechercher les branches infinies de la courbe $(\mathcal{C}_h)$ de h. (1,5pt)
3. Déterminer les variations de h, puis construire son tableau de variations. (2,5pt)
4. Construire la courbe de $(\mathcal{C}_h)$. (2pts)
5. On pose $H(x) = 2(x+1)\ln x - x$.
   (a) Justifier que H est dérivable sur $]0\ ;+\infty[$, puis calculer sa dérivée. (1pt)
   (b) Déduire les varaitions de H à partir de la question 4. (1pt)
   (c) Construire le tableau de variation de H. (1pt)
   (d) Montrer que H est une bijection de $]0\ ;+\infty[$ vers un intervalle I à préciser. (1pt)

Examinateur: *M. Hyéfouais Achille Stéphane*