MINESEC
INSTITUT FOTSO **ANNÉE SCOLAIRE : 2018-2019**
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

Devoir séquentiel n° 2
Classe : T^{le}C ; Durée : 4 h ; Coef : 06
Examinateur : Georges Michaël TCHOUPA

L'épreuve comporte quatre exercices sur deux pages numérotées 1 et 2.
Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction de la copie et de l'orthographe.
L'utilisation d'une calculatrice non programmable est autorisée.

Exercice 1 : ..... 4 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
Soient les points $A(1;1;0); B(1;2;1); C(3;-1;2)$.

1. (a) Démontrer que les points A,B et C ne sont pas alignés. [1pt]
   (b) Démontrer que le plan (ABC) a pour équation cartésienne $2x+y-z-3=0$. [0.5pt]
2. On considère les plans (P) et (Q) d'équations respectives
   $x+2y-z-4=0$ et $2x+3y-2z-5=0$.
   Démontrer que l'intersection des plans (P) et (Q) est une droite $(\mathscr{D})$ dont on déterminera une représentation paramétrique. [1pt]
3. Quelle est l'intersection des trois plans (ABC), (P) et (Q) ? [0.5pt]
4. Déterminer la distance du point A à la droite $(\mathscr{D})$. [1pt]

Exercice 2 : ..... 5 points

Dans le système de numération de base a, on considère les nombres
$A=\overline{211}$, $B=\overline{312}$ et $C=\overline{133032}$. On suppose que $C=A\times B$.

1. (a) Montrer que $a^3-3a^2-2a-8=0$. [0.5pt]
   (b) En déduire que a divise 8. [0.25pt]
   (c) Déterminer a. [0.5pt]
2. On suppose que $a=4$.
   (a) Écrire A, B et C dans le système décimal. [0.75pt]
   (b) Montrer que $PPCM(A;B)=C$. [0.25pt]
   (c) En déduire que l'équation $Ax+By=1$ admet des solutions dans $\mathbb{Z}^2$. [0.25pt]
3. On considère dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation $(E): 37x+54y=2$.
   (a) Déterminer une solution particulière en utilisant l'algorithme d'Euclide. [0.5pt]
   (b) Résoudre l'équation (E). [0.5pt]
4. Soit $P(x)=\sum_{k=0}^{n} a_k x^k$. Soit $p,q\in\mathbb{Z}$ tel que $p\wedge q=1$ et $P(\frac{p}{q})=0$.
   (a) Démontrer que p divise a_0 et q divise a_n. [1pt]
   (b) Résoudre dans $\mathbb{Q}$ l'équation $x^3-3x^2-2x-8=0$. [0.5pt]

https://t.me/KamerHighSchool

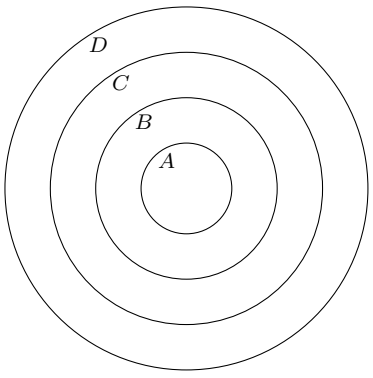
Exercice 3 : ..... 7 points

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ d'unité graphique 4 cm. Soit P le point d'affixe $p = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, Q le point d'affixe $q = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ et K le point d'affixe -1. On considère trois nombres complexes non nuls a, b et c. On note A, B et C les points d'affixes respectives a, b et c. On suppose que l'origine O du repère est à la fois le centre de gravité et le centre du cercle circonscrit du triangle ABC.

1. (a) Montrer que les points P et Q appartiennent à un même cercle Γ de centre O dont on précisera le rayon. [1pt]
   (b) Faire une figure et construire les points P et Q. [0.5pt]
2. (a) Déterminer l'ensemble D des points $M(z)$ tels que $|z| = |z+1|$. Représenter cet ensemble sur la figure. [0.75pt]
   (b) Montrer que P et Q sont les points d'intersection des ensembles Γ et D. [0.75pt]
3. (a) Montrer que $|a| = |b| = |c|$. En déduire que $|\frac{b}{a}| = |\frac{c}{a}| = 1$. [1pt]
   (b) Montrer que $a + b + c = 0$. [0.5pt]
   (c) Montrer que $|\frac{b}{a}| = |\frac{b}{a} + 1| = 1$. [0.5pt]
   (d) Déduire de la question **2** que $\frac{b}{a} = p$ ou $\frac{b}{a} = q$. [0.5pt]
4. Dans cette question, on admet que $\frac{b}{a} = p$ et $\frac{c}{a} = q$.
   (a) Montrer que $\dfrac{q-1}{p-1} = e^{i\frac{\pi}{3}}$. [0.5pt]
   (b) Montrer que $\dfrac{q-1}{p-1} = \dfrac{c-a}{b-a}$. [0.5pt]
   (c) Déduire des deux questions précédentes la nature du triangle ABC. [0.5pt]

Exercice 4 : ..... 4 points

Une cible pour le jeu de fléchette est composée de 4 disques concentriques de rayons respectifs en centimètres $10, 20, 30$ et 40.



1. Calculer l'aire de chacune des régions A, B, C et D en fonction de π. [1pt]
2. On suppose qu'aucune fléchette ne peut sortir de la cible et que la probabilité d'atteindre une région de la cible est proportionnelle à sa surface.
   Montrer que les probabilités $\mathrm{P}_A, \mathrm{P}_B, \mathrm{P}_C$ et P_D d'atteindre respectivement les régions A, B, C et D sont :
   $\mathrm{P}_A = \frac{1}{16}, \mathrm{P}_B = \frac{3}{16}, \mathrm{P}_C = \frac{5}{16}$ et $\mathrm{P}_D = \frac{7}{16}$. [1pt]

Marc participe au jeu de hasard suivant : il mise 150 FCFA. S'il atteint la région A, il gagne 250 FCFA ; s'il atteint la région B, il gagne 200 FCFA et dans les autres cas, il perd sa mise. On désigne par X, la variable aléatoire égale au gain algébrique(c'est-à-dire la différence entre le gain et la mise) en FCFA de Marc.

5. Déterminer l'ensemble des valeurs prises par X puis, la loi de probabilité de X. [1pt]
6. Calculer l'espérance mathématique de X et dire si le jeu est avantageux pour Marc. [1pt]

https://t.me/KamerHighSchool