Lycée Bilingue de Mbanga, Année académique 2013/2014
Devoir Surveillé de Mathématiques ; Séquence : 1 ; Classe: $T^{le}D$, Durée: 02 hrs 30

****

Exercice 1: ***3 points***

Deux hommes d'affaires organisent une partie de chasse aux antilopes, aux autruches et aux oies. A leur retour, on lit sur le rapport de chasse: "75 têtes et 210 pattes d'animaux tués". Le transporteur perçoit une somme de 170 000frs à raison de 3 000 frs par antilope, 1 500 frs par autruche et 2 000 frs par oie.

Combien d'antilopes, d'autruches et d'oies ont été raménés de cette partie de chasse?

Exercice 2: ***3,5 points***



1. Démontrer par recurrence sur le rang n que:
   (a) $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \dfrac{n^2(n+1)^2}{4}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ (1pt)
   (b) $(2 \times 1 - 1) + (2 \times 2 - 1) + (2 \times 3 - 1) + ... + (2 \times n - 1) = n^2, \forall n \in \mathbb{N}^*$ (1pt)
2. Calculer de manière performante les sommes suivantes:
   $A = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 17^3$ et $B = 1 + 3 + 5 + ... + 305$ (1,5pt)

Exercice 3: ***2,5 points***

1. Linéariser $\sin^3 x$. (1pt)
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^5 - 64i = 0$. (1,5pt)

Exercice 4: ***4,5 points***

On donne $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$; $z_2 = 1 + i$; et $Z = \dfrac{z_2^3}{z_1}$.

1. Ecrire sous la forme algébrique les nombres complexes z_2^3, et Z . (1,5pt)
2. Donner les formules trigonométriques de z_1 et z_2 ; puis en déduire le module et un argument de Z. (2pts)
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos\dfrac{\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{\pi}{12}$. (1pt)

Exercice 5: ***6,5 points***

On considère le polynôme $P(z) = z^3 + (1 - 5i)z^2 - (10 + 6i)z - 16 + 8i$.

1. Démontrer que P admet une racine réelle que l'on notera a. (1pt)
2. Déterminer le polynôme complexe Q de degré 2 vérifiant l'égalité $P(z) = (z - a)Q(z)$. (1pt)
3. En déduire toutes les solutions de l'équation $(E) : P(z) = 0$ (2pts)
4. Construire les points images de ces solutions dans le plan complexe rapporté au repère $(O; \overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})$. (1pt)
5. On donne $z_A = 2 + 2i$, $z_B = -1 + 3i$, $z_C = -2$. Déterminer un argument de $\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ et interpreter géométriquement le résultat. (1,5pt)

t.me/KamerHighSchool