INTRODUÇÃO

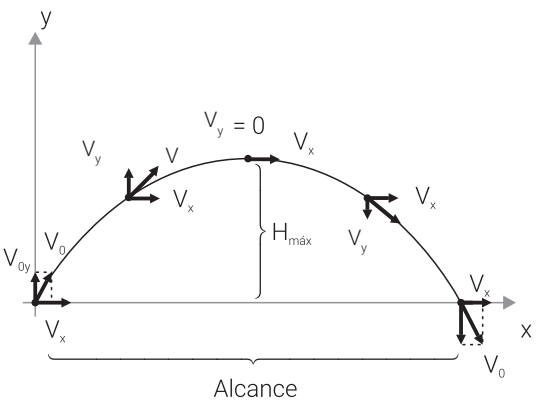
O lançamento oblíquo, assim como o lançamento horizontal, é uma composição de dois movimentos distintos nos eixos x e y.

A trajetória descrita pela partícula em um lançamento oblíquo é uma parábola.

No quadro abaixo, há uma comparação entre os tipos de movimento no eixo x e no eixo y.

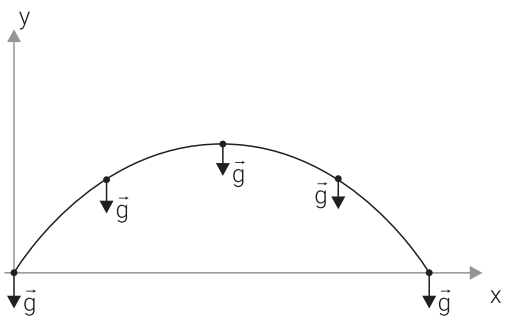
Eixo X	Eixo Y
Movimento Uniforme a = 0 V → constante	Movimento Uniformemente Variado a ≠ 0, constante a = -g
$V_{0x} = V_x$ $\Delta S = V \cdot t$ Alcance = $V_x \cdot t_t$	$\begin{cases} V_y = V_{0y} - gt \\ H = H_0 + V_{0y}t - \frac{gt^2}{2} \\ V_y^2 = V_{0y}^2 - 2g\Delta H \end{cases}$

Analisando a velocidade



*o valor da velocidade de colisão com o solo é igual ao valor da velocidade de lançamento sempre que a posição de lançamento e o solo estiverem no mesmo plano horizontal de referencial.

Analisando a aceleração

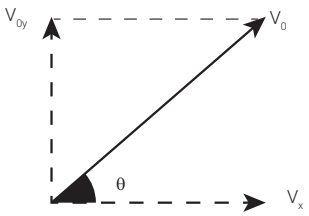


Aceleração constante na vertical (MUV)

Aceleração nula na horizontal (MU)

A velocidade inicial (v_o) deve ser decomposta em duas componentes, suas projeções no eixo **x** (v_{ox}) e **y** (v_{oy}), sendo:

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos\theta \\ v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen}\theta \end{cases}$$



O módulo da velocidade inicial pode ser tirada através da utilização do Teorema de Pitágoras:

$$V_o^2 = V_{ox}^2 + V_{oy}^2$$

A velocidade resultante pode ser obtida em qualquer instante, utilizando suas componentes **x** e **y** no mesmo instante; e utilizando o Teorema de Pitágoras:

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2$$

PROEXPLICA

Não esqueça que o elo entre os movimentos é o tempo. Por exemplo, o tempo para que a partícula atinja a altura máxima (eixo y) é o mesmo para percorrer metade do alcance (eixo x).

O tempo de subida é o mesmo da descida e, dessa forma, metade do tempo total.

$$t_T = t_S + t_d = 2t_S$$

RELAÇÕES IMPORTANTES

Os problemas de lançamento oblíquo, normalmente, pedem o cálculo de algumas grandezas especiais, que poderão ser calculadas pelas expressões abaixo:

TEMPO DE SUBIDA (T_S)

É o tempo desde o ponto do lançamento até o ponto mais alto atingido pelo projétil. Da função horária da velocidade, temos:

$v_y = v_{0y} - g \cdot t$

Pois no ponto mais alto $v_y = 0$, assim:

$0 = v_{0y} - g \cdot t$

$g \cdot t = v_0 \cdot \text{sen}\theta$

$$t_S = \frac{V_0 \cdot \text{sen}\theta}{g}$$

ALTURA MÁXIMA ($H_{MÁX}$)

É a máxima altura que o objeto alcança em sua trajetória.

Da função horária da velocidade, temos:

$$V_y = V_{0y} - g \cdot t$$

No ponto mais alto $V_y = 0$, assim:

$$0 = V_{oy} - g \cdot t_s$$
$$V_{0y} = g \cdot t_s \text{ (I)}$$

Da função horária da posição, temos $h = h_0 + V_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$ (II)

Substituindo (I) em (II) e considerando $h_0 = 0$, temos

$$h_{Máx} = 0 + g \cdot t_s \cdot t_s - \frac{g \cdot t_s^{\ 2}}{2}$$

$$h_{Máx} = g \cdot t_s^{\ 2} - \frac{g \cdot t_s^{\ 2}}{2}$$

$$h_{Máx} = \frac{g \cdot t_s^{\ 2}}{2}$$

$h_{Máx}$ encontrada na equação acima é a altura máxima a partir do ponto de lançamento em função do tempo de subida. Atenção ao usar essa relação, o tempo usado é necessariamente o tempo de subida quando se deseja encontrar a altura máxima. Para alturas intermediárias usar as relações gerais.

Podemos escrever a altura máxima em função do módulo da velocidade inicial V_0 de lançamento, de Torricelli temos:

$$V_y^{\ 2} = V_{0y}^{\ 2} - 2 \cdot g \cdot \Delta h$$

No ponto mais alto $V_y = 0$. Considerando $h_0 = 0$, temos que

$$0^2 = V_{0y}^{\ 2} - 2 \cdot g \cdot h_{Máx}$$
$$2 \cdot g \cdot h_{Máx} = V_{0y}^{\ 2}$$
$$h_{max} = \frac{V_{OY}^{\ 2}}{2 \cdot g}$$
$$h_{max} = \frac{(V_0 \text{sen}\theta)^2}{2 \cdot g}$$
$$h_{max} = \frac{V_0^{\ 2} \text{sen}^2(\theta)}{2 \cdot g}$$

ALCANCE (A)

É a distância percorrida na horizontal (eixo **x**), onde o movimento é uniforme:

$$A = v_x \cdot t_t$$

$$A = \frac{v_0 \cdot \cos\theta \cdot 2v_0 \text{sen}\theta}{g}$$

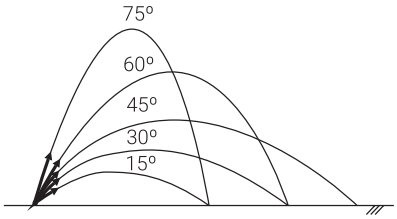
$$A = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}2\theta}{g}$$

Lembrando que $\text{sen}(2\theta) = 2\text{sen}\theta\cos\theta$

Para que o alcance seja máximo, o ângulo de lançamento deve ser igual a 45° ($\theta = 45°$), uma vez que o valor máximo que a função seno pode ter é 1, então:

$\text{Sen}2\theta = 1$ $\quad 2\theta = 90°$ $\quad \theta = 45°$

OUTRAS RELAÇÕES ENTRE ÂNGULOS DE LANÇAMENTO



Lançamentos com mesma velocidade inicial e ângulos complementares (a soma é 90°) possuem mesmo alcance, porém, o tempo de voo são diferentes.

PROEXPLICA

O lançamento oblíquo é um tema comum de ser associado com saltos, como, por exemplo, o salto em distância ou até mesmo numa situação onde um jogador de futebol chuta uma bola. Neste caso, devemos utilizar a composição de dois movimentos buscando identificar tanto o tempo de voo quanto o alcance do lançamento.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. (PUC-SP (MODIFICADA))

TURMA DA MÔNICA/*Mauricio de Sousa*



Suponha que Cebolinha, para vencer a distância que o separa da outra margem e livrar-se da ira da Mônica, tenha conseguido que sua velocidade de lançamento, de valor 10 m/s, fizesse com a horizontal um ângulo a, cujo sen(θ) = 0,6 e cos(θ) = 0,8. Desprezando-se a resistência do ar, determine o intervalo de tempo de voo e o alcance máximo da Cebolinha.

a) 2,0 s 9,6 m
b) 1,8 s 12,5 m
c) 1,6 s 12,5 m
d) 1,2 s 9,6 m
e) 0,8 s 8,0 m

Resolução: D

Decompondo a velocidade inicial $\vec{V_0}$

$V_x = V_0 \cos(\theta) = 10 \cdot 0{,}8 = 8$ m/s

$V_{0y} = V_0 \text{ sen}(\theta) = 10 \cdot 0{,}6 = 6$ m/s

Calculando o tempo de subida

$$t_s = \frac{V_{0y}}{g} = \frac{6}{10}$$

$t_s = 0{,}6$ segundos

Como na questão não há desnível, o tempo de subida é igual ao tempo de descida, por isso temos que:

$t_{voo} = t_{subido} + t_{descida}$
$t_{voo} = 0,6 + 0,6$
$t_{voo} = 1,2$ segundos

Para encontrar o alcance máximo podemos usar $V_x = \frac{\Delta S}{\Delta t}$, onde ΔS é o alcance A e Δt é o tempo de voo

$$V_x = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$A = V_x \cdot t_{voo}$
$A = 8 \cdot 1,2$
$A = 9,6$ metros

02. Um jogador de futebol chuta uma bola fazendo um ângulo de 30° em relação a horizontal. Durante a trajetória, a bola alcança uma altura máxima de 7,2 metros. Considerando que o ar não interfere no movimento da bola, determine a velocidade que a bola adquiriu após sair do contato com o pé do jogador.

Adote: g = 10 m/s² e sen(30°) = 0,5

Resolução:

Sabendo que na posição de altura máxima a componente vertical da velocidade é zero, utilizando a equação de Torricelli, temos que:

$V^2 = V_{0Y}^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$
$0 = V_{0Y}^2 - 2 \cdot g \cdot H_{máx}$
$V_{0Y}^2 = 2 \cdot 10 \cdot 7,2$
$V_{0Y}^2 = 144$
$V_{0Y} = \sqrt{144}$
$V_{0Y} = 12\ m/s$

Note que a aceleração neste movimento é em módulo igual a aceleração da gravidade. Porém, a = -g, devido a aceleração da gravidade, no movimento analisado, está contra o sentido do movimento de subida.

Sabendo que o ângulo de lançamento da bola é de 30° podemos encontrar a velocidade inicial da bola.

$V_{0Y} = V_0 \cdot sen(30°)$
$12 = V_0 \cdot 0,5$
$V_0 = \frac{12}{0,5}$
$V_0 = 24\ m/s$

EXERCÍCIOS PROTREINO

01. Um canhão dispara uma bala com velocidade inicial igual a 400 m/s (em módulo), a 45° com a horizontal. Desprezando o atrito e considerando g = 10 m/s², calcule o alcance horizontal da bala em relação ao ponto de lançamento no plano horizontal de referência, em km.

02. Um atirador deseja lançar uma flecha e obter o maior alcance possível em relação ao ponto de lançamento passando pelo mesmo plano horizontal de referência. Demonstre que o maior alcance possível ocorre quando o lançamento é executado a um ângulo de 45º em relação horizontal.

03. Um corpo é lançado obliquamente com velocidade de módulo 50 m/s, sob um ângulo de lançamento θ, tal que, $sen(\theta)=0,6$ e $cos(\theta) = 0,8$. Considere a aceleração da gravidade g = 10 m/s² e despreze a influência do ar. Aplique seus conhecimentos em decomposição de vetores e cinemática e calcule:

a) a intensidade da velocidade do corpo ao passar pelo ponto mais alto da trajetória;

b) a altura máxima em relação ao ponto de lançamento;

c) o alcance horizontal em relação ao ponto de lançamento.

04. Num campo de futebol, uma bola foi chutada no solo no instante $t_0 = 0$, adquirindo uma velocidade inicial de módulo V_0. As componentes dessa velocidade na horizontal e na vertical valem $V_{0X} = 24\frac{m}{s}$ e $V_{0Y} = 18 m/s$ respectivamente. Desprezando a resistência do ar e considerando g = 10 m/s², calcule:

a) a velocidade da bola no ponto mais alto de sua trajetória;

b) o intervalo de tempo para a bola chegar no ponto mais alto da trajetória;

c) o alcance horizontal em relação ao ponto de lançamento.

05. O saque viagem inventado pelo ex-jogador de voleibol Renan Das Zotto, na década de 80, assombrou os fãs do esporte. No momento em que Renam Dal Zotto desenvolveu esse serviço, os saques raramente ultrapassavam os 90 Km/h, o saque convencional ficava em torno de 40 km/h.

Em 1990 o jogador brasileiro, conhecido como, Marcelo Negrão e o búlgaro Lyubomir Ganev superaram a marca dos 100 km/h.

Em uma competição oficial um jogador imprime uma velocidade inicial de módulo V_0 na bola no instante do saque. As componentes dessa velocidade na horizontal e na vertical valem $V_{0X} = 20 \cdot \sqrt{2}\frac{m}{s}$ e $V_{0Y} = 10 m/s$, respectivamente. Aplicando seus conhecimentos de lançamento oblíquo calcule o módulo da velocidade da bola no instante do saque, em km/h.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (ENEM) Na Antiguidade, algumas pessoas acreditavam que, no lançamento oblíquo de um objeto, a resultante das forças que atuavam sobre ele tinha o mesmo sentido da velocidade em todos os instantes do movimento. Isso não está de acordo com as interpretações científicas atualmente utilizadas para explicar esse fenômeno. Desprezando a resistência do ar, qual é a direção e o sentido do vetor força resultante que atua sobre o objeto no ponto mais alto da trajetória?

a) Indefinido, pois ele é nulo, assim como a velocidade vertical nesse ponto.

b) Vertical para baixo, pois somente o peso está presente durante o movimento.

c) Horizontal no sentido do movimento, pois devido à inércia o objeto mantém seu movimento.

d) Inclinado na direção do lançamento, pois a força inicial que atua sobre o objeto é constante.

e) Inclinado para baixo e no sentido do movimento, pois aponta para o ponto onde o objeto cairá.

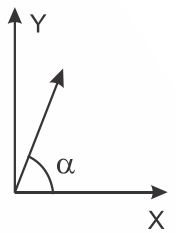
02. (UERJ) Três blocos de mesmo volume, mas de materiais e de massas diferentes, são lançados obliquamente para o alto, de um mesmo ponto do solo, na mesma direção e sentido e com a mesma velocidade. Observe as informações da tabela:

Material do bloco	Alcance do lançamento
chumbo	A_1
ferro	A_2
granito	A_3

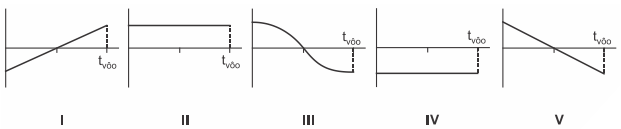
A relação entre os alcances A_1, A_2 e A_3 está apresentada em:

a) $A_1 > A_2 > A_3$
b) $A_1 < A_2 < A_3$
c) $A_1 = A_2 > A_3$
d) $A_1 = A_2 = A_3$

03. (UFRGS) Em uma região onde a aceleração da gravidade tem módulo constante, um projétil é disparado a partir do solo, em uma direção que faz um ângulo α com a direção horizontal, conforme representado na figura abaixo.

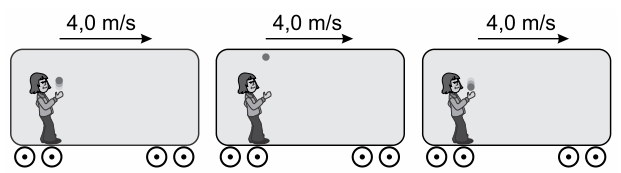


Assinale a opção que, desconsiderando a resistência do ar, indica os gráficos que melhor representam, respectivamente, o comportamento da componente horizontal e o da componente vertical, da velocidade do projétil, em função do tempo.



a) I e V.
b) II e V.
c) II e III.
d) IV e V.
e) V e II.

04. (FAMERP) No interior de um vagão hermeticamente fechado que se move horizontalmente em trajetória retilínea com velocidade 4,0 m/s em relação ao solo, uma pessoa arremessa uma pequena esfera verticalmente para cima, com velocidade 3,0 m/s em relação ao vagão.

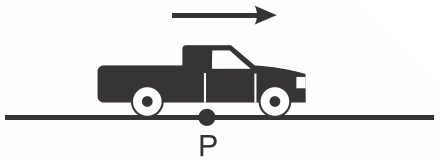


(http://portaldoprofessor.mec.gov.br. Adaptado.)

Desprezando o atrito com o ar, os módulos das velocidades da esfera, em relação ao solo, no ponto mais alto de sua trajetória e no instante em que retorna à mão da pessoa são, respectivamente,

a) 4,0 m/s e 3,0 m/s
b) zero e 5,0 m/s
c) 4,0 m/s e 5,0 m/s
d) zero e 3,0 m/s
e) 5,0 m/s e zero.

05. (UFMG) Uma caminhonete move-se, com aceleração constante, ao longo de uma estrada plana e reta, como representado na figura:

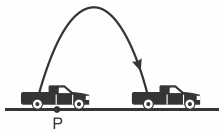


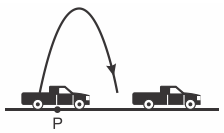
A seta indica o sentido da velocidade e o da aceleração dessa caminhonete. Ao passar pelo ponto P, indicado na figura, um passageiro, na carroceria do veículo, lança uma bola para cima, verticalmente em relação a ele.

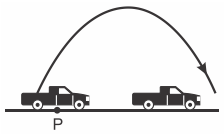
Despreze a resistência do ar.

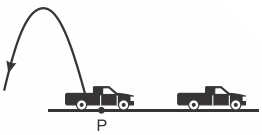
Considere que, nas alternativas a seguir, a caminhonete está representada em dois instantes consecutivos.

Assinale a alternativa em que está MAIS BEM representada a trajetória da bola vista por uma pessoa, parada, no acostamento da estrada.

a) 

b) 

c) 

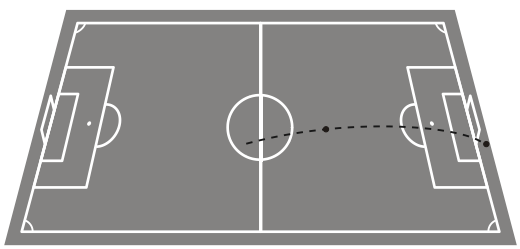
d) 

06. (UNESP)

O gol que Pelé não fez

Na copa de 1970, na partida entre Brasil e Tchecoslováquia, Pelé pega a bola um pouco antes do meio de campo, vê o goleiro tcheco adiantado, e arrisca um chute que entrou para a história do futebol brasileiro. No início do lance, a bola parte do solo com velocidade de 108 km/h (30 m/s), e três segundos depois toca novamente o solo atrás da linha de fundo, depois de descrever uma parábola no ar e passar rente à trave, para alívio do assustado goleiro.

Na figura vemos uma simulação do chute de Pelé.

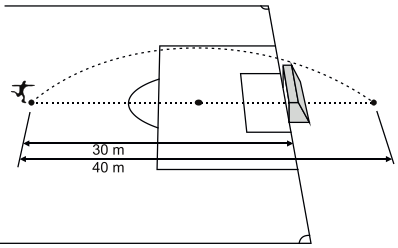


(http://omnis.if.ufrj.br/~carlos/futebol/textoCatalogoExpo.pdf. Adaptado.)

Considerando que o vetor velocidade inicial da bola após o chute de Pelé fazia um ângulo de 30° com a horizontal (sen30° = 0,50 e cos30° = 0,85) e desconsiderando a resistência do ar e a rotação da bola, pode-se afirmar que a distância horizontal entre o ponto de onde a bola partiu do solo depois do chute e o ponto onde ela tocou o solo atrás da linha de fundo era, em metros, um valor mais próximo de

a) 52,0.
b) 64,5.
c) 76,5.
d) 80,4.
e) 86,6.

07. (UNICAMP) Um jogador de futebol chuta uma bola a 30 m do gol adversário. A bola descreve uma trajetória parabólica, passa por cima da trave e cai a uma distância de 40 m de sua posição original. Se, ao cruzar a linha do gol, a bola estava a 3 m do chão, a altura máxima por ela alcançada esteve entre



a) 4,1 e 4,4 m.
b) 3,8 e 4,1 m.
c) 3,2 e 3,5 m.
d) 3,5 e 3,8 m.

08. (UFT) Um jogador de futebol chuta uma bola com massa igual a meio quilograma, dando a ela uma velocidade inicial que faz um ângulo de 30 graus com a horizontal. Desprezando a resistência do ar, qual o valor que melhor representa o módulo da velocidade inicial da bola para que ela atinja uma altura máxima de 5 metros em relação ao ponto que saiu?

Considere que o módulo da aceleração da gravidade vale 10 metros por segundo ao quadrado.

a) 10,5 m/s
b) 15,2 m/s
c) 32,0 m/s
d) 12,5 m/s
e) 20,0 m/s

09. (UPF) O goleiro de um time de futebol bate um "tiro de meta" e a bola sai com velocidade inicial de módulo V_0 igual a 20 m/s, formando um ângulo de 45º com a horizontal. O módulo da aceleração gravitacional local é igual a 10 m/s².

Desprezando a resistência do ar e considerando que $\text{sen}\,45° = \sqrt{2}/2$; $\cos 45° = \sqrt{2}/2$; $\text{tg}\,45° = 1$ e $\sqrt{2} = 1{,}4$, é correto afirmar que:

a) a altura máxima atingida pela bola é de 20,0 m.
b) o tempo total em que a bola permanece no ar é de 4 s.
c) a velocidade da bola é nula, ao atingir a altura máxima.
d) a bola chega ao solo com velocidade de módulo igual a 10 m/s.
e) a velocidade da bola tem módulo igual a 14 m/s ao atingir a altura máxima.

10. (PUC) Durante um jogo de futebol, um goleiro chuta uma bola fazendo um ângulo de 30º com relação ao solo horizontal. Durante a trajetória, a bola alcança uma altura máxima de 5,0 m. Considerando que o ar não interfere no movimento da bola, qual a velocidade que a bola adquiriu logo após sair do contato do pé do goleiro?

Use: g=10 m/s²

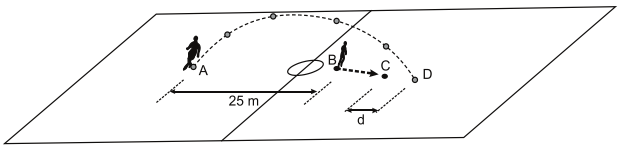


Fonte: <http://www.istoe.com.br/reportagens/7079_TROCANDO+AS+MAOS+PELOS+PES>

a) 5 m/s
b) 10 m/s
c) 20 m/s
d) 25 m/s
e) 50 m/s

11. (ESC. NAVAL) Conforme mostra a figura abaixo, em um jogo de futebol, no instante em que o jogador situado no ponto A faz um lançamento, o jogador situado no ponto B, que inicialmente estava parado, começa a correr com aceleração constante igual a 3,00 m/s², deslocando-se até o ponto C. Esse jogador chega em C no instante em que a bola toca o chão no ponto D. Todo o movimento se processa em um plano vertical, e a distância inicial entre A e E vale 25,0 m. Sabendo-se que a velocidade inicial da bola tem módulo igual a 20,0 m/s, e faz um ângulo de 45º com a horizontal, o valor da distância, d, entre os pontos C e D, em metros, é:

Dado: $|\vec{g}| = 10{,}0\ \text{m/s}^2$



a) 1,00
b) 3,00
c) 5,00
d) 12,0
e) 15,0

12. (ESPCEX) Um projétil é lançado obliquamente, a partir de um solo plano e horizontal, com uma velocidade que forma com a horizontal um ângulo α e atinge a altura máxima de 8,45 m.

Sabendo que, no ponto mais alto da trajetória, a velocidade escalar do projétil é 9,0 m/s, pode-se afirmar que o alcance horizontal do lançamento é:

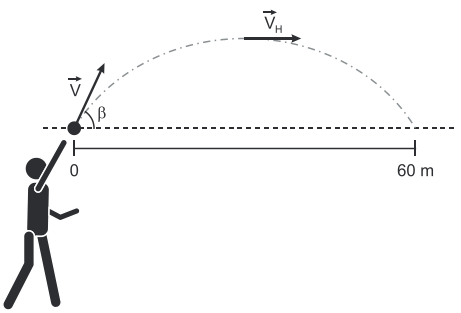
Dados:

intensidade da aceleração da gravidade g = 10 m/s²

despreze a resistência do ar

a) 11,7 m
b) 17,5 m
c) 19,4 m
d) 23,4 m
e) 30,4 m

13. (FATEC) Em um jogo de futebol, o goleiro, para aproveitar um contra-ataque, arremessa a bola no sentido do campo adversário. Ela percorre, então, uma trajetória parabólica, conforme representado na figura, em 4 segundos.



Desprezando a resistência do ar e com base nas informações apresentadas, podemos concluir que os módulos da velocidade $\vec{V}$, de lançamento, e da velocidade $\vec{V}_H$, na altura máxima, são, em metros por segundos, iguais a, respectivamente,

Dados:

$\text{sen}\beta = 0{,}8$;

$\cos\beta = 0{,}6$

a) 15 e 25
b) 15 e 50
c) 25 e 15
d) 25 e 25
e) 25 e 50

14. (UNIFOR) A figura a seguir mostra uma das cenas vistas durante a Copa das Confederações no Brasil. Os policiais militares responderam às ações dos manifestantes com bombas de gás lacrimogêneo e balas de borracha em uma região totalmente plana onde era possível avistar a todos.



(Fonte: http://noticias.uol.com.br/ultimas-noticias/efe/2013/09/07/protestos-em-sao-paulo-terminam-com-violencia-e-confrontos.htm)

Suponha que o projétil disparado pela arma do PM tenha uma velocidade inicial de 200,00 m/s ao sair da arma e sob um ângulo de 30,00º com a horizontal. Calcule a altura máxima do projétil em relação ao solo, sabendo-se que ao deixar o cano da arma o projétil estava a 1,70 m do solo.

Despreze as forças dissipativas e adote g = 10,00 m/s^2.

a) 401,70 m
b) 501,70 m
c) 601,70 m
d) 701,70 m
e) 801,70 m

15. (UEFS) Em um planeta X, uma pessoa descobre que pode pular uma distância horizontal máxima de 20,0 m se sua velocidade escalar inicial for de 4,0 m/s.

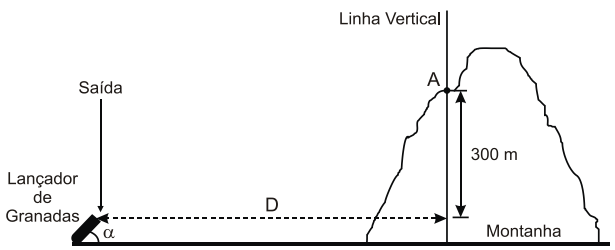
Nessas condições, a aceleração de queda livre no planeta X, em 10^{-1} m/s^2, é igual a

a) 10,0
b) 8,0
c) 6,0
d) 4,0
e) 2,0

16. (MACKENZIE) Um míssil AX100 é lançado obliquamente, com velocidade de 800 m/s, formando um ângulo de 30,0º com a direção horizontal. No mesmo instante, de um ponto situado a 12,0 km do ponto de lançamento do míssil, no mesmo plano horizontal, é lançado um projétil caça míssil, verticalmente para cima, com o objetivo de interceptar o míssil AX100. A velocidade inicial de lançamento do projétil caça míssil, para ocorrer a interceptação desejada, é de

a) 960 m/s
b) 480 m/s
c) 400 m/s
d) 500 m/s
e) 900 m/s

17. (ESPCEX) Um lançador de granadas deve ser posicionado a uma distância D da linha vertical que passa por um ponto A. Este ponto está localizado em uma montanha a 300 m de altura em relação à extremidade de saída da granada, conforme o desenho abaixo.

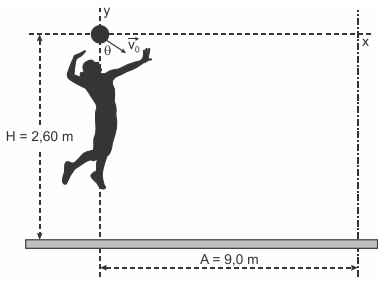


A velocidade da granada, ao sair do lançador, é de 100 m/s e forma um ângulo α com a horizontal; a aceleração da gravidade é igual a 10 m/s^2 e todos os atritos são desprezíveis. Para que a granada atinja o ponto A, somente após a sua passagem pelo ponto de maior altura possível de ser atingido por ela, a distância D deve ser de:

Dados: Cosα = 0,6; Senα = 0,8.

a) 240 m
b) 360 m
c) 480 m
d) 600 m
e) 960 m

18. (IFBA) Uma jogadora de vôlei rebate uma bola na linha da rede, a uma altura de 2,60 m, com módulo da velocidade inicial V_0, formando ângulo θ com a direção vertical, num local onde a gravidade vale 10,0 m/s^2.



A distância máxima da rede à linha de fundo é de 9,0 m. Considerando que a bola leva 0,2 s para atingir esta marca e que a resistência do ar é desprezível, pode-se afirmar que o módulo das componentes iniciais (V_{0x} e V_{0y}) da velocidade da bola, em m/s, são respectivamente:

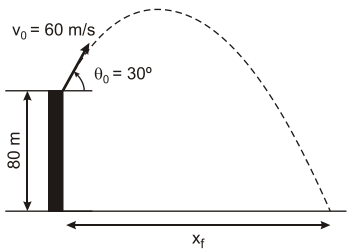
a) 45,0 e 12,0
b) 0,4 e 0,2
c) 2,6 e 2,4
d) 9,0 e 3,0
e) 10,0 e 5,0

19. (CFTMG) Uma pedra é lançada para cima a partir do topo e da borda de um edifício de 16,8 m de altura a uma velocidade inicial V_0 = 10 m/s e faz um ângulo de 53,1º com a horizontal. A pedra sobe e em seguida desce em direção ao solo. O tempo, em segundos, para que a mesma chegue ao solo é

Dados: V_0 = 10 m/s; θ = 53,1º; senθ = 0,8; cosθ = 0,6; h = 16,8 m

a) 2,8.
b) 2,1.
c) 2,0.
d) 1,2.

20. (UFOP) Uma pessoa lança uma pedra do alto de um edifício com velocidade inicial de 60 m/s e formando um ângulo de 30º com a horizontal, como mostrado na figura abaixo. Se a altura do edifício é 80 m, qual será o alcance máximo (x_f) da pedra, isto é, em que posição horizontal ela atingirá o solo? (dados: sen 30º = 0,5, cos 30º = 0,8 e g = 10 m/s^2).



a) 153 m
b) 96 m
c) 450 m
d) 384 m

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

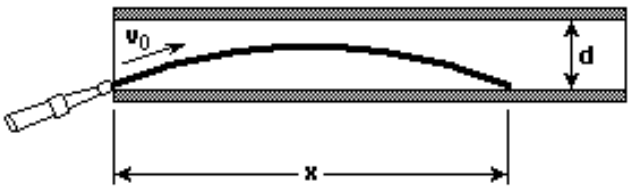
01. (UERJ) Em uma região plana, um projétil é lançado do solo para cima, com velocidade de 400 m/s, em uma direção que faz 60° com a horizontal.

Calcule a razão entre a distância do ponto de lançamento até o ponto no qual o projétil atinge novamente o solo e a altura máxima por ele alcançada.

02. (UNESP) Em uma partida de futebol, a bola é chutada a partir do solo descrevendo uma trajetória parabólica cuja altura máxima e o alcance atingido são, respectivamente, h e s. Desprezando o efeito do atrito do ar, a rotação da bola e sabendo que o ângulo de lançamento foi de 45° em relação ao solo horizontal, calcule a razão s/h.

Dado: sen 45° = cos 45° = $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

03. (CFTCE) Uma mangueira emite um jato d'água com uma velocidade inicial v_0 de módulo igual a 10 m/s.



Sabendo-se que o tubo horizontal possui um diâmetro interno d = 1,25 m, determine o alcance máximo x do jato no interior do tubo (g = 10 m/s²).

Se necessário, adote g = 10 m/s².

04. (UFPR) Na cobrança de uma falta durante uma partida de futebol, a bola, antes do chute, está a uma distância horizontal de 27 m da linha do gol. Após o chute, ao cruzar a linha do gol, a bola passou a uma altura de 1,35 m do chão quando estava em movimento descendente, e levou 0,9 s neste movimento. Despreze a resistência do ar e considere g = 10 m/s².

a) Calcule o módulo da velocidade na direção vertical no instante em que a bola foi chutada.

b) Calcule o ângulo, em relação ao chão, da força que o jogador imprimiu sobre a bola pelo seu chute.

c) Calcule a altura máxima atingida pela bola em relação ao solo.

05. (UFAL) Um projétil é lançado obliquamente com velocidade inicial de 50 m/s, formando ângulo de 53° com a horizontal. Despreze a resistência do ar e adote g = 10 m/s², sen 53° = 0,80 e cos 53° = 0,60.

a) Na trajetória parabólica descrita pelo projétil, calcule a sua velocidade mínima.

b) No instante 5,0 s após o lançamento, determine o par (x,y) que, em metros, localiza o projétil, em relação ao ponto de lançamento.

GABARITO

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. B	05. B	09. E	13. C	17. D
02. D	06. C	10. C	14. B	18. A
03. B	07. B	11. B	15. B	19. A
04. C	08. E	12. D	16. C	20. D

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

01. A razão é $8000\sqrt{3}/\ 6000 = 4(\sqrt{3})\ /\ 3$

02. $s/h = \frac{(v^2/g)}{[v^2/(4g)]} = 4$

03. $x = 5\sqrt{3}$ m.

04. a) $v_{oy} = 6$m/s

b) $\theta = \text{arctg}\ 0{,}2$

c) $v_y = 0$ e y = H:

05. a) 30 m/s

b) (150 m; 75 m)

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES