LICENCIATURA EM
BIOLOGIA



2ª edição

BIOMATEMÁTICA

FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS
EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA

Biomatemática



SOMESB

Sociedade Mantenedora de Educação Superior da Bahia S/C Ltda.

Presidente	♦ Gervásio Meneses de Oliveira
Vice-Presidente	♦ William Oliveira
Superintendente Administrativo e Financeiro	♦ Samuel Soares
Superintendente de Ensino, Pesquisa e Extensão	♦ Germano Tabacof
Superintendente de Desenvolvimento e Planejamento Acadêmico	♦ Pedro Daltro Gusmão da Silva

FTC - EaD

Faculdade de Tecnologia e Ciências - Ensino a Distância

Diretor Geral	♦ Waldeck Ornelas
Diretor Acadêmico	♦ Roberto Frederico Merhy
Diretor de Tecnologia	♦ Reinaldo de Oliveira Borba
Diretor Administrativo e Finaceiro	♦ André Portnoi
Gerente Acadêmico	♦ Ronaldo Costa
Gerente de Ensino	♦ Jane Freire
Gerente de Suporte Tecnológico	♦ Jean Carlo Nerone
Coord. de Softwares e Sistemas	♦ Romulo Augusto Merhy
Coord. de Telecomunicações e Hardware	♦ Osmane Chaves
Coord. de Produção de Material Didático	♦ João Jacomel

EQUIPE DE ELABORAÇÃO/PRODUÇÃO DE MATERIAL DIDÁTICO:

♦ ***PRODUÇÃO ACADÊMICA*** ♦

Gerente de Ensino ♦ Jane Freire
Autor (a) Maria Valesca Damásio
Co-autores (a) Cláudio Marcelo Guimarães / Joseane Topázio
Autor (a) Maria Valesca Damásio
Supervisão ♦ Ana Paula Amorim

♦ ***PRODUÇÃO TÉCNICA*** ♦

Revisão Final ♦ Carlos Magno e Idalina Neta
Coordenação ♦ João Jacomel
Equipe ♦ Ana Carolina Alves, Cefas Gomes, Delmara Brito, Ederson Paixão, Fabio Gonçalves, Francisco França Júnior, Israel Dantas, Lucas do Vale e Marcus Bacelar
Imagens ♦ Corbis/Image100/Imagemsource

copyright © **FTC EaD**

Todos os direitos reservados e protegidos pela Lei 9.610 de 19/02/98.
É proibida a reprodução total ou parcial, por quaisquer meios, sem autorização prévia, por escrito, da FTC EaD - Faculdade de Tecnologia e Ciências - Ensino a Distância.

www.ftc.br/ead

Sumário

bloco temático 1 — **APLICAÇÕES MATEMÁTICAS ÀS CIÊNCIAS BIOLÓGICAS** 07

tema 1 — **MATEMÁTICA ELEMENTAR** 07

- Razão, Razões Especiais Aplicáveis à Biologia e Números Decimais 07
- Razões Especiais Aplicáveis à Biologia 09
- Números Decimais 11
- Proporções e Grandezas Proporcionais 14
- Regra de Três Simples 18
- Porcentagem 20

tema 2 — **ESTUDO DAS FUNÇÕES** 23

- Função do 1º Grau, Conceitos Básicos e sua Aplicação à Biologia 23
- Função do 2º Grau ,Conceitos Básicos e sua Aplicação à Biologia 27
- Função Exponencial, Potenciação e sua Aplicação na Biologia 31

bloco temático 2 — **APLICAÇÕES ESTATÍSTICAS ÀS CIÊNCIAS BIOLÓGICAS** 33

tema 3 — **PROBABILIDADES E NOÇÕES DE ESTATÍSTICA DESCRITIVA** 34

- Experimentos Aleatórios e Noções de Probabilidades 34
- A Importância do Estudo da Estatística e os Principais Conceitos Básicos . . . 39
- Tratamento da Informação: Organização de Dados, Tabelas e Gráficos Estatísticos 41
- Cálculo e aplicações das Médias: Aritmética e Ponderada 46

tema 4 — **NOÇÕES DE MEDIDAS DE DISPERSÃO** 48

- Principais Medidas de Tendência Central: Mediana e Moda 48
- Medidas de Variabilidade: Amplitude Total e Desvio Médio 50
- Medidas de Variabilidade: Variância, Desvio Padrão 52

Atividade Orientada 57

Referências Bibliográficas 62

Apresentação da disciplina

Olá, futuros educadores de biologia!

O horizonte das ciências biológicas é vasto e extremamente interessante. Ele nos permite a visita de outras ciências no universo do estudo da biologia e áreas afins, o que enriquece sobremaneira o papel daquelas ciências na vida humana. Nesse sentido, com o intuito de ampliar a esfera de conhecimentos referentes às ciências biológicas e ciências exatas de forma interativa e co-integradamente, a matemática e a estatística vêm permitir uma maior inserção dos estudiosos da área de biologia no contexto apropriado sob a égide das ciências exatas.

Desta maneira, estudaremos nesse módulo, de forma conjugada com o ambiente virtual de aprendizagem, os principais instrumentos matemáticos e estatísticos utilizados no espaço da biologia. Refiro-me à disciplina de "Biomatemática", a qual dividiremos o prazer, nos deliciando com a visitação dos referidos instrumentos na nossa área de estudo, percebendo a relevância desta interação científica.

No bloco temático 1, iniciaremos os nossos estudos visitando o mundo das aplicações matemáticas. Constituído de 2 temas, este bloco tem a pretensão de tratar de forma simples a relevância que o suporte matemático presta à biologia .

Ao fazer uma conexão entre o universo da estatística e sua aplicação na biologia, o bloco temático 2 mostra a sua preciosidade. Da mais absoluta importância, as ferramentas estatísticas, entre outras aplicações, cooperam expressivamente em questões de alto teor de especificidade das ciências biológicas.

Destarte, será perceptível que o arcabouço instrumental oferecido por Biomatemática contribuirá significativamente para a compreensão, resolução e análise de questões levantadas nas ciências biológicas.

Deixo um sorriso e muitos estímulos para aproveitarmos da melhor forma possível os assuntos que serão abordados.

Bons estudos!

Maria Valesca Damásio

APLICAÇÃO MATEMÁTICA ÀS CIÊNCIAS BILÓGICAS

MATEMÁTICA ELEMENTAR

Segundo Ubiratan D'Ambrosio, " Muitos perguntam: mas, então, deve-se deixar de lado o ensino de frações? Não. Conceituadas como razão de duas grandezas, elas são muito importantes. Recomenda-se muita importância a razões e proporções....." No tema 1, vocês terão a deliciosa oportunidade de relembrar alguns assuntos da matemática elementar, como razões, proporções, regra de três e porcentagem. A partir daí, aprimoraremos a nossa capacidade de resolver problemas e analisar questões do cotidiano e da área de ciências biológicas. Em verdade, o que aqui desejamos é desenvolver a capacidade de lidar com situações novas, que dão origem a problemas. Despertar em vocês a habilidade de formulação de problemas a partir de uma situação nova é muitíssimo mais importante que a resolução de problemas propostos.

Razão, Razões Especiais Aplicáveisà Biologia, Números Decimais

Razão

Podemos constatar uma enorme quantidade de constantes mutações no mundo em que vivemos. Algumas coisas mudam de forma, como, por exemplo, a água. Ao receber calor, a água, estando no estado líquido, depois de 100ºC passa ao estado de vapor. Outras coisas mudam de posição, como os automóveis e aeronaves, que se deslocam no dia-a-dia frenético. Há ainda centenas de coisas que crescem, encolhem, esquentam, esfriam. Enfim, tudo no mundo está sujeito a mudanças. O exemplo inicial que aqui abordaremos é sobre a variação de estatura do ser humano consoante a sua idade cronológica.

EXEMPLO 1: Nos primeiros anos de vida, a variação de altura (estatura) é bem maior do que nos anos posteriores aos 5 anos de idade.

Note que a variação da altura humana é maior ou menor de acordo com avanço da idade. Olhe que fato curioso! A variação da altura , em tese, se dá de uma maneira uniforme durante um período de 5 anos. Calma! Você deve estar a se questionar: o que há entre estatura e idade e razão matemática? Bem, como já mencionado, a variação da altura em um período de 5 anos se apresenta uniformemente. Isto quer dizer que a RAZÃO DE CRESCIMENTO se mantém durante 5 anos. Veja que interessante! Podemos utilizar um instrumental matemático (razão) para compreender "os mistérios do movimento". Devemos essa importante descoberta ao físico e matemático Isaac Newton em 1665.

Nesse momento, vamos analisar o que significa a RAZÃO DE CRESCIMENTO. Assim, ficará mais claro que a razão é o quociente das medidas das grandezas "comprimento" e "tempo".

Verifiquemos o período entre o recém-nascimento do bebê em que, geralmente, apresenta-se com 45 cm de altura e a idade de 5 anos que frequentemente pode-se constatar, em média, uma altura de 100 cm.

$$\frac{100 - 45}{5 - 0} = \frac{55}{5} = 11 \text{ cm/ano}$$

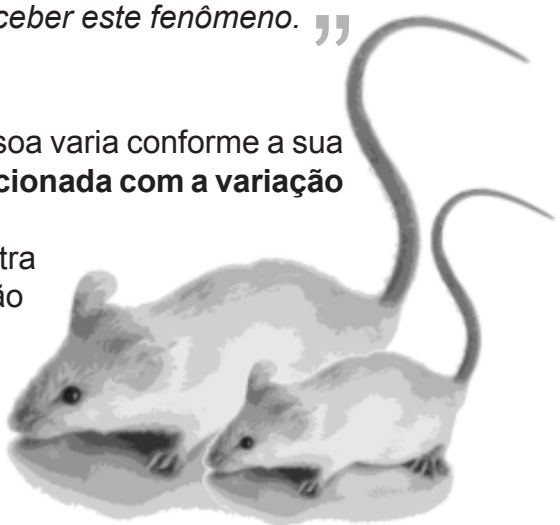
O que esse valor significa? Perceba que , em média, a criança cresce 11 cm por ano nos primeiros 5 anos de sua vida. Isso foi possível se perceber com facilidade quando estabelecemos a RAZÃO entre as diferenças de estatura e as diferenças de idade. Vejamos agora o período em que a criança varia sua altura entre os 5 e os seus 10 anos de idade. Note que, confirmando o que já fora mencionado anteriormente, nos primeiros anos de vida a variação de altura segundo a idade é bem maior.

$$\frac{125 - 100}{10 - 5} = \frac{25}{5} = 5 \text{ cm/ano}$$

> *"Está confirmado! Depois dos primeiros 5 anos de idade, a variação de estatura diminui. Ao analisar o quociente de cada **razão** resultante entre a altura em cm e a idade em anos, foi possível perceber este fenômeno."*

O exemplo evidencia que o crescimento de uma pessoa varia conforme a sua idade. Isso quer dizer: **A variação do crecimento esta relacionada com a variação da idade.**

Partiremos para um 2º exemplo: A figura 2 nos mostra bichinhos inofencivos chamados de camundongos, que são geralmente utilizados para fazer pesquisas em laboratórios por biólogos e áreas afins. Os camundongos podem ser cinzas ou amarelos ou ainda híbridos.



Ao cruzar um macho amarelo e uma fêmea amarela percebeu-se as seguintes razões: 2/3 nasceram amarelos e 1/3 nasceu cinza. O que esses números querem dizer? É simples! Do total de 3 filhotes de camundongos, 2 deles nasceram de cor amarela e apenas 1 nasceu de cor cinza. Nesse exemplo, consideramos a razão entre cor de filhotes por total de filhotes nascidos. É preciso ter em mente o seguinte:

Razão entre dois números

Dados os números reais A e B, com A diferente de zero, a razão de A para B é o quociente $\frac{A}{B}$

A razão entre 12 e 3 é 4, porque:

$$\frac{12}{3}=4$$

A razão entre 3 e 6 é 0,5, pois:

$$\frac{3}{6}=0,5$$

Razão e o Sistema de Medidas

A razão também pode ser expressa na forma de divisão entre duas grandezas de algum sistema de medidas. O exemplo 3 nos ensina como preparar um delicioso café com leite. Para prepará-lo, adicionamos A ml de leite líquido com B ml de café. A relação entre essas 2 quantidades é um número real expresso como uma fração ou razão (que não tem unidade), é a razão: $\frac{A}{B}=A/B$

Tomemos a situação apresentada na tabela abaixo:

Líquido	Situação 1	Situação 2
Leite líquido	50	100
Café	25	50
Café com leite	75	150

Na Situação1, para cada 50 ml de leite líquido coloca-se 25 ml de café, perfazendo o total de 75 ml de café com leite. Já na Situação 2, para cada 100 ml de leite líquido coloca-se 50 ml de café, perfazendo o total de 150 ml de café com leite.

Razões Especiais Aplicáveis à Biologia

Depois de aprendermos o que significa uma razão entre dois números, partiremos agora para alguns exemplos de aplicabilidade desse assunto na nossa área de enfoque que é a Biologia.

Exemplo 4: A talassemia é uma doença hereditária que resulta em anemia. Indivíduos homozigotos apresentam a forma mais grave, e os heterozigotos apresentam uma forma mais branda chamada de talassemia menor. Sabe-se que ¼ dos indivíduos nascidos do cruzamento de um homem e uma mulher portadores de talassemia menor serão anêmicos. O que este

número nos diz ? É muito fácil! Significa dizer que dos 4 filhos nascidos deste casal, 1 deles nascerá anêmico. Ou, ainda, se o casal tiver apenas 1 filho, este nasce com 25% de probabilidade de nascer anêmico. Calma! Veremos porcentagem e probabilidade com maior afinco nas próximas aulas.

Exemplo 5 : Como principal constituinte da célula, a água tem um papel vital na definição de suas estruturas e funções. As moléculas de água têm uma pequena tendência para ionizar-se assim:

$$H_2O \Leftrightarrow H+ + OH^-$$

Ao visualizar a fórmula da água nesta reação química, qual a **razão existente** entre a quantidade de moléculas de oxigênio e hidrogênio respectivamente?

Lembre-se: A Razão se expressa através da divisão entre dois números.

Se temos 1 molécula de oxigênio para 2 moléculas de hidrogênio, o resto fica fácil. Basta dividir a quantidade de uma pela outra, assim:

1 moléculas de oxigênio = **1**
2 moléculas de hidrogênio = **2**

Exemplo 6: Para a manutenção da nossa saúde, torna-se vital ingerirmos diariamente algumas vitaminas. Elas podem ser absorvidas por nós através da nossa alimentação diária.

B_1 Tiamina	**2 mg/dia**
B_2 Riboflavina	**3 mg/dia**
B_3 Nicotinamida	**20 mg/dia**
B_5 Ácido Pantotênico	**10 mg/dia**

Esclarecendo melhor o que a tabela nos informa, poderíamos afirmar que: Para atendermos os pressupostos de uma alimentação sadia, devemos ingerir DIARIAMENTE 2 mg de vitamina B_1, 3 mg de vitamina B_2, 20 mg de vitamina B_3 e 10 mg de vitamina B_5.

Algumas razões especiais muito utilizadas em nosso cotidiano (Adalberto)

Números Decimais

Notamos no estudo de razão, que o número fracionário foi o símbolo em todo o momento. Hoje em dia é comum o uso de frações. Há longas datas, as mesmas não eram conhecidas. Quando o homem percebeu que era importante medir e representar medidas, as frações foram introduzidas no estudo matemático. Os egípcios usavam apenas frações que possuíam o número 1 dividido por um número inteiro, como por exemplo: 1/2, 1/3, 1/4, 1/5,... Tais frações eram denominadas frações egípcias e ainda hoje têm muitas aplicações práticas. Poderíamos estabelecer que 1/2, 1/3, ¼ e 1/5 são razões. Ao dividirmos, ½, encontramos 0,5, um número decimal. Notaram agora porque devemos lembrar os números decimais. Verifiquem que há uma estreita ligação entre razões e números decimais. Vamos analisar o Exemplo 7 ?

Exemplo 7- Indo ao laboratório da Faculdade analisar 1/2 Kg de bicabornato de sódio, adquirido por R$ 2,80 pela bióloga que ao comprá-lo com uma nota de R$ 5,00, obteve R$ 2,20 de troco. Está claro o uso de frações e números decimais nesse exemplo? Veja bem: Através deste tipo de compra, usamos o conceito de fração decimal juntamente com o sistema de pesagem (1/2 Kg), números decimais juntamente com o sistema monetário. Muitas outras situações utilizam de frações e números decimais.

Os romanos usavam constantemente frações com denominador 12. Provavelmente os romanos usavam o número 12 por ser um número que embora pequeno, possui um número expressivo de divisores inteiros. Com o passar dos tempos, muitas notações foram usadas para representar frações. A atual maneira de representação data do século XVI.

Os números decimais têm origem nas frações decimais. Por exemplo, a fração 1/2 equivale à fração 5/10, que equivale ao número decimal 0,5.

Leitura dos Números Decimais

Vamos relembrar a leitura dos números decimais ? Em primeiro lugar, observemos a localização da vírgula que separa a parte inteira da parte decimal.

Um número decimal pode ser colocado na forma genérica:

Centenas	Dezenas	Unidades	,	Décimos	Centésimos	Milésimos

Veja como é simples a escrita do número 280,933:

2 Centenas	8 Dezenas	0 Unidades	,	9 Décimos	3 Centésimos	3 Milésimos

O u t r o s

Exemplos:

0,6 - Seis décimos
0,37 - Trinta e sete centésimos
0,189 - Cento e oitenta e nove milésimos
3,7 - Três inteiros e sete décimos
13,45 - Treze inteiros e quarenta e cinco centésimos
130,824 - Cento e trinta inteiros e oitenta e quatro milésimos

Transformando frações decimais em números decimais

Escreve-se a fração decimal 2/10 como: 0,2. Assim sendo, lemos “dois décimos”. Note que a vírgula separa a parte inteira da parte fracionária:

parte inteira	parte fracionária
0	2

Vejamos agora a fração decimal 462/100, pode ser escrita como 4,62, que se lê da seguinte maneira: “quatro inteiros e sessenta e dois centésimos”. Novamente, perceba que a vírgula separa a parte inteira da parte fracionária:

parte inteira	parte fracionária
4	62

Em geral, para transformarmos uma fração decimal em um número decimal fazemos com que o numerador da fração tenha o mesmo número de casas decimais que o número de zeros do denominador. Ou seja, dividimos o numerador pelo denominador.

(a) 250/100 = 2,50 = 2,5
(b) 456/1000 = 0,456
(c) 9/1000 = 0,009

Principais propriedades dos números decimais

Propriedade 1 - Zeros após o último algarismo significativo: Um número decimal não se altera quando se acrescenta ou se retira um ou mais zeros à direita do último algarismo não nulo de sua parte decimal. Por exemplo:

(a) 0,7 = 0,70 = 0,700 = 0,7000

(b) 2,0003 = 2,00030 = 2,000300

(c) 3,1415926535 = 3,141592653500000000

Propriedade 2 - Multiplicação por uma potência de 10: Para multiplicar um número decimal por 10, por 100, por 1000, é só deslocar a vírgula para a direita uma, duas, ou três casas decimais. Veja como não tem mistério:

(a) 9,6 x 10 = 96

(b) 9,6 x 100 = 960

(c) 9,6 x 1000 = 9600

Propriedade 3 - Divisão por uma potência de 10: Para dividir um número decimal por 10, 100, 1000, etc, desloque a vírgula para a esquerda uma, duas, três, ... casas decimais. Conte a quantidade de zeros e vá em frente.

(a) 247,5 ÷ 10 = 24,75

(b) 247,5 ÷ 100 = 2,475

(c) 247,5 ÷ 1000 = 0,2475

Para você aplicar e se divertir no mundo mágico da matemática:

1- Qual o número decimal que representa a fração 35/1000?
2- Qual a forma de fração que representa o número 0,65 ?
3- Após observar as desigualdades, indique qual é a alternativa correta.

I. 10,001<9,99
II. 2,09>1,9
III. 9,01<0,901

a. I e II estão certas

b. II está errada

c. I e III estão erradas

d. Todas estão erradas

4- A conversão da glicose em piruvato ocorre em 02 estágios:

Fase de Investimento Energético (5 reações)	Fase de Geração de Energia

Qual a razão entre o 2º estágio da conversão e o 1º estágio , considerando hipoteticamente que o 2º estágio apresenta apenas 1 reação?

Proporções e Grandezas Propocionais

Conceito e propriedade fundamental das proporções



Nina e Ney querem pintar um painel numa parede da escola. Eles misturam 2 galões de tinta verde musgo com 3 galões de tinta branca e obtêm uma tinta verde-bebê. Se tivessem usado 15 galões de tinta branca para adquirir a cor verde bebê, eles precisariam de quantos galões de tinta verde musgo? Para resolver esse probleminha de proporções, nos reportaremos ao assunto da aula passada, as razões.

Vamos, então, igualar a razão entre as quantidades de tinta da primeira mistura com a razão entre as quantidades de tinta da segunda mistura. Observe:

nº de galões de tinta verde musgo ---------- X

$$\frac{\text{Tinta verde musgo}}{\text{Tinta branca}} \quad _____ \quad \frac{2}{3}$$

$$\frac{\text{Tinta verde musgo}}{\text{Tinta branca}} \quad _____ \quad \frac{x}{15}$$

Igualando as razões e resolvendo a equação, acharemos facilmente a quantidade de tinta verde musgo:

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{5} \qquad \frac{5 \cdot 2}{15} = \frac{1 \cdot x}{15} \longrightarrow x = 10$$

Assim, são necessários 10 galões de tinta verde musgo para diluir os 15 galões de tinta branca para que Nina e Ney obtenham a cor verde-bebê e pintem o painel na parede da escola. Chamamos a igualdade :

$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ de Proporção entre os nºs 2, 3, 10 e 15, nessa ordem.

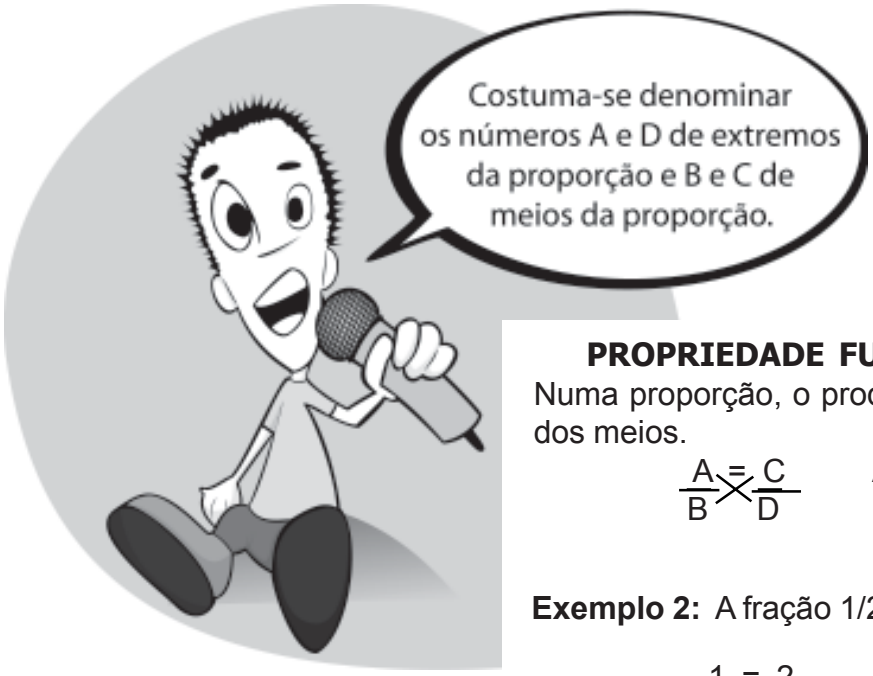
Para x= 10 temos a igualdade entre razões:

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$$

Lemos: " 2 está para 3, assim como 10 está para 15"

Bem, para simplificar, podemos chamar de proporção a uma igualdade entre 2 razões. Uma proporção envolve sempre quatro números: A, B, C e D.

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \quad \text{ou} \quad A : B = C : D, \text{ com } B \neq 0 \text{ e } D \neq 0$$



PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DAS PROPORÇÕES

Numa proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

$$\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} \qquad A \cdot D = C \cdot B, \text{ com } B \neq 0 \text{ e } D \neq 0$$

Exemplo 2: A fração 1/2 está em proporção com 2/4, pois:

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{4}$$

Vamos exercitar ? Determine o valor de X para que a razão X/10 esteja em proporção com 4/40.

Grandezas Proporcionais

A partir do exemplo abaixo, você notará o significado de grandezas proporcionais e certamente perceberá porque foi importante revisarmos **RAZÃO** e **PROPORÇÃO**:

Como já observamos, dados dois números reais a e b (com b diferente de zero), chamamos de **RAZÃO** entre a e b (nessa ordem) o quociente (a divisão) a : b ou a/b . O número a é denominado antecedente ou numerador e b é o conseqüente ou denominador. A igualdade entre duas razões recebe a denominação de **PROPORÇÃO**. Toda fração é uma razão, mas nem toda razão é uma fração.

Exemplo 3: De um grupo de 50 substâncias que compõem o corpo humano, 20 são produzidas pelo nosso próprio organismo. A razão entre o número de substâncias produzidas por nós e o total é 20/50 = 2/5 , o que equivale a dizer que “de cada 5 substâncias que compõem o nosso corpo, 2 são por nós produzidas”.

Ou seja: 50 é proporcional a 5 e 20 é proporcional a 2



Grande parte das questões do nosso cotidiano liga duas grandezas de tal forma que, quando uma delas varia, como conseqüência varia também a outra. Sendo desta maneira, a quantidade de sangue retirado em um exame laboratorial depende da quantidade de análises solicitada pelo médico. O tempo numa construção depende do número de operários empregados. O salário está relacionado aos dias de trabalho. E assim sucessivamente.

A lei de variação dos valores de uma em relação à outra é estabelecida justamente pela relação entre duas grandezas que, no primeiro caso por exemplo, eram: **a quantidade de sangue a ser retirado e a quantidade de exames solicitada pelo médico.** Relembremos os dois tipos básicos de dependência entre grandezas proporcionais.

Proporção Direta ou Grandezas Diretamente Proporcionais

Ao verificar duas grandezas como, quantidade de sangue a ser retirada e a quantidade de exames solicitada pelo médico, área e preço de um terreno, altura de um objeto ecomprimento da sombra projetada, note que aumentando ou diminuindo uma delas a outra também aumenta ou diminui.

Lembre sempre:

Duas grandezas variáveis são diretamente proporcionais quando aumentando ou diminuindo uma delas, numa determinada razão, a outra aumenta ou diminui nessa mesma razão. As razões de cada elemento da primeira por cada elemento correspondente da segunda são iguais, ou seja, possuem o mesmo coeficiente de proporcionalidade.

Exemplo 4: Um grupo de camundongos foram adquiridos pelo laboratório da Faculdade de Ciências Biológicas a custo unitário para e a Instituição, de R$ 10,00 cada. Veja a relação entre o número de camundongos e o custo unitário:

Número de Camundongos	1	2	4	5	10
Despesa diária	10,00	20,00	40,00	50,00	100,00

Perceba que a razão de aumento do número de camundongos é a mesma para o aumento do seu custo para a Faculdade. É, portanto, uma proporção direta. As duas grandezas são diretamente proporcionais**,** ou seja, a razão entre elas são iguais:

1/10 = 2/20 = 4/40 = 5/50 = 10/100
| | | | |
1/10 1/10 1/10 1/10 1/10

Perceba que o quociente (razão) entre os valores de uma das grandezas é igual ao quociente (razão entre os valores correspondentes da outra. Estamos nos referindo ao Fator de Proporcionalidade, que neste exemplo é 1/10.

Proporção Inversa ou Grandezas Inversamente Proporcionais

A ótica agora é outra. Ao verificar duas grandezas como tempo de trabalho e número de operários para a mesma tarefa, note que aumentando uma grandeza , a outra diminuirá.
Então:

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando, aumentando (ou diminuindo) uma delas numa determinada razão, a outra diminui (ou aumenta) na mesma razão. As razões de cada elemento da primeira pelo inverso de cada elemento correspondente da segunda são iguais.

Exemplo 5: Suponhamos que no exemplo analisado na folha anterior (razão direta), a quantia gasta pela Faculdade de Ciências Biológicas na aquisição de camundongos para o laboratório seja sempre R$ 200,00. Então, o tempo de resposta da pesquisa a partir da reação dos camundongos dependerá da sua quantidade. Fique tranqüilo, a lógica é simples:

Número de camundongos	1	2	4	5	10
Tempo de resposta da pesquisa (dias)	20	10	5	4	2

Exemplo 6: Um automovel viaja uma distância de 100Km em 1 hora com velocidade de 100Km por hora. Se este mesmo automovel fizer a mesma viagem com 50Km por hora, ele irá gastar 2 horas para chegar ao destino. A relação da velocidade do carro é inversamente proporcional ao tempo gasto na viagem, isso quer dizer, quanto maior for a velocidade, menos tempo irá gastar para completar a mesma distância.

Esse exemplo é para esclarecer ainda mais esse assunto.

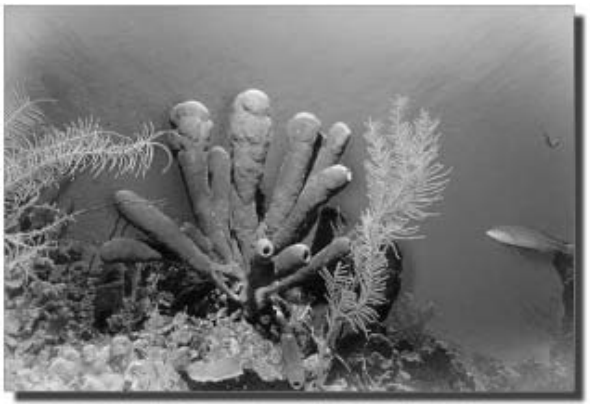
Para exercitar: num horto florestal, 6 espécies de plantas terrestres do mesmo tipo são vendidas diariamente por R$ 5,50 cada muda. Observe a tabela e complete, considerando a quantidade de mudas vendidas e o respectivo preço.

Espécies de plantas terrestres	Preço em R$
2	
6	33
9	
4	

Regra de Três Simples

Ao relembrar esse assunto, você verá como é útil conhecer a proporcionalidade entre duas grandezas. Pudemos verificá-la anteriormente. Acompanhe a resolução desse problema que envolve a proporcionalidade entre duas grandezas.

Exemplo 1: Alguns seres marinhos vivem em locais de grande profundidade no oceano pacífico. Para um destes seres alcançar tal profundidade, precisam percorrer 2500 metros de distância, em aproximadamente 50 minutos, mantendo uma velocidade constante. Em quanto tempo esses seres marinhos percorrem 1000 metros?



É indispensável a utilização de alguns procedimentos para resolver problemas por regra de três simples.

Vamos aos procedimentos?

1º) Montar a tabela: As quantidades correspondentes a uma mesma grandeza devem ser expressas sempre na mesma unidade de medida.

Comprimento(m)	Tempo (min)
2500	50
1000	x

2º) Verificar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais:

- Se as grandezas forem diretamente proporcionais, coloca-se uma seta vertical na coluna onde se encontra o x, na direção dele, e uma seta vertical de mesmo sentido na coluna dos outros dados.

- Se as grandezas forem inversamente proporcionais, procede-se da mesma forma na coluna do x, invertendo-se o sentido da seta na outra coluna.

3º) Determinar o valor de x, que é o termo procurado, através da propriedade fundamental das proporções.

Nesse exemplo, temos uma regra de três simples e direta na mesma razão. Observe os procedimentos acima:

Comprimento(m)		Tempo (min)
2500		50
1000		x

$\frac{2500}{1000} = \frac{50}{x} \Rightarrow x = 20$ Os s. marinhos percorrem 1000 m em 20 minutos.

Veja que a regra de três simples, envolve apenas duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais. **Nesse exemplo a regra de três envolveu duas grandezas diretamente proporcionais.** Para facilitar, podemos montar uma tabela colocando em cada coluna, ordenadamente, os valores da mesma grandeza e, daí, obtermos uma equação através da aplicação da propriedade fundamental das proporções. Quando as grandezas forem diretamente proporcionais, essa equação terá a mesma forma da tabela.

Contudo, no caso de **grandezas inversamente proporcionais**, a montagem da equação será feita **invertendo-se a razão de uma das grandezas**. Vamos esclarecer com um exemplo 2:

Um alimento, hipoteticamente, leva mais ou menos 10 segundos para transitar entre a boca e o estômago, em uma velocidade de 100m/s. Para fazer o mesmo trajeto em 20 segundos, quantos metros por segundo o alimento deverá percorrer?



Tempo (S)	**Espaço percorrido por segundo (m/s)**
10 ↓	100 ↑
20	x

As grandezas são inversamente proporcionais. Portanto, os produtos entre os valores e seus correspondentes devem ser iguais:

10 . 100 = 20. x → x = 50 m/s O alimento percorrerá 50 m/s para chegar ao estômago.

Quando as grandezas forem diretamente proporcionais, dizemos que a regra de três é direta. Quando forem inversamente proporcionais, dizemos que a regra de três é inversa.

Agora é com vocês: Se 6 biólogos fazem certa pesquisa quantitativa, mantendo o mesmo ritmo de trabalho em 10 dias, em quantos dias 20 biólogos fariam a mesma pesquisa?

Matemática é exercício, praticar só faz bem!

Porcentagem

Exemplo 3: Em uma conversa entre um paciente e sue médico, o primeiro diz:



"O valor de referência da glicose em meu exame sanguíneo foi de 20 pontos, será que estou com diabetes, Doutor?"

Veremos se o aumento foi grande ou pequeno. Para isso, é preciso compararmos o acréscimo com o valor anterior da glicose acusado no exame anterior. Isto pode ser feito analisando o quociente entre os dois valores. Assim, se o valor de referência do exame anterior era 100, esta razão é 20/100.

Desta forma: 20/100 = 2/10. Bem, vamos interpretar a razão 20/100 dizendo que como o valor do primeiro exame foi 100,00 ,o aumento foi de 20 pontos em relação a este valor. Este modo de compararmos dois números tomando o 100 como padrão, utilizado desde o século XVII é denominado **porcentagem**. Notaram que não há dificuldade? Intuitivamente, vocês notarão que a nova taxa de glicose é agora de 120 pontos, configurando que o paciente está próximo ao limite que é de 140 pontos para tornar-se portador da diabete, conhecida popularmente como "açúcar no sangue".

Podemos denominar **taxa porcentual** ou **porcentagem** de um número A sobre um número B, tal que B ¹ 0 à razão x/100 tal que x/100 = A/B. Indica-se x/100 por X %.

Trocando em miúdos: Porcentagem é o valor obtido quando aplicamos uma razão centesimal a um determinado valor. Como o nome já diz, é por 100 (sobre 100).

Vamos aplicar, assim entenderemos melhor:

Exemplo 4: Calcular 10% de 500:
A razão centesimal é : 10% = 10/100
Portanto, 10/100 . 500 = 50

Exemplo 5: Qual a taxa porcentual de:
a) 3 sobre 5? 3/5 = x/100 5x = 30 Þ x = 60
A taxa é de 60%

b) 10 sobre 20? 10/20 = x/100 20x = 1000 x = 50
A taxa é de 50%

Exemplo 6: Um microscópio foi vendido ao Instituto de Bioquímica por R$320,00. Se seu preço fosse aumentado em 20%, quanto passaria a custar?

Solução:
Temos que 20% de 320 = 320 × 0,2 = 64.
Logo, o novo preço seria 320 + 64 = R$ 384,00.
Em outras palavras, como 320 + 0,2 × 320 = 320×(1 + 0,2),
então poderíamos fazer simplesmente: 320× 1,2 = R$ 384,00.
Olhe que interessante, calcular **um aumento de 20% é equivalente a calcular 120%.**

Você sabe quanto do seu orçamento doméstico você reserva para fazer a feira semanal? E a escola das crianças? E as compras do supermercado? Todas essa contas você pode fazer utilizando porcentagem.

Vocês sabem como se calcula porcentagem er calculadora? Vamos a um exemplo: Quanto é 20% de 500?



Digitem: 500
Aperte a tecla de multiplicação: X
Digitem: 20
Aperte a tecla de porcentagem: %
O resultado, como pode ser visto, é 100.
Muito fácil, não é mesmo?

Atividades Complementares

1. Num Horto florestal, 8 espécies de plantas terrestres do mesmo tipo são vendidas diariamente por R$ 6,50 cada muda. Observe a tabela e complete, considerando a quantidade de mudas vendidas e o respectivo preço.

Espécies de plantas terrestres	Preço em R$
2	13
8	
13	
5	

2. Um grande incêndio destruiu 15% da mata virgem de uma floresta. Considerando-se que 10% da área total da floresta é constituída de rios e lagos e o restante somente de mata virgem calcule o percentual da área destruída pelo fogo.

tema 2

ESTUDO DAS FUNÇÕES

Você sabia que em vários acontecimentos cotidianos, podemos atribuir que um fato acontece com mais ou menos intensidade a depender de outros que possam a vir ocorrer? É como se fosse uma relação de causa e efeito. É isso aí ! As funções representam um tipo de relação especial entre 2 acontecimentos. Quer ver um exemplo? Vamos começar com algo bem enviesado à área de química, matéria bem peculiar ao estudioso de biologia. A concentração de uma substância química em 1 segundo, é de 3mol/l, após 2 segundos, sua concentração já aumenta para 5 mol/l. Perceberam que a concentração aumenta em função do tempo percorrido de repouso da substância? No decorrer deste tema, veremos a relevância do estudo das funções. O ponto central de nosso interesse é trabalhar a matemática das funções elucidando sua aplicabilidade diária, com particularidade na biologia.

FUNÇÃO DO 1º GRAU, CONCEITOS BÁSICOS E SUA APLICAÇÃO NA BIOLOGIA

FUNÇÕES

concluímos que há uma "relação" de A em B, quando ao analisarmos dois conjuntos A e B, percebermos que há uma conexão entre os elementos de A com os elementos de B. Muito embora, o estudo das relações entre conjuntos seja muito significativo, o nosso intuito aqui, é o de conhecer um tipo especial de relação. Estamos falando da relação em que cada elemento de A tem como correpondente um único elemento de B. Esse tipo de relação, tão especial, é a que a matemática denomina de **função**. Para elucidar, vamos a um exemplo?

Exemplo 1: Um banco de sangue clandestino comercializa sangue para doentes que estão em estado grave e dispõem financeiramente para adquirir tal "mercadoria". Para cada litro de sangue, paga-se R$1.200,00. Acompanhe a tabela de preços:

Litros de sangue	1	2	3	4	5
Preço (R$)	***1.200***	***2.400***	***3.600***	***4.800***	***6.000***

Perceba que estamos trabalhando com duas grandezas distintas: a quantidade de sangue, medida em ml, e o preço de cada litro de sangue, medido em reais. Cada quantidade de sangue corresponde a um único preço. O que confirma o conceito de função mencionado. Assim sendo, podemos com firmeza verificar que, neste exemplo, **o preço é função da quantidade de sangue comercializada.** Deste modo, torna-se possível achar uma fórmula que nos permita elucidar a relação de interdependência entre o preço (y) e a quantidade de sangue comercializada (x):

$$y = 1.200 \times (X)$$

Para aclarar o assunto, relembremos o **conceito de função**:

Uma função f de A em B é uma relação em AxB, que associa a cada variável x em A, um único y em B.

Uma das notações mais usadas para uma função de A em B, é: f : A⟶B
O elemento y é chamado imagem de x por f, e denota-se y = f (x).

Ao analisarmos a função, observemos os elementos que a constituem:

1) A é o domínio da relação
2) B é o contradomínio da relação
3) Todos os elementos de A estão associados a elementos de B
4) Cada elemento de A está associado a um único elemento de B

Exemplo 2: Sejam os conjuntos A = { 0, 1, 2 } e B = { 0, 1, 2, 3, 4, 5 }; vamos considerar a função

f: A⟶B definida por y = x + 1 ou f (x) = x + 1.

1) Domínio
O conjunto A é denominado **domínio da função** indicado por D. No exemplo 2, note que D = { 0, 1, 2 }.

2) Imagem
Subconjunto de B, o conjunto { 1, 2, 3 } é denominado conjunto **imagem da função** que indicamos por Im = { 1, 2, 3 }.

3) Contradomínio
Ao verificarmos o exemplo 2, podemos formalizar a função. Observe como é simples:
1 é a imagem de 0 pela função; indica-se f(0) = 1;
2 é a imagem de 1 pela função; indica-se f(1) = 2;
3 é a imagem de 2 pela função; indica-se f(2) = 3.
O conjunto B, tal que Im ⊂ B, é denominado **contradomínio** da função.

Vamos exercitar! Observem o exemplo 3:

Exemplo 3: Seja a função f : R⟶R definida por f (x) = 4x. Calcule o valor real de x para que se tenha f (x) = 4, ou seja, sua imagem seja 4, a partir desta função. Veja como é fácil!

f (x) = 4x
f (x) = 4
4x = 4
X = 4/4
X = 1
Logo , para a imagem 4 , o valor atribuído a x deve ser 1.

Função do 1º Grau

Sejam a e b números reais, sendo *a* não nulo. Uma função do 1º grau, ou função afim, é uma função f:R em R que para cada x em R, associa f(x) = ax + b. Donde:

a é chamado de inclinação ou coeficiente angular da reta r.

b é chamado coeficiente linear da reta, já que o ponto (0, b), corresponde ao ponto que a reta r intercepta o eixo Oy.

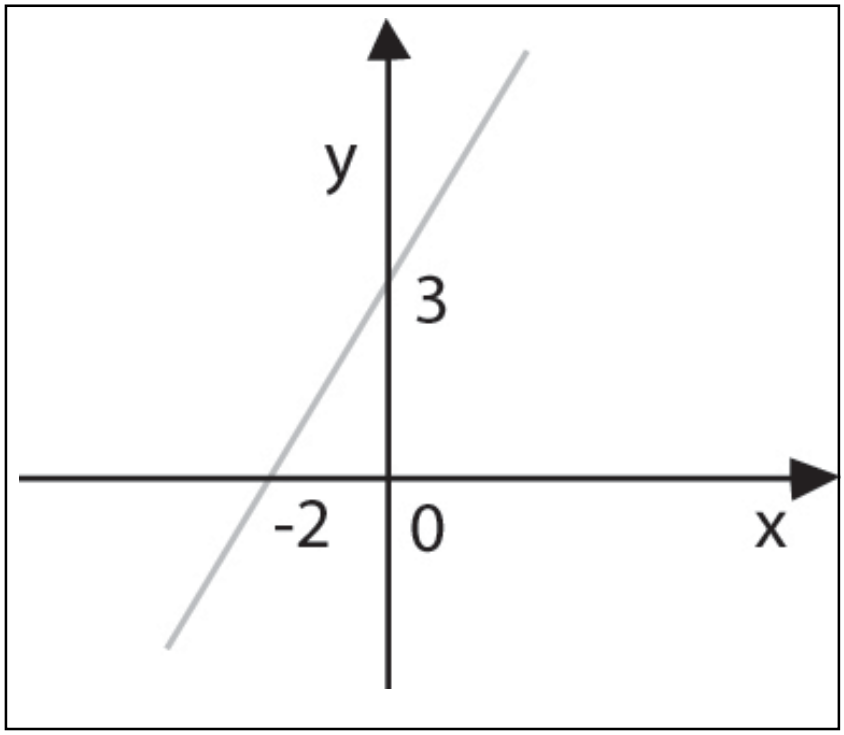
Atenção: Se b é diferente de zero, o gráfico da função do 1º grau é uma reta que **não** passa pela origem (0,0).

f(x)=-2x+5 e f(x)=(2/3)x+9 são alguns exemplos de funções deste tipo.

Em f(x)=-2x+5 por exemplo: a= -2 e b= 5 (Intercepta o eixo dos Y em 5)

Vamos relembrar o gráfico da função do 1º grau?

Para construir o gráfico desta função y = ax + b, basta encontrar dois pontos distintos do gráfico e traçar a reta que passa por esses pontos. Observe o gráfico abaixo, no qual há 2 pontos (0, 3) e (-2,0).Exemplo 4 : f(x) = 3/2 x + 3



Atenção: Para a>0, a reta é crescente, como neste caso acima. Para a<0, a reta é decrescente.

Zero da Função do 1º grau

Para acharmos o zero desta função temos que resolver a equação do 1º grau ax+b=0 . Deduz-se que zero da função é todo número x cuja imagem é nula, isto é, f (x) =0 ou ainda, Y=0., já que podemos usar a identidade f (x) = Y.

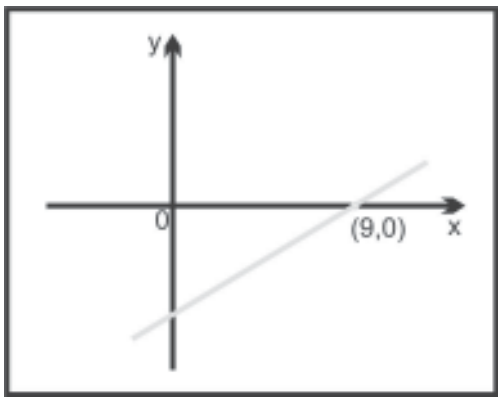
Sendo assim, só há uma, apenas uma única solução, que é x = -b/a.

Zero da função do 1º Grau
x= -b/a

Note que no exemplo 4, X= -2, o que confirma x = -b/a (Confira!).

Não se preocupe, vamos elucidar com o Exemplo 5!

Exemplo 5: O zero da função f (x) = x – 9 é x = 9, pois fazendo x – 9 = 0 vem x = 9 ou ainda podemos aplicar a fórmula descrita acima. Notaram como é simples? Ao construírmos o gráfico, 9 representa a abscissa do ponto onde o gráfico corta o eixo de x.



Vejamos agora os principais casos especiais:

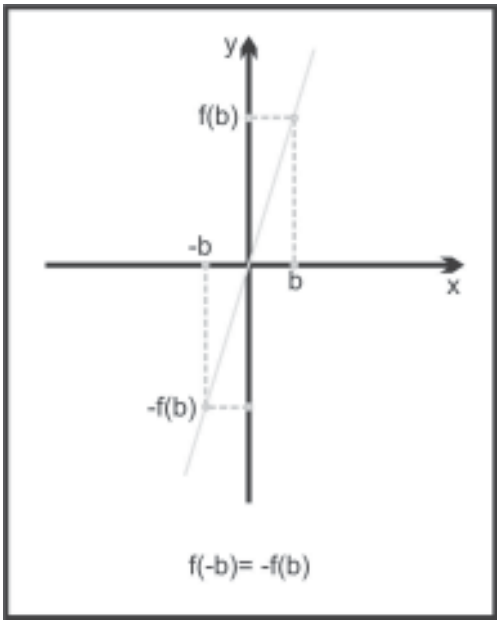
1 A função identidade $f: R \longrightarrow R$ definida por f (x) = x para todo $x \in R$

2 A função constante $f: R \longrightarrow R$ definida por f (x) = b para todo $x \in R$

3 É importante atentarmos que, para b = 0 a função do 1º grau y = ax + b, transforma-se na função y = ax; estamos aqui nos referindo à função linear. Dediquemos um pouco de atenção para entendermos este caso particular da função do 1º grau.

Seja a um número real. Uma função linear é uma função $f: R \longrightarrow R$ que para cada $x \in R$, associa f(x) = ax, $a \neq 0$. f(x)=- 7x, por exemplo, é uma função linear

Observe o gráfico da função linear, que é uma reta que **sempre** passa pela origem (0,0).



Aplicando Função de 1º Grau no Estudo da Biologia

Vamos a um exemplo para melhor entendermos como a função do 1º grau é agasalhada em questões voltadas a assuntos pertinentes à ciência biológica.

Exemplo 5: Biólogos descobiram que o número de sons emitidos por minuto por uma certa espécie de grilos está relacionado com a temperatura. A relação é quase linear. A 68º F,

os grilos emitem cerca de 124 sons por minuto. A 80º F, emitem 172 sons por minuto. Vamos agora encontrar a equação linear que a temperatura em Fahrenheit **F** e o número de ruídos por minuto **t** determinam.

f(x) = ax + b. Chamaremos f(x) = Y = F e x = t
Pegamos a 1ª relação: 68 = 124 a + b Pegamos a 2ª relação: 80 = 172 a + b.
124 a + b = 68 x (-1)
172 a + b = 80
-124 a - b = -68
172 a + b = 80
48 a = 12
a = 12/48

Substituiremos em uma das 2 equações: 172 a + b = 80
172 . 1/4 + b = 80
b = 37

a = 1/4

Substituímos agora na equação f(x) = ax + b F = at + b Þ **F = ¼. t + 37**

Para traçar o gráfico de como se comporta esta função entre temperatura e número de ruídos por minuto atribua valores aleatórios a t (eixo dos X) e ache valores de F (eixo dos Y). Veja que neste caso **Y**, representado por F, é a variável dependente, uma vez que é determinada de acordo com os valores atribuídos a **x**, representada por t.

Deixo agora uma questão para você responder: Quando a temperatura cair para 37 graus F, quantos ruídos por minuto os grilos conseguirão emitir?

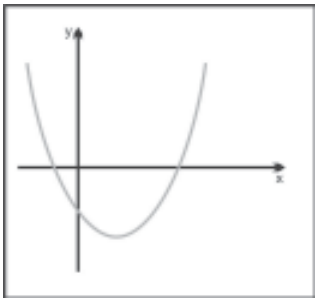
FUNÇÃO DO 2º GRAU,CONCEITOS BÁSICOS E APLICAÇÃO NA BIOLOGIA

Função do 2º Grau

Definida por $f(x)=ax^2+bx+c$, onde a, b e c são constantes reais, a função do 2º grau é uma $f : R \rightarrow R$ na qual o seu domínio é $D(f)=R$ e a imagem é $Im(f)=R$. A Função do 2º grau também é chamada de função quadrática, pois ela se apresenta através da expressão $a x^2 + b x + c = 0$, que é uma equação trinômia do segundo grau. A parábola (curva plana) é a sua representação gráfica.

Os zeros ou raízes da função do 2º grau $f(x)=ax^2+bx+c$ são os valores de x reais tais que f (x) = 0 e, portanto, as soluções. Para calcularmos as raízes, uma vez que estamos trabalhando com uma função de grau 2, pode ser assim calculadas:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$





Igualmente às equações do 2º grau, neste tipo de função acontece o seguinte em relação ao Δ (delta):

1) Se $\Delta > 0$, a função tem dois zeros reais diferentes (x' ¹ x'').

2) Se $\Delta = 0$, a função tem duas raizes reais e iguais (x' = x'').

3) Se $\Delta < 0$, a função não tem zero real.

Exercitando, certamente, veremos que não há dificuldade, vamos lá!

Exemplo 6: Observe a conversa do professor com o aluno Carlinhos.

- Carlinhos, como podemos definir as raizes de uma função quando estudamos função do 2º grau?

- Professor, acredito que as raizes são os valores de x que anulam a função f (x).

- Correto, Carlinhos. E na forma matemática, como isso pode ser ilustrado?

- Simples, professor! Vamos resolver $f(x) = 100x - x^2$:

$f(x) = 100x - x^2$

$100x - x^2 = 0 \rightarrow$ Colocaremos o x em evidência para facilitar a Resolução- (método da fatoração).

$X (100- x) = 0 \rightarrow x' = 0$ e $x'' = 100$.

Vamos agora fazer o gráfico da função do 2º grau?

Para esboçarmos o gráfico da função $f(x)=ax^2+bx+c$, torna-se imprescindível que você faça um revisão da construção gráfica de funções do 2º grau, já que abordaremos os pontos mais pertinentes para a aplicação nas questões relativas a assuntos das ciências biológicas.

1) O gráfico é uma parábola, cujo eixo de simetria é a reta x = -b/2a, perpendicular ao eixo dos x.

2) O vértice da parábola é o ponto V que é máximo se a < 0 ou mínimo se a>0.

3) A parábola intercepta o eixo dos X nos pontos (x', 0) e (x", 0).

4) A parábola intercepta o eixos das ordenadas no ponto (0, C).

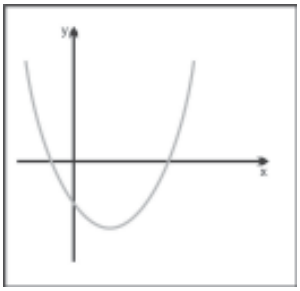
5) Se a > 0 (a < 0), a parábola tem a concavidade voltada para cima (baixo).

6) Se $\Delta > 0$, a parábola intercepta o eixo dos x em dois pontos distintos.

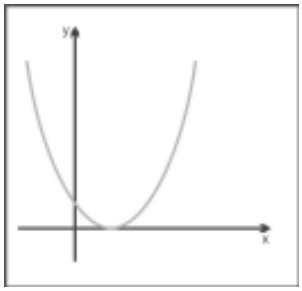
7) Se $\Delta = 0$, a parábola tangencia o eixo dos x no ponto p (-b/2,0).

8) Se $\Delta < 0$, a parábola não tem pontos no eixo dos x.

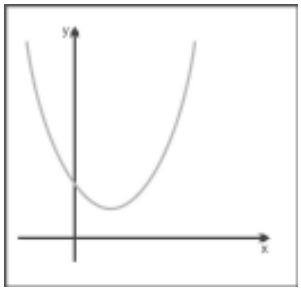
Vamos agora relembrar os diversos tipos de gráficos representativos da função de 2º grau:



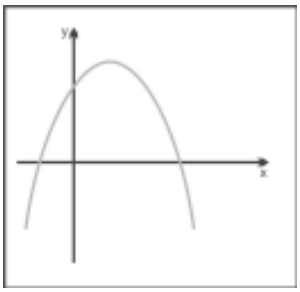
a > 0 e Δ >0



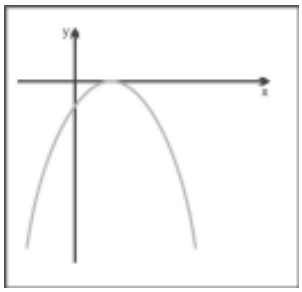
a > 0 e Δ=0



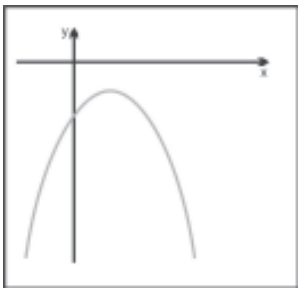
a > 0 e Δ<0



a < 0 e Δ>0



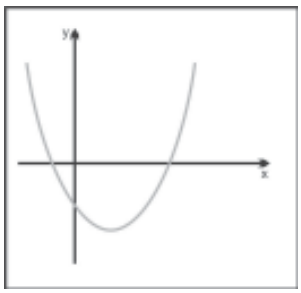
a < 0 e Δ=0

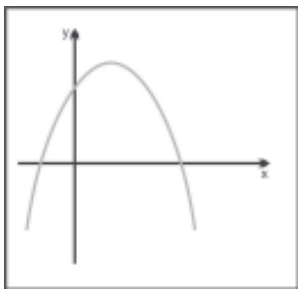


a < 0 e Δ<0

Relembremos o valor mínimo ou valor máximo da Parábola

Observe que forma do gráfico parece falar por sí. Note que, vemos que é o seu valor mínimo se a > 0, e seu valor máximo se a < 0





Assim, para calcularmos o valor máximo ou valor mínmo,

utilizaremos a fórmula $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ (Y do Vértice)

Vamos aplicar!

Exemplo 7: Você montaria um gráfico desta função $f(x)= x^2- 8x+12$?

Em primeiro lugar, vamos encontrar os zeros da função:

$x^2- 8x+12= 0$

$\Delta = b^2 – 4ac = 8^2 – 4.1.12 = 16$

$X= \frac{8 +/- 4}{2}$ $\quad x'= 6$ $\quad x''= 2$

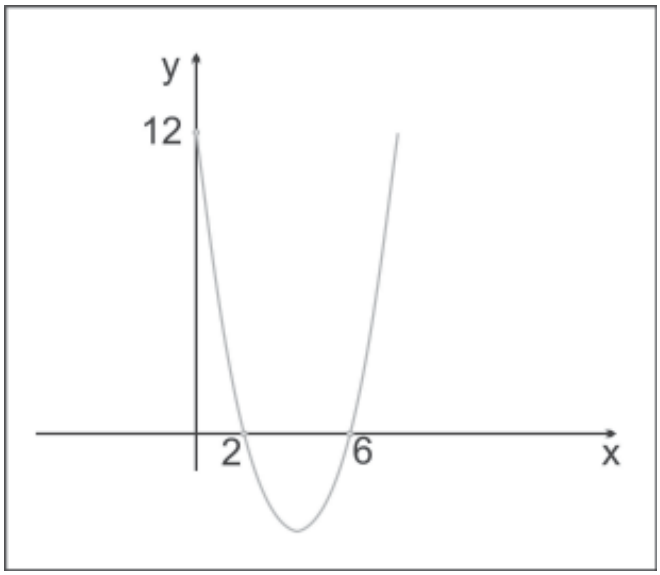
Note que, como D é maior do que zero, há 2 raízes reais e diferentes

O 2º passo é atribuir valores aleatórios a x (variável independente) e encontrar valores para Y(variável dependente):

X	0	1	2	3	4
Y	12	5	0	-3	-4

Para a determinação dos valores de Y, basta substituir na função $f(x)= x^2- 8x+12$ (lembre-se que f(x)=Y) e achar os valores de Y.

Verificamos prontamente que: como a>0, a parábola é voltada para cima e terá um ponto mínimo determinado pelo $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ (Y do vértice) que será -4. Já a abscissa do vértice é calculada por $X_v = -\frac{b}{2a}$, que será 4. A parábola cortará os eixos dos x em 2 e 6 como verificamos ao acharmos as raízes (zeros) da função. Já em relação ao eixo dos Y, a parábola intercepta no ponto (0, 12). Observe o gráfico.



Aplicando a Função do 2º grau no Estudo da Biologia

Exemplo 8: Um sapo, ao pular de uma vitória-régia para outra vitória–régia em busca de alimentar-se de um inseto, parte da origem (0,0), segundo um referencial dado. Ele percorre, através do seu pulo, uma trajetória parabólica que atinge uma altura máxima no ponto (2,4). Vamos agora escrever a equação da trajetória do sapo na busca da sua alimentação na outra vitória-régia.(Esse é um dado importante, pois a partir desta equação a ciência biológica poderá fazer conjecturas sobre o gasto de energia e as necessidades nutritivas deste animal).

Vamos resolver! Só para relembrar, a parábola intercepta o eixo das ordenadas no ponto (0,c), neste caso c=0 . Assim, consideremos $f(x)=ax^2+bx$. A questão nos fornece o Vértice da parábola que é o ponto $V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$ que, neste caso, ao calcularmos o valor de **a**, saberemos se ele é positivo ou negativo. Caso seja negativo, é máximo; se for positivo, é mínimo.

$X_v = -\frac{b}{2a} = 2$ $\quad y_v = -\frac{\Delta}{4a}$, neste caso, já sabemos que c=0. Ao aplicar as fórmulas,

você encontrará a= -1 e b= 4. As contas são com você! Substituindo na função $f(x)=ax^2+bx$, acharemos a resposta da questão,que é **$y = - x^2+4x$.** Assim, para pular um distância de 1 metro entre uma e outra vitória-régia para se alimentar, a altura do seu pulo será de 3 metros de altura.

Função Exponencial, Potenciação e sua Aplicação na Biologia

Função Exponencial

Conta a lenda que um rei solicitou aos seus súditos que lhe inventassem um novo jogo a fim de diminuir o seu tédio. O inventor do melhor jogo teria direito a realizar qualquer desejo. Um dos seus súditos inventou, então, o jogo de xadrez. O rei ficou maravilhado com o jogo e viu-se obrigado a cumprir a sua promessa. Chamou, então, o inventor do jogo e disse que ele poderia pedir o que desejasse. O astuto inventor pediu então que as 64 casas do tabuleiro do jogo de xadrez fossem preenchidas com moedas de ouro, seguindo a seguinte condição: na primeira casa seria colocada uma moeda e em cada casa seguinte seria colocado o dobro de moedas que havia na casa anterior. O rei considerou o pedido fácil de ser atendido e ordenou que providenciassem o pagamento. Tal foi sua surpresa quando os tesoureiros do reino lhe apresentaram a suposta conta, pois apenas na última casa o total de moedas era de 263, o que corresponde a aproximadamente 9 223 300 000 000 000 000 = 9,2233.1018. Não se pode esquecer ainda que o valor entregue ao inventor seria a soma de todas as moedas contidas em todas as casas. O rei est[a falido!

A lenda nos apresenta um aplicação de **funções exponenciais**, especialmente da função $y = 2^x$.

As funções exponenciais são aquelas que crescem ou decrescem muito rapidamente. Elas têm objetivos especiais na Matemática e nas ciências envolvidas com ela, como: Física, Química, Engenharia, Astronomia, Economia, Biologia, Psicologia e outras. Como exemplos de aplicação da teoria das funções exponenciais, temos os seguintes estudos: Lei do resfriamento dos Corpos, Desintegração Radioativa ,Crescimento Populacional, Taxas de Juros, entre outros.

Definição, Domínio e Imagem de Função Exponencial

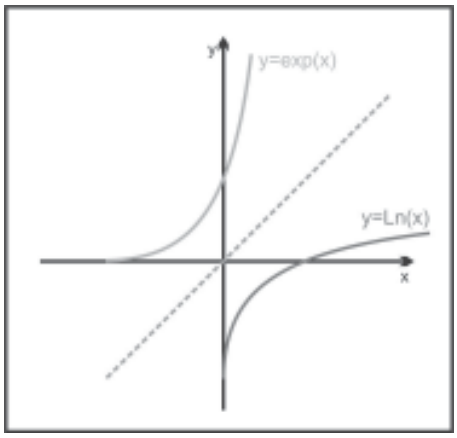
A função $f : R \rightarrow R^*_+$, definida por $f(x) = a^x$, com *a* E R^*_+ e a 1 e x E R, é denominada função exponencial de base a. Exemplo: $f(x) = 3^x$ (a base é 3).

Concluindo, essa função pode assim ser definida :

O domínio e a imagem de uma função exponencial são os conjuntos definidos por:

Domínio Reais

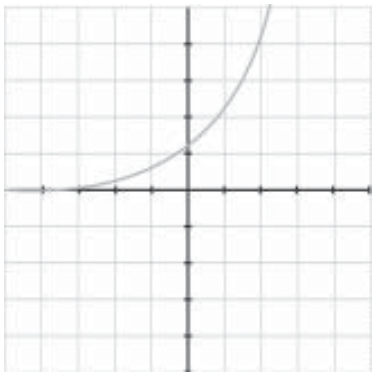
Imagem Reais não negativos (R+)



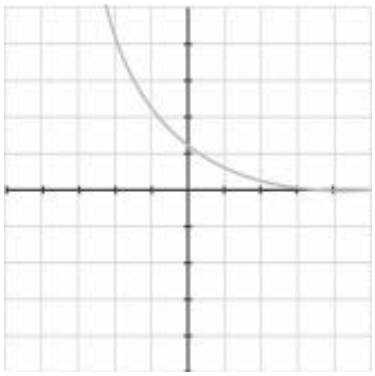
Gráficos de Funções Exponenciais

A função **exponencial** surge na modelação matemática de diversos fenômenos naturais como, por exemplo, no estudo do crescimento de algumas populações de seres vivos. O seu gráfico é obtido como sendo o inverso do gráfico da função logarítmica.

Como perceberemos, nos exemplos abaixo, uma função exponencial pode ser crescente ou decrescente, conforme a sua base a:



Exponencial crescente: base a > 1



Exponencial decrescente: base 0 < a < 1

Vamos a um exemplo? Vale destacar que esse, como todos os assuntos mencionados em biomatemática, tem o objetivo de instrumentailzar, auxiliando o professor da área de ciências biológicas na resolução de questões da sua área.

Potenciação e Função Exponencial



Exemplo 1: O número de bactérias em um meio duplica de hora em hora. Se, inicialmente, existem 8 bactérias no meio, ao fim de 10 horas o número de bactérias será de quanto?

Se inicialmente nós temos 8 bactérias e a cada hora a quantidade se duplica, isso significa dizer que multiplicaremos a quantidade inicial por 2 elevado a 9. A base 2 significa a duplicação e o número 9 , a quantidade de vezes que iremos multiplicar a quantidade inicial de bactérias.

$8.\ 2^9 = 2^3 \ .\ 2^9 = 2^{12}$. Então, 2^{12} é a quantidade de bactérias encontrada ao final de 10 horas expostas a esse meio.

Para resolvermos essa questão utilizamos atributos pertinentes à potenciação, o que auxiliará a resolução de questões que contemplem a função exponencial.

Termos da potenciação: $a^x = b$, onde *a* é a base, *x* é o expoente *e* a^n ou *b,* a potência.

Potência com expoente natural: a^x = a.a.a. ... .a (*n* fatores)

Se a, x e y são dois números reais quaisquer e k é um número racional, então:

- $a^x\ a^y = a^{x+y}$
- $a^x / a^y = a^{x-y}$
- $(a^x)^y = a^{x.y}$
- $(a\ b)^x = a^x\ b^x$
- $(a / b)^x = a^x / b^x$
- $a^{-x} = 1 / a^x$

Exemplo 2: Uma população de mosquitos desenvolve-se segundo o modelo dado pela função $P(t) = P(0) \ .\ k^{0,01t}$, onde a variável t indica o tempo dado em dias., P(0) indica a população inicial e p(t) indica a população com o passar do tempo. Qual é a população inicial, sabendo -se que após 100 dias a população é de, aproximadamente, 100.000 indivíduos? Sabe-se que k = 100

Em primeiro lugar, encontraremos P(0), a população inicial. Como é dado que, quando t =100 dias, p(100)=100000, temos:

$P(10) = P(0)\, k^{0,01.100}$, Ou Seja: $100000 = P(0) \cdot k^{1}$

$P(0) = 1 \cdot 10^{5}\ k^{-1}$

$P(0) = 10^{5} \cdot 100^{-,1}$ ® $P(0) = 10^{5} \cdot (10^{2})^{-,1}$ ® $P(0) = 10^{3} =$

Resp. 1000 mosquitos

Atividades Complementares

1- Um hospital atende cerca de 600 doentes diariamente. Para cada atendimento, o custo unitário de cada paciente para o hospital , é de R$50,00. Acompanhe a tabela de custo unitário de cada paciente:

Paciente	1	2	3	4	5
Custo Hospitalar (reais)	***50***	***100***	***150***	***200***	***250***

Perceba que estamos trabalhando com duas grandezas distintas: a quantidade de pacientes atendidaos, medido em unidade, e o preço de cada atendimento, medido em reais. Pergunta-se: Como achar uma fórmula que nos permita elucidar a relação de interdependência entre o Custo Hospitalar desembolsado para atender cada paciente (y) e a quantidade de pacientes atendidos (x) ? Construa o gráfico demonstrativo.

2- Na espécie humana existe cerca de 100.000 genes (Linhares, 2000). Represente em forma potencial a quantidade de genes pertencentes a 10 espécies humanas:

bloco temático 2

APLICAÇÕES ESTATÍSTICAS ÀS CIÊNCIAS BIOLOGICAS

Você sabia que todos nós somos um pouco cientistas? Note que quase diariamente estamos dando “palpites” com relação ao que irá acontecer futuramente em nossas vidas, com vistas a prever o que acontecerá em novas situações ou experiências. A ocorrência ou não destas situações nos permite confirmar ou não nossas idéias. Essa segunda situação faz, muitas vezes, experimentarmos conseqüências desagradáveis. Às vezes ganhamos, às vezes perdemos. A verdade é que, lamentavelmente, nem todas as previsões desejadas acabam-se tornando reais. De modo muito parecido, o cientista tem idéias sobre a natureza da realidade (hipóteses) e freqüentemente testa suas idéias através da pesquisa sistemática. Ele faz pesquisas para aumentar o cabedal de descobertas e suas conseqüências em seu campo de estudo. A partir dessa investigação, o pesquisador pode tomar suas próprias decisões. Nesse sentido, a estatística é uma ferramenta fundamental para o desenvolvimento e de pesquisas e análises de dados de um estudioso das ciências biológicas a partir das suas funções básicas, a descrição e a tomada de decisões. Nesse bloco, você ficará conhecendo alguns instrumentais estatísticos, de grande valor que servirá de auxílio ao professor das ciências biológicas em suas análises.

PROBABILIDADE E NOÇÕES DE ESTATÍSTICA DESCRITIVA

Experimentos Aleatórios e Noções de Probabilidade

Alguns conceitos básicos: experimento ou evento aleatório, espaço amostral, espaço equiprovável , fenômenos determinísticos e probabilidade.

Podemos denominar de **experimento ou evento aleatório** aquele cujo resultado não é previsível, contudo pertence necessariamente a um conjunto de resultados possíveis denominado **espaço amostral.** Abordaremos apenas os espaços amostrais equiprováveis, ou seja, aqueles onde os eventos elementares possuem a mesma chance de ocorrerem.

Qualquer subconjunto desse espaço amostral é denominado evento**. Se este subconjunto possuir apenas um elemento, estaremos nos reportando ao** evento elementar**. Vamos a um exemplo para aclarar melhor o assunto ?**

Experimento ou Evento Aleatório é aquele que, nas mesmas condições de realização, não se pode prever qual dos resultados possíveis se verificará. (A palavra álea provém do latim e significa "dados de jogar". Aleatório é tudo aquilo que depende de fatores incertos, sujeitos ao acaso: casual, fortuito ou acidental).

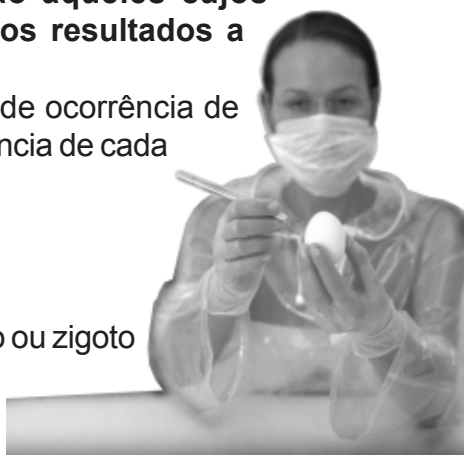
Por exemplo, no lançamento de um dado, o nosso espaço amostral seria U = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Exemplos de eventos no espaço amostral U:
A: sair número maior do que 4: A = {5, 6}
B: sair um número primo e par: B = {2}
C: sair um número ímpar: C = {1, 3, 5}

Perceba que no lançamento do dado acima, supõe-se que sendo o dado perfeito, as chances de sair qualquer número de 1 a 6 são iguais. Temos então um **espaço equiprovável.**

Existem os fenômenos determinísticos**, que são aqueles cujos resultados são previsíveis, ou seja, temos certeza dos resultados a serem obtidos.**

Há, geralmente, possibilidades diversas possíveis de ocorrência de um fenômeno aleatório, sendo a medida numérica da ocorrência de cada uma dessas possibilidades, denominada **Probabilidade**.



Vamos ao exemplo 2 ?

Exemplo 2: Em embriologia relembraremos que o ovo ou zigoto é uma célula que contém todas as estruturas necessárias à formação de uma nova vida e podem ser classificados

segundo a quantidade e distribuição do vitelo. Ostipos de ovos são oligolécitos , telolécitos incompletos e telolécitos completos . O cientista da Universidade de Cambrigde considerou um recipiente próprio para pesquisas embriológicas que continha 49 oligolécitos e 1 telolécito completo, não havendo telolécitos incompletos. Para uma retirada para pesquisa, ele teve duas possibilidades: oligolécito ou telolécito incompleto. Note que será muito mais freqüente a obtenção, numa retirada, de um ovo do tipo oligolécito, o que nos permite afirmar que o evento "colher oligolécito para pesquisa" tem maior probabilidade de ocorrer, do que o evento "colher telolécito incompleto para pesquisa".

Conceito Elementar de Probabilidade

Atribui-se a origem do Cálculo das Probabilidades a Braise Pascal (1623 - 1662) e a Pierre Fermat (1601 - 1665), que receberam a incumbência de analisar os fenômenos aleatórios através de consulta formulada pelo jogador da época, Chevalier de Mére. Nessa época foram estudados e resolvidos inúmeros problemas de probabilidade. A partir daí, outros estudiosos como James Bernoulli, De Moivre, Laplace, Gauss e Quetele se preocuparam com a probabilidade.

POSSIBILIDADE: Em matemática, possibilidade é um nº natural inteiro maior ou igual a zero (0) utilizado como denominador na fórmula do cálculo das probabilidades. Representa o Universo (ou População) de acontecimentos, isto é, o espaço amostral.

PROBABILIDADE: Num conjunto de acontecimentos igualmente possíveis, probabilidade de ocorrer um evento aleatório é a relação (razão) entre o número de acontecimentos favoráveis e o número de acontecimentos possíveis.

Seja U um espaço amostral finito e equiprovável e A um determinado evento, ou seja, um subconjunto de U. A probabilidade p(A) de ocorrência do evento A será calculada pela fórmula

$$p(A) = n(A) / n(U)$$

onde: n(A) = número de elementos de A e n(U) = número de elementos do espaço amostral U.

Vamos exercitar!

Exemplo 3: Considere o lançamento de um dado. Calcule probabilidade de:



a) sair o número 2:

Temos U = {1, 2, 3, 4, 5, 6} [n(U) = 6] e A = {2} [n(A) = 1]. Portant a probabilidade procurada será igual a p(A) = 1/6.

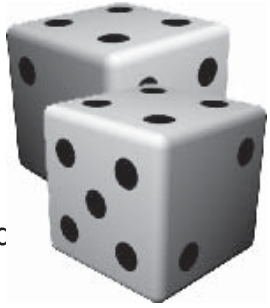
b) sair um número menor do que 3: agora, o evento A = {1, [n(A) = 2].Portanto,p(A) = 2/6 = 1/3.

c) sair um número par: agora o evento é A = {2, 4, 6} [n(A) = 3]; logo a probabilidade procurada será p(A) = 3/6 = 1/2.

d) sair um múltiplo de 3: agora o evento A = {3, 6} [n(A) = 2].; logo a probabilidade procurada será p(A) = 2/6 = 1/3.

e) sair um quadrado perfeito: agora o evento A = {1,4} com dois elementos. Portanto, p(A) = 2/6 = 1/3.

Vamos adicionar mais um dado à nossa brincadeira?



Exemplo 4: Considere o lançamento de dois dados. Muita Cautela: atente-se para este caso, no qual o espaço amostral U é constituído pelos pares ordenados (i,j), onde i = número no dado 1 e j = número no dado 2. Assim sendo,teremos 36 pares ordenados possíveis do tipo (i, j) onde i = 1, 2, 3, 4, 5, ou 6 e j = 1, 2, 3, 4, 5, ou 6. Afinal, precisamos contar o número d faces de cada dado.

Com posse dessas informações, qual a probabilidade de?

a) sair a soma 12

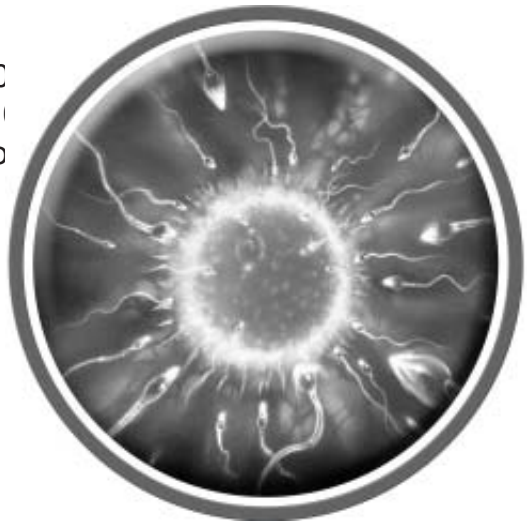
Bem, verifique que a única possibilidade é o par (6,6). Desta maneira, a probabilidade procurada será igual a p(A) = 1/36.

b) sair a soma 8

Perceba que as somas iguais a 8 estão nos pares:(2,6),(3,5),(4,4),(5,3) e (6,2), ao lançar os dois dados. Assim, o evento "soma igual a 8" possui 5 elementos. Logo, a probabilidade procurada será igual a p(A) = 5/36. Viram como não há mistério?

Para refletir...

Quanto maior o número de acontecimentos, mais o resultado obtido se aproxima da probabilidade esperada, isto quer dizer: menor é o desvio estatístico entre os resultado esperado e obtido.



Exemplo: Considere agora uma corrida com 60 espermatozóides A, 10000 espermatozóides B e 400 portadores do gene C. Considere a hipótese de reposição desses espermatozóides , calcule as probabilidades seguintes:

a) Chegar ao óvulo um espermatozóide portador do gene A
p(A) = 6000/20000 = 3/10 = 0,30 = 30%

b) Chegar ao óvulo um espermatozóide portador do gene B
p(A) = 10000/20000 =1/2 = 0,50 = 50%

c) Chegar ao óvulo um espermatozóide portador do gene C
p(A) = 4000/20000 = 1/5 = 0,20 = 20%

Olha que interessante! As probabilidades também podem ser expressas como porcentagem. estamaneira de expressão permite que a estimativa do número de ocorrências para um número elevado de experimentos.

Vamos conhecer um pouco mais de probabilidades através das suas propriedades fundamentais.

Propriedades Fundamentais das Probabilidades

1ª Propriedade: A probabilidade do evento impossível é nula.
Desta forma, sendo o evento impossível, o conjunto vazio (Ø), verificamos que:
$p(Ø) = n(Ø)/n(U) = 0/n(U) = 0$
Exemplo 6: Se numa urna só existem bolas brancas, a probabilidade de se retirar uma bola verde (evento impossível, neste caso) é nula.

2ª Propriedade: A probabilidade do evento certo é igual à unidade.
Com efeito, $p(A) = n(U)/n(U) = 1$
Exemplo 7: Se numa urna só existem bolas vermelhas, a probabilidade de se retirar uma bola vermelha (evento certo, neste caso) é igual a 1.

3ª Propriedade: A probabilidade de um evento qualquer é um número real situado no intervalo real [0, 1]. Esta propriedade é conseqüência da 1ª e 2ª propriedades.

4ª Propriedade: A soma das probabilidades de um evento e do seu evento complementar é igual à unidade.
Exemplo 7: Seja o evento A e o seu complementar A'. Sabemos que A U A' = U.
$n(A \cup A') = n(U)$ e, portanto, $n(A) + n(A') = n(U)$.
Dividindo ambos os membros por n(U), vem:
$n(A)/n(U) + n(A')/n(U) = n(U)/n(U)$, de onde conclui-se:
$p(A) + p(A') = 1$

5ª Propriedade: Sendo A e B dois eventos, podemos escrever:
$p(A \cup B) = p(A) + p(B) – p(A \cap B)$
Observe que se $A \cap B = Ø$
(ou seja, a interseção entre os conjuntos A e B é o conjunto vazio), então:
$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$.

Lembre-se que na Teoria dos Conjuntos $n(A \cup B) = n(A) + n(B) – n(A \cap B)$
Dividindo ambos os membros por n(U) e aplicando a definição de probabilidade, concluímos rapidamente a veracidade da fórmula acima. Se esqueceu, é importante revisar, ok?

Exemplo 8: Em um laboratório bioquímico, pesquisa-se sobre dois tipos de bactérias, tipos J e P. Sabe-se que 5000 pesquisadores empenham-se em buscar mais informações sobre a bactéria J, 4000 sobre a bactéria P, 1200 pesquisam sobre ambas e 800 não se interessam por esse tipo de pesquisa. Qual a probabilidade de que um pesquisador escolhido ao acaso seja estudioso e busque novas informações através das2 bactérias?

Vamos solucionar?

Calculemos o número de pesquisadores do conjunto universo, ou seja, nosso espaço amostral. Obteremos assim:

n(U) = N(J U P) + N.º de pesquisadores que atuam na atividades de pesquisa de bactérias.

n(U) = n(J) + N(P) – N(J Ç P) + 800
n(U) = 5000 + 4000 – 1200 + 800
n(U) = 8600

Achamos a probabilidade procurada !
p = 1200/8600 = 12/86 = 6/43.
Logo, p = 6/43 = 0,1395 = 13,95%.

Agora vamos interpretar o resultado?

Relembrando conceitos.... a probabilidade de um acontecimento pode ser definida como o número de resultados favoráveis a esse acontecimento, dividido pelo número de resultados possíveis.

Escolhendo-se ao acaso um pesquisador do laboratório, a probabilidade de que ele se interesse pelos 2 tipos de bactérias (P e J) é de aproximadamente 14%. O que indica, por outro lado, que há uma probabilidade de 86% dos pesquisadores que não se interessam por nenhum dos 2 tipos de bactérias em questão.

Você sabia ? No monohibridismo, aplicamos uma das regras de probabilidade ao realizarmos o cálculo da proporção de indivíduos da F_2. Cada indivíduo Aa produz gametas A e a na proporção de 50% ou ½ para cada um. A formação de um indivíduo AA no cruzamento de 2 indivíduos Aa depende do encontro simultâneo de 2 gametas A. Assim sendo, a probabilidade desse evento é o produto das probabilidades isoladas de cada gameta, ou seja:

1/2 . ½ = 1/4 .

Igualmente para o descendente aa a probabilidade é de ½ . ½ = ¼

Segundo Linhares (1997, p.35):

" Conhecemos cada vez mais a natureza do gene e sua influência sobre nossas características. Desse modo, muitos conceitos utilizados por Mendel – como dominância e recessividade – puderam ser interpretados no nível molecular. Além disso, com o desenvolvimento da teoria das probabilidade, compreenderemos melhor as leis de Mendel."

Vejam que a 2ª parte deste tema 4, ao abordar noções de probabilidades, objetiva dar um suporte na resolução de alguns problemas tratados na genética, um dos assuntos mais relevantes da biologia.

Atividades Complementares

1. A partir de 5 “sopros” no bafômetro, a Polícia Rodoviária detectou no marcador a mesma média de concentração de álcool no organismo de motoristas (imprudentes) na estrada de Santos durante o feriado de 7 de setembro. Verificaremos que a amplitude, a variância e o desvio-padrão mostram medidas diferenciadas. Calcule cada uma delas e verifique você mesmo (a):

Motorista A	10	10	10	10	10
Motorista B	10	8	12	8	12
Motorista C	12	10	6	10	12

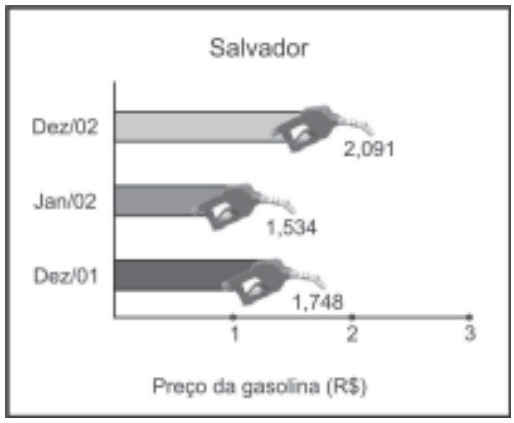
2. Numa corrida de espermatozóides com 100 portadores do gene A e 100 outros do gene a, qual deles fecundará o óvulo? Justifique a sua resposta.

A Importância do estudo da Estatística e os Principais Conceitos Básicos

Quando o pesquisador quantifica os dados no nível de mensuração, ele está utilizando a Estatística como um instrumento de descrição ou de decisão. Para alcançar resultados, ele geralmente estuda uma enorme gama de pessoas, grupos ou dados. Neste contexto, a estatística , a partir da redução de dados quantitativos (uma série de números) a um número ainda menor de termos descritivos que sejam convenientes e facilite a comunicação dos resultados aos demais interessados. Conheceremos agora alguns conceitos que, certamente, embasarão o estudo desse tema.

Estatística

Objetiva o estudo de técnicas necessárias para coletar, organizar, apresentar, analisar e interpretar os dados, a fim de extrair informações a respeito de uma população. Basicamente, pode ser dividida em **Estatística Descritiva,** que será abordada nesse tema e parte do tema 4, e a **Estatística Indutiva,** que teremos a oportunidade de conhecer através do estudo de noções de probabilidades, na 2ª estapa do tema 4. Vale destacar que, apesar desta divisão didática, ambas se inter-relacionam



Estatística Descritiva: A matemática utilizada nos seus cálculos é considerada de nível elementar, o que nos permite classificar esta parte da Estatística como elementar ou básica. Para utilizá-la habilmente é vital o aprendizado de tabulação (organizar e apresentar os dados obtidos através de uma pesquisa utilizando tabela) e construção gráfica. Ademais,

esta parte da Estatística vislumbra cálculos de algumas medidas como de posição (tendência central) e dispersão (desvio-padrão, variância, etc).

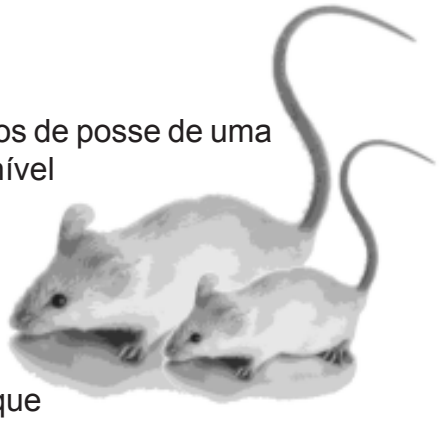
População

Pode ser conceituada como uma coleção de unidades individuais que podem ser pessoas ou resultados experimentais, com uma ou mais características comuns que se pretende estudar. A população pode ser vista como algo "macro". Suponha que estamos interessados em estudar o peso dos camundongos do laboratório Y da Universidade de Pequin. Para conhecermos essa característica devemos pesar os camundongos. Essas informações obtidas são chamadas de dados. Nesse caso, os dados são numéricos, por exemplo: 0,5 Kg, 0,7 Kg, 1 Kg, etc. Como o interesse abrange somente quantidade de camundongos do laboratório Y da Universidade de Pequim, todos os camundongos desse recinto formam a população da pesquisa. Podemos assim conceituar **população** como:

O conjunto de todos os elementos, indivíduos ou objetos que tem pelo menos uma característica em comum.

Exemplos de população estatística : grupo de professores de biologia da FTC e a quantidade de automóveis fabricados pela Ford na sua montadora em Camaçari-Bahia. É importante enfocar que, na maioria das vezes, é praticamente impossível caracterizar toda a população estatística, o que torna necessário, tomarmos apenas parte dela para a análise e estudo, ou seja, uma **amostra**.

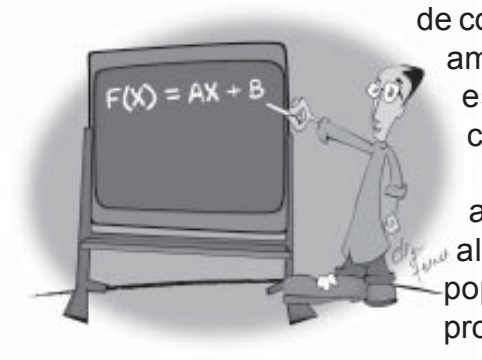
Amostra



Se tirássemos 2 camundongos desta população, estaríamos de posse de uma amostra desta população. Verificamos que a amostra está em nível "micro". Sendo assim, podemos definir **amostra** como:

Um subconjunto da população estatística.

Para garantir que uma amostra seja representativa, ou seja , nos forneça resultados contundentes e confiáveis, é importante que o pesquisado faça uso de um conjunto de técnicas que tentem garantir a representatividade dessa amostra. Estamos nos referindo ao que a estatística chama de **amostragem**. Ela deve ser escolhida com critérios que permitam a correta extrapolação dos dados para a população que se deseja analisar. Necessário se faz chamar a atenção para que o pesquisador distinga as informações obtidas sobre toda a população, que são chamadas de dados populacionais e as informações obtidas sobre uma amostra, que são chamadas de dados amostrais. A fase de coleta de dados é uma parte importante nesse processo, pois, se a amostra não contiver informações adequadas, todo o tratamento estatístico realizado posteriormente não trará informações conclusivas sobre a população sob investigação ou estudo.



O método mais simples de obter uma amostra é através da amostragem casual simples também conhecida como amostragem aleatória. Neste tipo de amostragem todos os elementos da população têm a mesma chance de serem sorteados. Um dos procedimentos para realizar este tipo de amostragem é enumerar

cada indivíduo ou objeto da população e, através de sorteio de números, escolher os indivíduos ou objetos que formarão a amostra.

Tratamento da Informação: Organização de Dados, Tabelas e Gráficos Estatístico

Depois de planejar cuidadosamente o estudo de qualquer fato ou fenômeno e de determinar as suas características mensuráveis, após a coleta de dados numéricos, necessárias à descrição do fenômeno ou fato a ser estudado, o próximo passo é organizar as informações.

A organização dos dados pode ser:

1- TABULAR: Refere-se a apresentação dos dados estatísticos através das tabelas. Para a confecção de uma representação tabular deve-se levar em consideração os seguintes elementos essenciais:

· **Título –** indica a natureza do fato estudado (o quê?), as variáveis escolhidas na análise do fato (como?), o local (onde?) e a época (quando?).

· **Corpo –** é o conjunto de linhas e colunas que contém, respectivamente, as séries horizontais e verticais de informações.

· **Cabeçalho –** designa a natureza do conteúdo de cada coluna.

· **Coluna indicadora –** mostra a natureza do conteúdo de cada linha.

a) Elementos complementares (se necessário)

· **Fonte –** é o indicativo, no rodapé da tabela, da entidade responsável pela sua organização ou fornecedora dos dados primários.

· **Notas –** são colocadas no rodapé da tabela para esclarecimentos de ordem geral.

· **Chamadas –** são colocadas no rodapé. Servem para esclarecer minúcias em relação às caselas, colunas ou linhas. Nenhuma casela da tabela deve ficar em branco, apresentando sempre um número ou sinal.

Tabela 1- Pessoas de 5 anos ou mais de idade, por situação do domicílio e sexo, segundo os grupos de idade e a situação de ocupação na semana de referência - Região Nordeste - 2001

Grupos de idade e situação de ocupação na semana de referência	Pessoas de 5 anos ou mais de idade								
	Total	H.	M.	Urbana			Rural		
				Total	H.	M.	Total	H.	M.
Total (1)	**43 465 222**	**21 115 418**	**22 349 804**	**30 836 003**	**14 536 039**	**16 299 964**	**12 629 219**	**6 579 379**	**6 049 840**
Ocupadas (1)	20 740 411	12 518 567	8 221 844	13 451 572	7 883 353	5 568 219	7 288 839	4 635 214	2 653 625
Não ocupadas (1)	22 723 141	8 596 217	14 126 924	17 382 761	6 652 052	10 730 709	5 340 380	1 944 165	3 396 215
Sem declaração (1)	1 670	634	1 036	1 670	634	1 036	-	-	-
5 a 17 anos	14 014 404	7 080 863	6 933 541	9 426 061	4 686 558	4 739 503	4 588 343	2 394 305	2 194 038

Ocupadas	2 332 021	1 587 147	744 874	979 577	627 831	351 746	1 352 444	959 316	393 128
Não ocupadas	11 681 442	5 493 293	6 188 149	8 445 543	4 058 304	4 387 239	3 235 899	1 434 989	1 800 910
Sem declaração	941	423	518	941	423	518	-	-	-
5 a 9 anos	5 269 961	2 668 025	2 601 936	3 521 388	1 767 091	1 754 297	1 748 573	900 934	847 639
Ocupadas	189 588	137 738	51 850	41 236	28 749	12 487	148 352	108 989	39 363
Não ocupadas	5 079 950	2 529 864	2 550 086	3 479 729	1 737 919	1 741 810	1 600 221	791 945	808 276
Sem declaração	423	423	-	423	423	-	-	-	-
10 a 14 anos	5 422 517	2 720 849	2 701 668	3 613 335	1 782 045	1 831 290	1 809 182	938 804	870 378
Ocupadas	994 885	674 221	320 664	368 417	232 223	136 194	626 468	441 998	184 470
Não ocupadas	4 427 114	2 046 628	2 380 486	3 244 400	1 549 822	1 694 578	1 182 714	496 806	685 908
Sem declaração	518	-	518	518	-	518	-	-	-
15 anos	1 149 583	577 046	572 537	781 322	375 637	405 685	368 261	201 409	166 852
Ocupadas	348 455	235 992	112 463	153 427	98 221	55 206	195 028	137 771	57 257
Não ocupadas	801 128	341 054	460 074	627 895	277 416	350 479	173 233	63 638	109 595
Sem declaração	-	-	-	-	-	-	-	-	-
16 e 17 anos	2 172 343	1 114 943	1 057 400	1 510 016	761 785	748 231	662 327	353 158	309 169
Ocupadas	799 093	539 196	259 897	416 497	268 638	147 859	382 596	270 558	112 038
Não ocupadas	1 373 250	575 747	797 503	1 093 519	493 147	600 372	279 731	82 600	197 131
Sem declaração	-	-	-	-	-	-	-	-	-
18 anos ou mais	29 445 314	14 032 522	15 412 792	21 406 169	9 847 967	11 558 202	8 039 145	4 184 555	3 854 590
Ocupadas	18 405 144	10 930 326	7 474 818	12 469 961	7 254 428	5 215 533	5 935 183	3 675 898	2 259 285
Não ocupadas	11 039 441	3 101 985	7 937 456	8 935 479	2 593 328	6 342 151	2 103 962	508 657	1 595 305
Sem declaração	729	211	518	729	211	518	-	-	-

Fonte: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Departamento de Emprego e Rendimento, Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios 2001.
(1) Inclusive as pessoas sem declaração de idade.

2- GRÁFICA: Refere-se a apresentação dos dados sob forma de gráficos. Veremos os tipos de gráficos mais adiante.

Toda e qualquer coleção de dados estatísticos referidos a uma mesma ordem de classificação dá origem a uma SÉRIE ESTATÍSTICA. Podemos dividí-las em dois tipos:

a) **Série de dados não-agrupados**: refere-se à série na qual as variações do fenômeno estudado são apresentadas,segundo a época a que se referem, ao espaço no qual está se observando ou à qualidade. ou mesmo à espécie do fenômeno. **Podem ser**: temporal, cronológica, histórica, geográfica, territorial, especificativa ou mista.



TABELA 2 – Número e porcentagem de causas de morte de residentes de Londrina, no período de 10 de agosto a 31 de dezembro de 1993.

CAUSAS DA MORTE	Nº	%
Doenças do ap. circulatório	281	33,5
Neoplasias	115	13,7
Causas externas	92	11,0
Doenças do ap. respiratório	87	10,4
Doenças das glând. endóc./transt. Imunitários	56	6,7
Doenças do ap. digestivo	54	6,4
Doenças e infec. e parasitárias	46	5,5
Afecções do per. Perinatal	26	3,1
Demais grupos	82	9,8
TOTAL	839	100,0

FONTE: Núcleo de informação em mortalidade – PML.

Outro exemplo de tabela muito utilizada é a mista! Observe como são distribuídos os dados na tabela abaixo:

TABELA 3 – Percentual da população economicamente ativa empregada no setor primário e o respectivo índice de analfabetismo em algumas regiões metropolitanas brasileiras. 1977.

Regiões Metropolitanas	Setor Primário	Índice de Analfabetismo
São Paulo	2,0	17,5
Rio de Janeiro	2,5	18,5
Belém	2,9	19,5
Belo Horizonte	3,3	22,2
Salvador	4,1	26,5
Porto Alegre	4,3	16,6
Recife	7,0	36,6
Fortaleza	13,0	38,4

FONTE: Indicadores Sociais para Áreas Urbanas - IBGE

b) **Série de dados agrupados:** refere-se à série estatística onde o tempo, o espaço geográfico, a espécie ou a qualidade permanecem constantes e o fenômeno estudado é agrupado em sub-intervalos do intervalo total que se deseja estudar. Há dois tipos de distribuição de freqüências: por intervalos e por pontos.

b.1) **Por intervalos:** as variações do fenômeno são agrupados por intevalos. Vale ressaltar que utilizamos neste tipo de distribuição apenas as variáveis contínuas. Vejamos um exemplo para aclarar o conceito:

Idade (anos)	Freqüência absoluta	Freqüência relativa %
10 |-- 20	570	18,54
20 |-- 30	1130	37,42
30 |-- 40	570	18,87
40 |-- 50	320	10,62
50 |-- 60	190	6,29
60 |-- 70	170	2,29
70 |-- 80	50	0,67
Total	3020	100

Fonte: Dados Hipotéticos

A partir desta tabela, podemos fazer uma breve análise da faixa etária que mais freqüenta o laboratório Y para fazer exames de rotina.

b.2) **Por pontos:** as variações do fenômeno são agrupados por pontos. Vale ressaltar que utilizamos neste tipo de distribuição apenas as variáveis discretas (que só podem assumir valores inteiros).

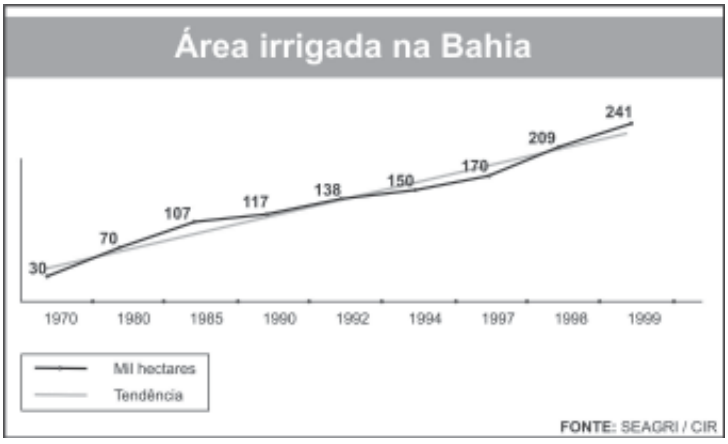
Gráficos

Segundo Cunha e Coutinho (p.37; 1980), “Gráficos são os meios usuais pelos quais comunicamos as idéias contidas nas tabelas” . De certo, a representação gráfica aumenta a legibilidade do resultado de uma pesquisa já tabulada. O ideal é que os gráficos sejam auto-explicativos e de fácil compreensão. “Falem por si só”.

É importante que o gráfico tenha um título, onde se destaca o fato, o local e o tempo. A atenção deve ser voltada para a colocação da fonte de obtenção dos dados, caso não seja o próprio autor que tenha feito a coleta.

O gráficos mais utilizados são os de: linhas, colunas, barras e de setores.

a) **Gráfico de Linhas**: Largamente empregados para ilustração das sereis cronológicas. Vamos a um exemplo?



A partir da análise do gráfico, percebemos claramente que a área irrigada saltou de 30.000 hab. em 1970 para 241.000 hab. em 1999, representando um brutal aumento de 700%.

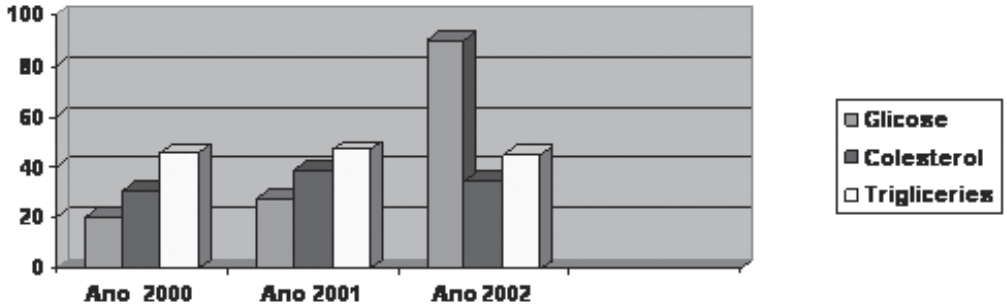
b) **Gráfico de Colunas**

O gráfico a baixo reflete o aumento da rede geral de abastecimento de água:



c) ***Gráfico de Barras:*** tem uma utilização significativa na representação de tabelas regionais. O exemplo abaixo nos mosrta a estatística de tipos de pesquisa laboratorial entre os anos de 2000 a 2002.

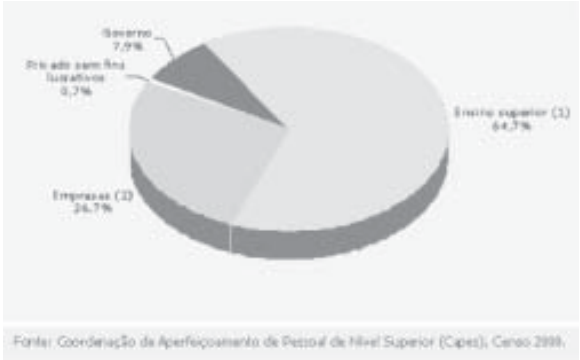
Quantidade de Pesquisas Laboratoriais por tipo – 2000 a 2002



Fonte: Dados Hipotéticos

Ao verificar o gráfico, nota-se que no ano de 2000 houve a liderança da pesquisa em triglicerieis, que permaneceu até o ano seguinte. Já no ano de 2002, verificamos que houve uma inversão. A pesquisa em glicose , de último lugar nos anos 2000 e 2001, passou a liderar com uma grande folga de valor no ano de 2002.

d) ***Gráfico de Setores:*** Consiste em distribuir um círculo em setores proporcionais ás magnitudes do fenômeno. Tem grande emprego por ser muito sugestivo. Para construí-lo, basta fazermos o uso do transferidor, tendo como ponto de partida o valor de 360º como 100%.



Fonte: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), Censo 2008.

Cerca de 1,1 bilhão de pessoas no mundo sofrem com a falta d´água. Embora exista muita água no planeta, o maior volume, 97,5%, está nos oceanos e é salgada: apenas 2,5 % é doce, mas está concentrada nas regiões polares, congelada. Resta à humanidade 0,7% da água doce da Terra, armazenada no subsolo, o que dificulta sua utilização. O gráfico de setores acima reflete justamente esta situação de como dispomos de tão pouca quantidade de água utilizável (doce).

Cálculo e Aplicações das Médias: Aritmética e Ponderada

Oi, gente! Nessa segunda etapa do tema 3 , relembraremos como se calcula as Médias Aritmética e Ponderada e, logo em seguida, teremos o prazer em estudar as principais medidas que representam os fenômenos pelos seus valores médios, em torno dos quais tendem a concentrar-se os demais valores. Estamos nos referindo às Medidas de Tendência Central, também denominadas de Medidas de Posição. Geralmente são usadas para representar as variáveis quantitativas de forma resumida. Tais medidas possibilitam a comparação de variáveis entre si pelo confronto desses números.

a) Média Aritmética

Suponhamos que, mantendo outras condições inalteradas, um lavrador tenha a possibilidade de plantar 5 variedades de sementes de soja, para que as variáveis sejam apenas a origem e a qualidade das sementes. Após o plantio, o lavrador obteve um resultado de 6980 Kg por hectare plantado. Vamos ver como ele chegou a esse resultado?

Baseando-se pela tabela de tipos de sementes de soja e Kg alcançados por hectares de terra plantado, verificamos a quantidade média de soja colhida por hectare:

Tipos de Sementes de Soja	Kg por hectare de terra
A-5555	7200
D-5699	6400
Z-3698	7500
B-1255	6800
F-9632	7000

Fonte: Dados Hipotéticos

$$\overline{X} = \frac{\sum x}{n} = (7200+6400+7500+6800+7000) / 5 = 6.980 \text{ Kg/ha}$$

Calculamos, então, a média aritmética da quantidade de soja colhida pelo lavrador ao plantar 4 tipos de sementes.

No caso de se ter dados relativos a uma população, calcula-se a média aritmética simples através de:

$$\mu = \frac{\sum x}{N}$$, onde N é o número de elementos da população.

Exemplo: Tendo a seguinte amostra A = 9, 10 e 14

$\overline{X} = 11$

Assim, ao verificarmos uma amostra de n elementos composta pelos seguintes valores: x_1 , x_2 , ... , x_n, a **média aritmética simples** desses elementos,como mencionado, é representada por $\overline{X}$. Sua definição é:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$ ou simplesmente $\overline{X} = \frac{\sum x}{n}$, onde, n é o número de elementos da amostra.

B) Média Ponderada

Às vezes, a atribuição de pesos diferenciados a cada valor torna-se necessário para a precisão do valor a que se chegar. O cálculo da média ponderada é bastatne simples. É como se atribuíssimos peso a cada valor. Vamos a um exemplo para deixar vocês mais tranqüilos!

No concurso para técnico laboratorial, os candidatos fizeram provas de Português, Conhecimentos Gerais e Bioquímica, respectivamente, com pesos 2, 4 e 6. Sabendo-se que cada prova teve o valor de 100 pontos, o candidato que obteve 68 em Português, 80 em Conhecimentos Gerais e 50 em Bioquímica, teve média 63. Vamos ver como se faz os cálculos?

A solução é imediata: $M_p = (68.2 + 80.4 + 50.6) / (2 + 4 + 6) = (136 + 320 + 300)/12$**=63.**

Notaram como é fácil? Podemos, via linguagem matemática anunciar a média ponderada da seguinte forma:

Dados n valores $x_1, x_2, x_3, ... , x_n$ aos quais são atribuídos os pesos $k_1, k_2, k_3, ... , k_n$ respectivamente, a média ponderada destes n valores será dada por:

$M_p = (x_1.k_1 + x_2.k_2 + x_3.k_3 + ... x_n.k_n) / (k_1 + k_2 + k_3 + ... + k_n)$

Exemplo: Se os valores 10, 8 e 6 possuem pesos 4, 3 e 2 respectivamente, a média ponderada destes valores será igual a:

$M_p = (10.4 + 8.3 + 6.2) / (4 + 3 + 2) = 76 / 9 = 8,44.$

Atividades Complementares

Bem, começaremos por fazer um gráfico em setores.

Dada a tabela estatística que informa as maiores cachoeiras do nosso país no ano de 1944, construa, segundo a proporção, utilizando um transferidor e a técnica de regra de três (assunto já abordado), o gráfico de setores correspondente à tabela:

Maiores Cachoeiras – Brasil - 1944

CACHOEIRAS	kw	Arcos
Sete quedas	1.500.000	192º
Paulo Afonso	560.000	
Iguaçu	350.000	
Urubupungá	250.000	
Marimbondo	150.000	
Total	2810.000	360º

Fonte: Geografia do Brasil. 2000.

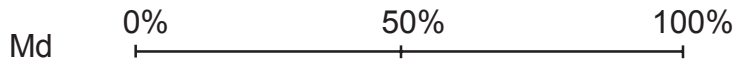
Vimos que a média aritimética simples e ponderada podem ser usadas para resumir, em um único número, aquilo que é considerado "médio" ou "típico" numa distribuição. Qualquer medida central, ao ser empregada isoladamente, nos fornece uma visão incompleta de um conjunto de dados e, sendo assim, ela tanto pode esclarecer quanto pode distorcer o que desejamos pesquisar. Com vistas nessa possibilidade, torna-se indispensável o nosso conhecimento das medidas de dispersão, que, são os valores amostrais individuais em torno da média aritmética. Iniciaremos o estudo desse Tema 4 com as principais medidas de tendência central e com a medida de dispersão com menor grau de precisão para a de maior grau, que auxiliarão os estudos de genética e assuntos correlacionados da biologia.

Principais Medidas de Tendência Central: Mediana e Moda

A) Mediana

Esta medida de tendência central, a partir de um conjunto de valores em rol, é o valor que o separa em duas partes iguais em número de elementos.

Para o cálculo da mediana é aconselhável que o rol esteja em ordem crescente.



Por exemplo, se o número de elementos da amostra for ímpar, a mediana é o elemento central do rol.

1, 3, 4, 6, **7**, 9, 15, 16, 19 => Md = **7**

Caso tenha número de elementos par, a mediana é a média aritmética dos dois termos centrais do rol.

3, 4, 7, **10, 12**, 14, 15, 18 => Md = (10 + 12)/2 = **11**

Exemplo: Suponhamos a seguinte distribuição de taxas de glicose de um diabético, mensurados mensalmente durante 5 meses:

180 200 190 210 220

Nesse caso, a taxa de glicose de 200 é a mediana da série, pois o número de elementos que precede é igual ao número de elementos que o segue na série, depois de dispor o rol em ordem crescente.

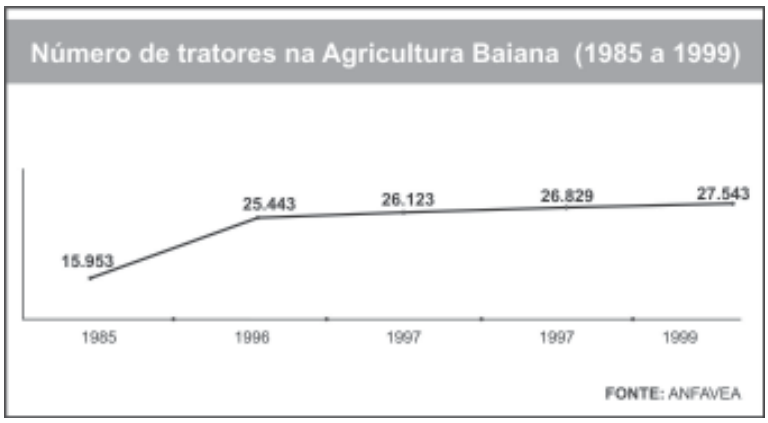
Vamos agora a um exemplo com uma série de números pares!

Exemplo: Suponhamos a seguinte distribuição de taxas de hemograma de um paciente com infecção intestinal, mensurados diariamente, durante 6 dias, quando ficou internado sob cuidados médicos:

20.000 19.000 18.500 15.000 10.000

Depois de colocarmos o rol em ordem crescente (ou decrescente), identificamos a mediana pela média aritmética dos dois elementos centrais. Assim focou simples! A mediana é a soma dos valores 19.000 e 18.500 e depois dividido por 2, que será 18.750, o valor mediano da série portanto.

Vamos exercitar? A partir da análise gráfica, calcule a média aritmética e a mediana da quantidade de tratores verificados na produção agrícola da Bahia entre os anos de 1985 e 1999.



B) Moda

Denominamos Moda o valor mais freqüente de uma distribuição de dados. Para distribuições simples (sem agrupamento em classes), a identificação da moda é facilitada pela simples observação do elemento que apresenta **maior freqüência**. Assim, para a distribuição:

Xi	243	245	248	251	307
fi	7	17	23	20	8

A moda é: Mo = 248.

De acordo com o comportamento dos valores da série, pode-se ter:

Série amodal : não existe moda
Série modal ou unimodal : existe uma única moda
Série bimodal : existem duas modas
Série multimodal ou plurimodal : existem mais de duas modas

Por exemplo, o salário modal dos empregados de uma fábrica é o salário mais comum, isto é, o salário recebido pelo maior número de empregados dessa fábrica.

Vamos a mais dois exemplos para aclarar o conceito?

Exemplo: Qual a temperatura mais comum medida no mês na Cidade Y abaixo?

Temperaturas	Freqüência
20º C	3
25º C	9
28º C	12
18º C	6

28º C é a temperatura modal, pois a de maior freqüência.

Exemplo: Vamos calcular a estatura modal observando a tabela abaixo?

Classes (em cm)	Frequência
54 |———— 58	9
58 |———— 62	11
62 |———— 66	8
66 |———— 70	5

Claramente podemos notar que a classe modal é 58|———— 62, pois é a de maior freqüência. l*=58 e L*=62

Mo = (58+62) / 2 = 60 cm

Neste exemplo, trabalhamos com intervalos de classe. Neste caso, a classe que apresenta a maior freqüência é denominada classe modal. Pela definição, podemos afirmar que a moda é o valor dominante que está compreendido entre os limites da classe modal. O método mais simples para o cálculo da moda consiste em tomar o ponto médio da classe modal. Damos a esse valor a denominação de **moda bruta**.

Mo = (l* + L*) / 2

onde l* = limite inferior da classe modal e L*= limite superior da classe modal.

Lembre-se:

É o Valor que ocorre
com maior freqüência em uma
série de valores.

Medidas de Dispersão: Amplitude Total e Desvio Médio

Amplitude Total

Embora tenha um grau de exatidão menor do que as outras medidas de variabilidade, o cálculo da Amplitude Total (AT) é rápida e muito simples de ser feito. Seu cálculo se dá a paritr da diferença entre o maior e o menor escore (dado) da distribuição. Vamos a uma exemplo ilustrativo.

Exemplo 1: Se a temperatura anual mais alta do Estado da Bahia foi de 35 graus da escala celsius e a mais baixa , 20 graus em dos últimos 10 anos, a amplitude total da temperatura anual na Bahia foi de 15 graus, isto é: 35 - 20 = 15.

AT = Vmáx - Vmin

Note que, como já mencionado, basta fazer um cálculo rápido e fácil. Contudo, temos que ter cautela, pois a **amplitude total é de apenas 2 escores, o maior e o menor em um conjunto de valores.** Via de regra, essa medida de dispersão nos fornece, segundo os estudiosos da área, *"um mero índice grosseiro da variabilidade de uma distribuição."*(LEVIN,1987)

Desvio Médio

Podemos conceituar **desvio** como a distância entre qualquer escore bruto e a média da distribuição. Assim, atenção:

Para calcularmos qualquer discrepância (desvio), devemos subtrair a média aritimética de qualquer escore bruto.

Vamos agora obter uma medida de variabilidade que considere todos os escores da distribuição (e não apenas 2,como a amplitude total!). Tomaremos o valor absoluto de cada discrepância (distâncias com relação à média aritmética), fazer a soma desse valores e, a partir daí, dividir esta soma pelo número de escores (dados). Sabe qual será o resultado? É isso mesmo que você está deduzindo! O desvio Médio. Representamos simbolicamente assim:

$$DM = \frac{\sum /x/}{N}$$

Legenda
DM = desvo médio
/X/ = soma dos valores absolutos das discrepâncias (desconsiderando os sinais + / -)
N = total de dados

Exemplo 2: O laboratório bioquímico da Universidade de Boston, durante um semestre, fez as seguintes quantidades de pesquisas mensalmente: 9 foram feitas em janeiro, 8 em fevereiro, 6 em março, 4 em abril, 2 em maio e apenas 1 pesquisa no mês de junho. Qual o desvio médio verificado nas pesquisas durante este semestre?



Vamos solucionar passo a passo:

1º Passo- Calcule a média artimética:

X = (9+8+6+4+2+1) / 6 = 5

2º Passo- Subtraia de cada escore (que neste exemplo refere-se à quantidade de pesquisas mensais) da média aritmética obtida no 1º passo. Em seguida, efetue a soma dos desvios **sem levar em conta os sinais**, ou seja, "considere" que todas as discrepâncias têm o sinal positivo (+).

Meses	Quant. De pesquisas (X)	Discrepância em relação a média aritmética
Janeiro	9	+4
Fevereiro	8	+3
Março	6	+1
Abril	4	-1
Maio	2	-3
Junho	1	-4
Total	$\sum X = 30$	$\sum /x/ = 16$

Lembre-se em desconsiderar os sinais da coluna das discrepâncias

3º Passo: Proceder, dividindo å /x/ = 16 por N

Com o objetivo de garantir uma equidistribuição levando em consideração o número de pesquisas do laboratório de bioquímica da Universidade de Boston.

$$DM = \frac{\sum /x/}{N} = \frac{16}{6} = 2{,}67$$

Interpretação: Verificamos que o **desvio médio** para as pesquisas mensais do laboratório de bioquímica da Unversidade de Boston, durante o 1º semestre de determinado ano, foi de 2,67. Isso significa que, em média, as pesquisas feitas oscilaram , mês a mês, em uma quantidade de 2,67 pesquisas em torno da **média** mensal, que foi de 5.

Atualmente, o **desvio médio** é, em grande medida, pouco utilizado pelos pesquisadores e está sendo substituído, mais e mais, a cada dia, pelo seu "parente mais próximo", que é muito eficiente. Estamos fazendo referência ao **desvio-padrão**, que será abordado a seguir.

Medidas de Variabilidade: Variância, Desvio Padrão. Breve Comparação entre as Medidas

Desvio-Padrão e Variância

Para superar algumas deficiências encontradas no desvio médio, o Desvio-Padrão é a medida de variabilidade mais conveniente (ajustável) em procedimentos estatísticos mais avançados. **Essa medida de dispersão também toma como valor de referência a média aritmética (ma). Para calculá-lo, elevaremos ao quadrado as discrepâncias reais (Xi – ma), ou seja, os números com os seus sinais algébricos (+ ou -) e soma-lo-emos em seguida ($\sum x^2$) .** Esse procedimento nos permite fugir da influência dos sinais, uma vez que, como sabemos, o quadrado de qualquer número (positivo ou negativo) é sempre positivo.

Onde tiver ma, colocar um X com uma barra em cima

Assim, concluímos que :

Desvio padrão é uma medida
que so pode assumir valores não-negativos
e,quanto maior for, maior será a
dispersão dos dados.

Depois de somar os quadrados das discrepâncias, dividiremos o somatório **($\sum x^2$) por N**. Isso garantirá uma equidistribuição desse total de forma relativa a todos os dados envolvidos. Obteremos dessa operação a **média quadrática** ou **variância (s^2)** que é assim representada:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{N}$$

Agora que já conhecemos a sua fórmula, o seu conceito nada mais é do que a conseqüência da sua fómula mencionada. Você notará, no decorrer do estudo, que a variância é o quadrado do desvio-padrão. Poderemos, então, conceituar média quadrática ou **variância** como é mais conhecida. Desta forma:

Variância é a média das discrepâncias ao quadrado,
dividida pelo total de dados e escores.

Para chegarmos à fórmula de desvio-padrão, como já mencionado, basta tirar a raiz quadrada da variância. Observe como ele se apresenta:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N}}$$

Voltando ao exemplo 2, calculemos a variância e desvio-padrão relativos às pesquisas do laboratório da Universidade de Boston:

Quantidade de pesquisas do laboratório da Universidade de Boston

Meses	Quant. De pesquisas (Xi)	Média Aritmética (ma)	Discrepância (x= Xi-X)	Quadrado das Discrepâncias (x^2)
Janeiro	9	5	+4	16
Fevereiro	8	5	+3	9
Março	6	5	+1	1
Abril	4	5	-1	1
Maio	2	5	-3	9
Junho	1	5	-4	16
Total	$\sum X = 30$	-	0	$\sum x^2 = 52$

Fonte: Dados hipotéticos

Aplicando primeriamente a fórmula de média quadrática ou variância, nos aproximaremos do valor do desvio-padrão. Note porque:

$$\sigma = \frac{\sum x^2}{N} \rightarrow 52 / 6 = 8,67 \text{ (variância)}$$

Entretanto, surge uma questão a ser aclarada. Como conseqüência direta da elevação das discrepâncias ao quadrado, note que a unidade de medida sofreu alteração quando calculamos s^2 (variância). Achamos 8,67 unidades de quê? Olhe agora a relevância do desvio-padrão! Com a intenção de retornar à unidade de medida original, **extrairemos a raiz quadrada da variância, que resulta na fórmula citada anteriormente do desvio-padrão.**

$$\sigma = \frac{\sum x^2}{N} \rightarrow 52 / 6 = \sqrt{8,67} = 2,94 \text{ (desvio-padrão)}$$

Diante do exposto, poderemos definir desvio-padrão como sendo:

A raiz quadrada da média das discrepâncias ao quadrado, e seu símbolo é a letra grega sigma (σ)

Exemplo 3: Em um grupo de 15 doentes, foi feito uma verificação através da análise dos seus índices de imunidade a partir de exames de sangue coletados em laboratório. Observe a tabela abaixo e os índices constatados nos exames sangüíneos com o desempenho da imunidade de cada paciente:

Doentes	Valores de imunidade
1	4,3
2	4,5
3	9
4	6
5	8
6	6,7
7	7,5
8	10
9	7,5
10	6,3
11	8
12	5,5
13	9,7
14	9,3
15	7,5
Total	109,8
Média	7,32
Variância	3,14
Desvio Padrão	1,77

Fonte: Dados hipotéticos

Note que a média dos valores extraídos dos exames de sangue que correspondem à imunidade de cada paciente foi estimada em 7,32, com variância de aproximadamente 3,14 e desvio padrão de 1,77.

Cálculo de desvio padrão de uma distribuição de freqüências com Dados Isolados

Aplicaremos a fórmula:

$$\sigma = \frac{\sum (PM - ma)^2 . f_j}{N}$$

Atenção!

Consideraremos o denominador N . Contudo, caso o enunciado da questão nos informe que os dados do conjunto são **representativos de uma amostra**, a fórmula alterar-se-á no seu denominador, usando o fator de correção de Bessel (N - 1).

Para refletir...

O desvio-padrão (assim como o desvio-médio) representa a "variabilidade média" de uma distribuição, já que mensura à média de discrepâncias (desvios) em relação a média aritmética, que é representada pelo símbolo X.

Fique alerta ..... Verificamos também que, quanto maior a variabilidade em torno da média aritmética de um distribuição, maior será o desvio-padrão.

Comparando as medidas de dispersão

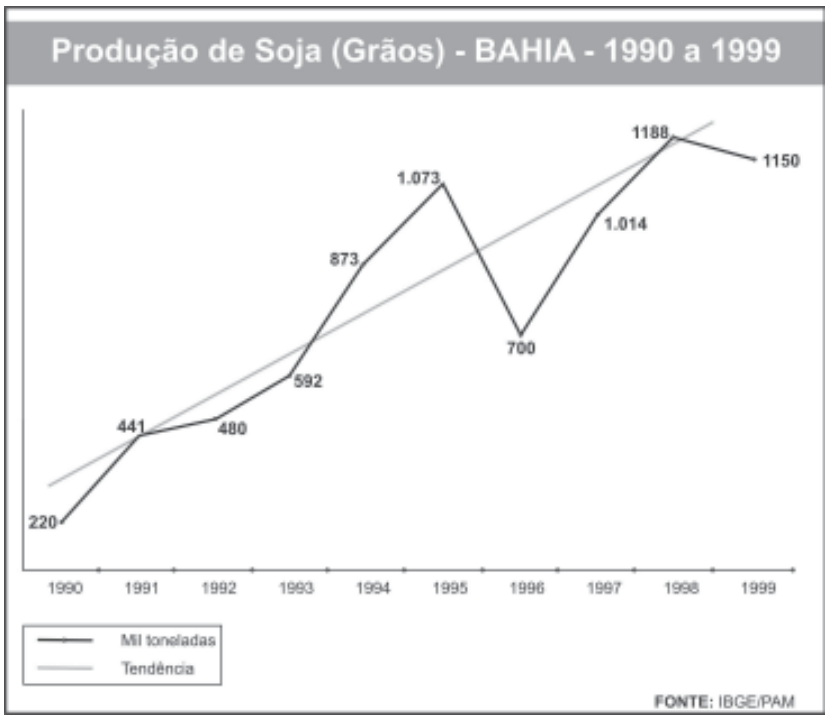
A amplitude total, como já mencionado, é considerada um mero índice preliminar ou grosseiro da variabilidade de uma distribuição. Ela pode ser aplicada a dados intervalares ou ordinais. Enquanto a amplitude é calculada a partir de apenas 2 escores (o maior e o menor), tanto o desvio médio, quanto o desvio-padrão consideram em seus cálculos, absolutamente ,todos os escores da distribuição. O desvio-padrão tem um alto grau de utilização e confiabilidade, uma vez que, para o seu cálculo, são utilizados procedimentos matemáticos aceitáveis do ponto de vista matemático, como, por exemplo, quadrar as discrepâncias (através do quadrado dos valores) em vez de ignorar os sinais. Entretanto, apesar da sua ampla utilidade como medida de dispersão e satisfatório teor de confiabilidade, o desvio-padrão apresenta algumas desvantagens. Quando o comparamos a outras medidas , percebemos com nitidez

que seu cálculo é mais complexo e demorado, sobretudo quando tratamos de dados com distribuição de freqüências. Todavia, espera-se a superação dessas desvantagens, uma vez que, a cada dia, surgem novas máquinas de calcular e programas de execução de análises estatísticas.

Vamos agora exercitar?

Atividades Complementares

1. Verifica-se que, apesar das discretas reduções no decorrer do anos 90, a tendência da produção de soja é crescente. A partir do gráfico abaixo, calcule a Média Artmética, a Mediana e a Moda da produção de soja entre os anos de 1990 a 1999.



Atividade Orientada

Prezado aluno,

Chegamos ao final do semestre e vencemos mais uma etapa de estudos. Ao encerrar com Biomatemática, constatamos com clareza a relevância do instrumental das ciências exatas para as ciências naturais.

Partimos agora para atividade orientada que, apesar de ser obrigatória e de caráter avaliativo com uma estrutura e elaboração voltadas ao desenvolvimento no ambiente de tutoria, terá uma importância ímpar na formação de cada um de vocês. Com a finalidade de sedimentar os conhecimentos estudados em Biomatemática e avaliar o aprendizado, a atividade orientada objetiva, sobretudo, fazer com que cada um de vocês suba alguns degraus da escada do conhecimento, tornando-se cada vez mais preparados para a sublime tarefa de formar e entender cidadãos na sala de aula.

Constando de 3 etapas, a atividade orientada deve ser feita cuidadosamente, uma vez que envolve a praticidade das ciências exatas e a subjetividade e alto teor analítico das ciências naturais, incorporando neste contexto a ludicidade, interpretação e criatividade na reflexão das questões propostas. Assim, vocês poderão estar mais maduros nos conteúdos abordados e firmes para o exercício da licenciatura em ciências biológicas.

Sabemos nós das sucessivas dificuldades inerentes ao cotidiano. Todavia, temos a absoluta certeza de que vocês não economizarão esforços para executar e compreender as 3 etapas da atividade orientada reconhecendo inclusive o seu valor no exercício da perspicácia. Isso porque, é fundamental estarmos em perfeita sintonia com a construção e reconstrução do conhecimento, uma vez que nos tornamos seres humanos mais nobres e capazes de formar cidadãos mais críticos e preparados para a sociedade frenética em que vivemos.

Etapa 1

Primeira parte :

Esta parte da atividade orientada deverá ser realizada individualmente, sendo composta de 2 etapas(não é melhor trocar para parte para não confundir com o que chamamosde etpas da atividade orientada ?), tomando como referência o seguinte texto:

Projeto Genoma*

Dá-se o nome de genoma ao conjunto haplóide dos cromossomos existentes em uma célula. O número de cromossomos é constante para cada espécie, embora possam existir duas espécies com o mesmo número de cromossomos (o melão e o eucalipto, por exemplo, tem 22 cromossomos cada um). No entanto, tudo indica não existir nenhum tipo de relação entre o número de cromossomos e o grau evolutivo das espécies.

O genoma humano é, pois o código genético humano. Em termos genéricos é o conjunto dos genes humanos. Neste material genético está contida toda a informação para a construção e funcionamento do organismo humano. Este código está contido em cada uma das nossas

células. O genoma humano distribui-se por 23 pares de cromossomos que, que por sua vez, contêm os genes.

A diferença do código genético do homem para o de seu parente mais próximo, o chimpanzé, é de apenas 1,5%. Por isso, cientistas consideram que a principal questão na pesquisa genômica é descobrir quais as pequenas seqüências de DNA que nos fazem ser humanos. Os seis bilhões de habitantes do planeta dividem 99,9% de seu genoma. Apenas cerca de 0,1% varia de uma pessoa para outra em função da combinação dos genomas dos pais.

Em 1990 o Instituto Nacional de saúde dos Estados Unidos deu início ao Projeto Genoma Humano, envolvendo o trabalho de 5 mil pesquisadores de laboratório da América, Europa e Ásia. O Projeto Genoma Humano sempre mereceu metáforas grandiosas. No dia 26 de junho de 2001 quando foi anunciada a sua conclusão depois de dez anos de trabalho, não podia ser diferente. Bill Clinton, presidente dos Estados Unidos, disse que equivalia a aprender a linguagem com que Deus criou a vida.



O texto fo construído a partir de informaçoes contidas em :

· PAULINO ,R.W. Bilogia . v. Único . São Paulo : Ática, 2002, p.84-85 .
· Genoma Humano . Disponível em http://afilosofia.no.sapo.pt/CGENOMA.htm#textos. Acesso em 1 de abril de 2006.

TAREFA:

Analisando as informações matemáticas contidas no texto acima, responda as seguintes questões:

a) Qual a razão entre a quantidade de genes humano e das plantas?

b) Um ser humano possui quantos porcento a mais de genes do que um verme?

c) Quantos genes possui um camundongo?

d) Em 1990 era meta do Instituto Nacional de Saúde de Estados unidos mapear até 2005, 3 mil genes humanos.

Considerando a quantidade de pesquisadores envolvidos no trabalho indicada no texto, para atingir a meta qual a porcentagem de genes que hipoteticamente deveriam ser mapeados por ano por cada pesquisador?

Segunda parte:

Texto 1:

[...] As informações do livro da vida são suficientes para produzir centenas de testes de diagnóstico genético, bases para terapias contra doenças como câncer e mal de Alzheimer. O resultado será uma medicina mais personalizada e eficiente, voltada para a prevenção.

[...] A Humanidade produziu um grande número de clássicos da literatura, fontes de cultura e inspiração. Agora, pela primeira vez, temos uma antologia de nós mesmos, que nos conta uma história de bilhões de anos de evolução. Nós estamos aprendendo a ler essa história. É uma tarefa para décadas - afirmou Eric Lander, principal autor do estudo do Projeto Genoma [...].

[...] A genética baniu de vez o conceito de raça. Negros, brancos e asiáticos diferem tanto entre si quanto dentro de suas próprias etnias.

- Há diferenças biológicas ínfimas entre nós. Essencialmente somos todos gêmeos - disse Venter.[...]

Fonte: Publicado o livro da vida : Ana Lucia Azevedo, in O Globo online, de 12/2/2001. Disponível em http://afilosofia.no.sapo.pt/CGENOMA.htm.Acesso 1 de abril de 2006.

Texto 2:

[...] Os enormes progressos da ciência neste século, que levaram à elucidação do código genético e o desenvolvimento de armas capazes de destruir a própria civilização, voltaram a pôr na ordem do dia o problema do comportamento ético dos cientistas em relação à sociedade.

Um desses problemas éticos tem a ver com a relação entre os cientistas e a sociedade, em que os conflitos são muito maiores e os cientistas desempenham apenas papel coadjuvante – diferenciado, é claro, mas mesmo assim coadjuvante.[...]

[...] A fronteira entre o ético e o que não é ético é claramente um “alvo móvel”; dessa forma, sociedade e ciência assumem compromissos que variam com o tempo. Exemplo disso são as preocupações crescentes com os problemas sociais, que têm encorajado cientistas das áreas básicas a se preocupar mais com suas aplicações. Afinal de contas, existem novas tecnologias para gerar energia, novos métodos para aumentar a produtividade agrícola, novos medicamentos para curar ou prevenir doenças, novos métodos de transporte e novos sistemas de telecomunicação e informática. O que fazer para que eles sejam incorporados ao processo de desenvolvimento das nações mais pobres ou para melhorar as condições dos mais pobres nas sociedades mais ricas?[...]

FONTE : Ciência, ética e sociedade de José Goldemberg, O Estado de S.Paulo, 200_.

Conclusão da atividade :

Construa um texto analítico de 1 lauda (espaço 1,5 entre linhas) tendo como tema central “ **A educação na construção da cidadania” ,**envolvendo as questões levantadas pelos dois textos acima apresentados e trazendo as informações matemáticas contidas nos textos da Etapa 1(sugestão é trocar para parte 1) desta atividade orientada.

Etapa 2

Muitos estudos indicam uma interação entre os genes e o ambiente na determinação de comportamentos e situações atípicas como doenças mentais, predisposição ao alcoolismo, formação de diabetes e grau de inteligência. Mas ainda é controvertido o grau de contribuição de cada um desses fatores (gene e ambiente) em relação a essas características (LINHARES, 1997).

Hipoteticamente, consideremos que a quantidade de índios que possuem anomalias mentais em uma comunidade de indígenas é determinada em função da sua convivência com um ambiente de absoluta carência nutricional A expressão que define a função afim que exibe o relacionamento entre a quantidade de índios com anomalia de ordem mental e a quantidade de nutrientes (x) medidas em mg (fósforo, potássio e cálcio), por semana (8 dias) é a seguinte:

$$Y = 10^2 - \frac{10^4}{10^3 \cdot \frac{3^2 \cdot 10^5}{900}} \cdot x$$

Com base nas informações acima realize em equipe, as tarefas abaixo relacionadas:

a) Simplifique a expressão que representa a função afim indicada no problema, colocando-a na forma: $Y = ax + b$

b) Considerando os valores nutricionais (fósforo, potássio e cálcio) colocados na tabela abaixo, calcule a quantidade de índios com anomalia de ordem mental utilizando a expressão simplificada que define a função.

Quantidade de nutrientes (mg)	Quantidade de índios com anomalia (unidades)
1 x 10^3	
2 x 10^3	
3 x10^3	
4 x10^3	
5 x10^3	
6 x10^3	
7 x10^3	
8 x 10^3	
9 x 10^3	
10 x 10^3	

c) A partir dos dados obtidos na tabela acima, construa o gráfico cartesiano da função e explique se a função é crescente ou decrescente, utilizando a notação matemática.

Instruções: Adote no **eixo das abscissas** a escala de 10 além de utilizar a quantidade de nutrientes por semana . Já no **eixo das ordenadas**, utilize apenas a escala de 10 (quantidade de índios portadores de doenças Substitua **na função** como primeiro valor correspondente à quantidade em valor nutricional $10^3 mg$ [$10 \cdot 10^2 mg\ (no\ gráfico) = 1 \cdot 10^3\ mg\ (na\ função)$]. A partir daí, aumente a quantidade (x) e

encontre valores de Y correspondentes à quantidade de indígenas com anomalia mental. Proceda aumentando essa quantidade da seguinte forma: substitua inicialmente na função proposta, $1 \cdot 10^3\ mg$, você encontrará um valor de , depois substitua com o valor de $2 \cdot 10^3 mg$, você encontrará um outro valor de y e assim sucessivamente, até atingir a quantidade de gramas (x) que irá dirimir a quantidade de índios com doenças mentais (y) desta comunidade . Lembrando que cada grama possui .

d) A partir dos valores numéricos encontrados no item b e da análise do gráfico cartesiano da função no item c, sugira uma dieta balanceada e diversificada a ser ingerida pelos índios durante uma semana, tomando como base as informações nutricionais contidas na tabela abaixo, que possa minimizar ou eliminar a existência da anomalia indicada no texto.

Atenção: O total de nutrientes consumidos pelos índios em uma semana deve ser maior ou igual ao valor encontrado como parâmetro mínimo nutricional segundo os cálculos matemáticos.

Nutrientes mg por 100 g. / Alimento	Fósforo (mg em 100 gramas)	Potássio (mg em 100 gramas)	Cálcio (mg em 100 gramas)
Abacate	22	206	8
Abóbora	32	253	15
Agrião	51	218	117
Caju	16	124	1
Cebola	38	176	14
Cenoura	28	315	23
Feijão	385	1455	123
Laranja	23	163	0
Maçã	9	75	2
Mamão	11	222	25
Peixe (do Nilo)	160	415	6
Salsa	49	711	179

Fonte: Tabela de referência- Tabela Brasileira de Composição de Alimentos (TACO), NEPA-UNICAMP.
**Tabela Estudo Nacional da Despesa Familiar (ENDEF), IBGE.
***Tabela de Composição de Alimentos Suporte para Decisão Nutricional, Sonia Tucunduva Philippi.
Departamento de Nutrição e Metabologia da Sociedade Brasileira de Diabetes (SBD) - Coordenação: Josefina Bressan

Y

Etapa 3

Em grupos de no máximo 6 componentes, construa um cartaz (cartolina/ papel metro) utilizando modelos de gráficos estatísticos, gravuras, desenhos e artigos abordando o tema pré-selecionado no ambiente de tutoria. Estabeleça uma conexão entre os aspectos pertinentes a este tema e a formação do cidadão como ser crítico e capaz de adequar-se à realidade veloz e inconstante, trazendo mais uma vez a discussão sobre **"a educação na construção da cidadania"** . O trabalho deve ser apresentado oralmente para que toda a sala possa participar e aprender com a exposição.

Referências Bibliográficas

BATSCHELET, Edward. **Introdução a Matemática para Biocientistas.** Interciência, Ed. USP, 2000.

BUSSAB, Wilton; MORETTIN, Pedro A. **Estatística Básica.** Atual Editora, 2002.

CRESPO, Antonio Arnot. **Estatística Fácil.** Ed. Saraiva, 2002.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática:** Contexto e Aplicações, Volumes I, II e III. Ática, 2004.

FILHO, Sérgio Orsi e NETTO, S. Di Pierrô. **Quanta:** Matemática em fascículos para o ensino médio. Fascículo 1. Ed. Saraiva, 2000.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos da Matemática Elementar.** Atual Editora, 2000.

LINHARES, Sérgio e GEWANDSZNAJDER, Fernando. **Biologia Hoje.** Volume 3. Ed. Ática, 1997.

TROTTA, Chico e NERY, Fernando. **Matemática para ensino médio.** Volume Único. Ed. Saraiva, 2001.

Anotações

FTC - EaD
Faculdade de Tecnologia e Ciências - Educação a Distância
Democratizando a Educação.
www.ftc.br/ead



www.ftc.br/ead