Ministère des Enseignements Secondaires | **Année Scolaire 2019/2020**
LYCEE BILINGUE DE FOKOUE | **Evaluation trimestrielle 1**
B.P : 05 FOKOUE | **Classe : Tle D**
Département de Mathématiques | **Durée : 3h ; Coef : 04**

Examinateurs : TEDJOU BIENVENU (PLEG)

EPREUVE DE MATHEMATIQUE

NB : la clarté, la lisibilité et toutes les étapes de calculs seront prises en compte. L'épreuve est numérotée sur deux pages

EXERCICE 1 : 4pts

1- Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher, dont quatre portent le chiffre 1 et six porte le chiffre 5. On tire simultanément deux de ces boules. Calculer la probabilité des événements : A « tirer deux boules portant chacune le chiffre 1» ; B « tirer deux boules portant chacune le chiffre 5» ; C « tirer deux boules portant des chiffres différents». $[1pts]$

2- On suppose maintenant que l'urne contient a boules portant le chiffre 1 et b boules portant le chiffre 5 avec $a+b=10$ $(1<a<9) et$ $(1<b<9)$. soit X la variable aléatoire égale au total des points marqués sur les deux boules tirées simultanément.

a- Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X. $[1pts]$

b- Déterminer l'espérance mathématique E(X) en fonction de a. $[1pts]$

c- Pour quelles valeurs de a, a-t-on $6<E(X)<8$? $[1pts]$

EXERCICE 2 : 5,75pts

PARTIE A

On considère la fonction P définie sur C par : $P(z)=z^3-(3+2i)z^2+(1+5i)z+2-2i$

1- a- calculer $P(i)$. $[0,25pts]$

b- déterminer les réels a, b et tel que : $P(z)=(z-i)(az^2+bz+c)$. $[0,75pts]$

2- résoudre dans C, l'équation : $z^2-(3+i)z+2+2i=0$. $[1pts]$

3- en déduire les solutions dans C, de l'équation (E) : $P(z)=0$. $[0,25pt]$

PARTIE B

le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$, d'unité : 5cm. On pose $z_0=2$ et $\forall n \epsilon N, z_{n+1}=\frac{1+i}{2}z_n$. On note A_n le point d'affixe z_n

1- a- calculer z_1 et z_2. $[0,5pts]$

b- placer les points . $[0,5pts]$

2- on considère la suite définie dans le plan complexe par $\forall n \in N, U_n=|z_{n+1}-z_n|$

a- justifier que $\forall n \in N, U_n=\frac{\sqrt{2}}{2}|z_n|$. $[0,5pts]$

b- démontrer que U est une suite géométrique de raison $\frac{\sqrt{2}}{2}$ et de premier terme $\sqrt{2}$. $[0,5pts]$

c- exprimer U_n en fonction de n . $[0,5pts]$

3- on désigne par $A_0A_1+A_1A_2+\cdots A_{n-1}A_n$ la longueur de la ligne brisée $A_0A_1+A_1A_2+\cdots A_{n-1}A_n$ on pose $l_n=A_0A_1+A_1A_2+\cdots A_{n-1}A_n$

a- calculer l_n . $[0,5pts]$

b- en déduire $\lim_{n\to\infty} l_n$. $[0,5pts]$

EXERCICE 3 : 2pts

Calculer les limites suivant : a) $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$; b) $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{3x^2+x-1}+x$. $[1pts]$

Soit a un paramètre réel et f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x)=x^3+2ax+1 \ si \ x\geq 1 \\ f(x)=ax^2+3x \quad si \ x<1 \end{cases}$

t.me/KamerHighSchool

1- calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x) et \lim_{x\to+\infty} f(x)$. $[0,5pts]$

2- a- calculer $\lim_{x\to1^+} f(x) et \lim_{x\to1^-} f(x)$. $[0,5pts]$

b-déterminer a pour que f soit continue en 1. $[0,25pts]$

PROBLEME

Partie A : 4,75pts

On lance un dé tétraédrique dont les quatre faces portent les nombres 1, 2, 3 et 4. On s'intéresse au nombre porté par la face cachée. Pour $k\epsilon\{1,2,3,4\}$, on note P_k la probabilité d'obtenir le nombre k sur la face cachée. Le dé est déséquilibre de telle sorte que les nombre $P_1, P_2, P_3, et P_4$ dans cet ordre forment une progression arithmétique.

1- Sachant que $P_4 = 0,4$; montrer que $P_1 = 0,1$; $P_2 = 0,2$; $P_3 = 0,3$. $[0,75pts]$

2- On lance le dé trois fois de suite. On suppose que les lancers sont deux à deux indépendants.

a- Quelle est la probabilité d'obtenir dans l'ordre les nombres 1, 2, 4 ? $[0,25pts]$

b- Quelle est la probabilité d'obtenir trois nombre distincts rangés dans l'ordre croissant ? $[0,5pts]$

3- On lance dix fois de suite le dé. On suppose les lancers deux à deux indépendants. On note X la variable aléatoire qui décompte le nombre de fois ou le chiffre 4 est obtenu.

a- Pour $0 \leq i \leq 10$, exprimer en fonction de i la probabilité de l'événement $(X = i)$. $[0,25pts]$

b- Calculer l'espérance mathématique de X. interpréter le résultat obtenu. $[1pts]$

c- Calculer la probabilité de l'événement $(X \geq 1)$. $[0,5pts]$

4- On lance n fois le dé, les lancers étant supposés indépendants. On note u_n la probabilité d'obtenir pour la première fois le nombre 4 au n^{ieme} lancer.

a- Montrer que (u_n) est une suite géométrique et qu'elle converge. $[0,75pts]$

b- Calculer $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$ en fonction de n puis étudier la convergence de la suite (S_n). $[0,75pts]$

PARTIE B : 3,25pts

1- Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé (O, I, j). (unité : 2cm). On considère les points A (2;0), B (2;3), et C(-1 ;3)

a- Faire une figure et placer les points A, B et C. $[0,5pts]$

b- Donner la nature du triangle ABC. $[0,25pts]$

2- On désigne par F la similitude du plan qui transforme le point A en A et le point B en C

a- Donner l'écriture complexe de F ainsi que ces éléments caractéristiques. $[1pts]$

b- Déterminer le centre K et le rayon du cercle (C) circonscrit au triangle ABC (on pourra utiliser l'équation : $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$). $[1pts]$

c- Quelle est l'image de ce cercle par la transformation du plan F. $[0,5pts]$

t.me/KamerHighSchool