INEQUAÇÃO DO 1º GRAU

Uma inequação é sentença matemática que apresenta uma desigualdade, em que a expressão que figura de um dos lados da expressão será maior, menor, maior ou igual ou então menor ou igual a expressão que aparece no outro lado da desigualdade. No caso se uma inequação do 1º grau, devemos isolar o valor da incógnita, com o intuito de encontrar o intervalo que representa a solução da inequação. Veja os exemplos abaixo:

Exemplo:

Determine os intervalos reais que apresentam as soluções das inequações abaixo:

a) $3x - 7 > x - 5$

$3x - x > -5 + 7$

$2x > 2$

$x > \frac{2}{2}$

$x > 1 \rightarrow$ **S =]1, +∞[**

b) $2\cdot(2 - x) + 5\cdot(2 + x) \leq 4\cdot(x + 1)$

$4 - 2x + 10 + 5x \leq 4x + 4$

$3x + 14 \leq 4x + 4$

$3x - 4x \leq 4 - 14$

$-x \leq -10$

Multiplicaremos esta inequação pelo número -1, lembrando-se de que devemos inverter o sinal de desigualdade da mesma:

$x \geq 10 \rightarrow$ **S = [10, + ∞[**

c) $\frac{x+1}{2} - 3 < 4 + \frac{2x-1}{3}$

$\frac{3x+3}{6} - \frac{18}{6} < \frac{24}{6} + \frac{4x-2}{6}$

$3x + 3 - 18 < 24 + 4x - 2$

$3x - 15 < 4x + 22$

$-x < 22 + 15$

$-x < 37$

Multiplicaremos esta inequação pelo número -1, lembrando-se de que devemos inverter o sinal de desigualdade da mesma:

$x > -37 \rightarrow S =]-37, +\infty[$

INEQUAÇÃO DO 2º GRAU

Nas inequações do 2º grau devemos fazer o estudo do sinal da parábola em questão, ou seja, determinar os intervalos da parábola em que as mesmas apresentam valores positivos (intervalos em que as parábolas aparecem acima do eixo x) ou valores negativos (intervalos em que as parábolas aparecem abaixo do eixo x). O primeiro passo é encontrar as raízes da parábola e a partir do coeficiente "a", criar um esboço da parábola com seus respectivos sinais. Observe os exemplos abaixo:

Exemplo:

Determine os intervalos reais que apresentam as soluções das inequações abaixo:

a) $2x^2 - 10x > 0$

Encontrando as raízes da função:

$2x^2 - 10x = 0$

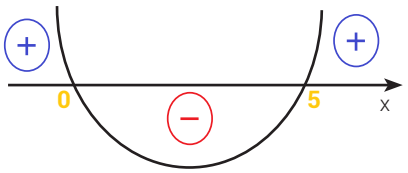
$2x \cdot (x - 5) = 0$

Como temos um produto nulo, um dos termos deve ser igual a zero. Assim:

$2x = 0 \rightarrow x = \frac{0}{2} \rightarrow x_1 = 0$

$x - 5 = 0 \rightarrow x_2 = 5$

Faremos a seguir um esboço da parábola em questão, que possui a concavidade voltada para cima e duas raízes reais distintas:



Como a inequação está procurando o(s) intervalo(s) em que a parábola é(são) positiva(s), teremos a seguinte solução:

S =]-∞, 0[U]5, +∞[

b) $-3x^2 + 27 \geq 0$

Encontrando as raízes da função:

$-3x^2 + 27 = 0$

$-3x^2 = -27$

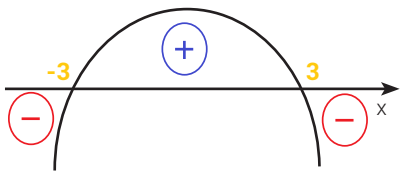
Multiplicando esta equação por -1, teremos:

$3x^2 = 27$

$x^2 = \frac{27}{3}$

$x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$

Faremos a seguir um esboço da parábola em questão, que possui a concavidade voltada para baixo e duas raízes reais distintas:



Como a inequação está procurando o(s) intervalo(s) em que a parábola é(são) positiva(s) ou igual(is) a zero, teremos a seguinte solução: **S = [-3, 3]**

c) $x^2 - 5x + 6 < 0$

Encontrando as raízes da função:

$x^2 - 5x + 6 = 0$

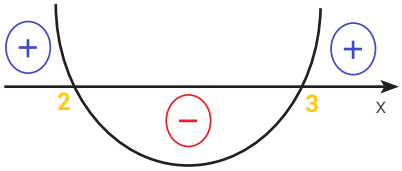
Utilizando a fórmula de Bháskara, teremos:

$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{25 - 24}}{2 \cdot (1)}$

$x = \frac{5 \pm 1}{2}$

$x_1 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} \rightarrow x_1 = 3 \qquad x_2 = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} \rightarrow x_2 = 2$

Faremos a seguir um esboço da parábola em questão, que possui a concavidade voltada para cima e duas raízes reais distintas:



Como a inequação está procurando o(s) intervalo(s) em que a parábola é(são) negativa(s), teremos a seguinte solução: **S =]2, 3[**

d) $2x^2 - 8x + 8 > 0$

Encontrando as raízes da função:

$2x^2 - 8x + 8 = 0$

Dividindo esta equação por 2, teremos:

$x^2 - 4x + 4 = 0$

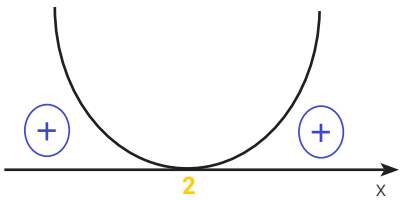
Utilizando a fórmula de Bháskara, teremos:

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{16-16}}{2 \cdot (1)}$$

$$x = \frac{4 \pm 0}{2}$$

$$x_1 = \frac{4+0}{2} = \frac{4}{2} \rightarrow x_1 = 2 \qquad x_2 = \frac{4-0}{2} = \frac{4}{2} \rightarrow x_2 = 2$$

Faremos a seguir um esboço da parábola em questão, que possui a concavidade voltada para cima e duas raízes reais iguais, o que fará com que a parábola tangencie o eixo x:



O púnico valor de x para o qual o valor da expressão dada não é positiva é o 2. Neste valor, temos que a expressão é nula, visto que temos uma raiz da mesma. Como a inequação está procurando o(s) intervalo(s) em que a parábola é(são) positiva(s), teremos a seguinte solução: **S =]-∞, 2[U]2, +∞[**

e) $x^2 - 13x + 43 < 0$

Encontrando as raízes da função:

$x^2 - 13x + 43 = 0$

Cálculo do Δ:

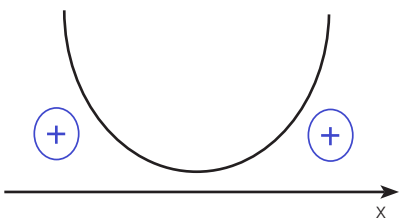
$\Delta = (-13)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (43)$

$\Delta = 169 - 172$

$\Delta = -3$

Como o valor de Δ é negativo, temos uma função sem raízes reais.

Faremos a seguir um esboço da parábola em questão, que possui a concavidade voltada para cima e não possui raízes reais. Seu esboço não terá ponto de intercepto com o eixo x:



Como a inequação está procurando o(s) intervalo(s) em que a parábola é(são) negativa(s), percebemos que não teremos soluções reais. Assim: **S = ∅**

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. (PUC-RJ) A soma dos números inteiros x que satisfazem $2x + 1 \leq x + 3 \leq 4x$ é:

a) 0 c) 2 e) -2
b) 1 d) 3

Resolução: D

Devemos resolver as duas inequações a seguir e criar o conjunto interseção entre as soluções:

Inequação 1:

$2x + 1 \leq x + 3$

$2x - x \leq 3 - 1$

$x \leq 2 \rightarrow$ **$S_1 =]-\infty, 2]$**

Inequação 2:

$x + 3 \leq 4x$

$x - 4x \leq -3$

$-3x \leq -3$

Multiplicando esta inequação por -1, teremos:

$3x \geq 3$

$$x \geq \frac{3}{3}$$

$x \geq 1 \rightarrow$ **$S_2 = [1, +\infty[$**

Fazendo a interseção entre as soluções encontradas, teremos a solução S = [1, 2]. Os números inteiros presentes nesta solução são 1 e 2. A soma entre eles será igual a:

Soma = 1 + 2 → Soma = 3

02. (IFAL) Para pintar sua casa, Marcos encontra dois pintores: Antônio, que cobra um valor contratual de R$ 100,00 e mais R$ 10,00 por m² de área pintada, e Benedito, que cobra R$ 200,00 no contrato e mais R$ 6,00 por m² de pintura. Acima de quantos m² de área pintada é mais econômico contratar Benedito?

a) 5 c) 15 e) 25
b) 10 d) 20

Resolução: E

Os valores cobrados por Antônio e Benedito em função do número x de metros quadrados que serão pintados podem ser expressos por:

$A = 100 + 10x$

$B = 200 + 6x$

Para que o preço de Benedito seja menor do que o preço de Bernardo, teremos:

$B < A$

$200 + 6x < 100 + 10x$

$6x - 10x < 100 - 200$

$-4x < -100$

Multiplicando esta inequação por -1, teremos:

$4x > 100$

$$x > \frac{100}{4}$$

$x > 25 \rightarrow$ Logo: Acima de 25

03. (CESGRANRIO-ADAPTADA) A proposição funcional "Para todo e qualquer valor de n, tem-se $6n > n^2 + 8$" será verdadeira, se n for um número real que pertença ao seguinte intervalo:

a) [-2, 4]
b)]-4, 2[
c)]2, 4[
d)]0, 2[
e)]0, 4[

Resolução: C

$6n < n^2 + 8 \rightarrow n^2 - 6n + 8 < 0$

Façamos o estudo dos sinais desta parábola, começando com os valores de suas raízes:

$n^2 - 6n + 8 = 0$

Utilizando a fórmula de Bháskara, teremos:

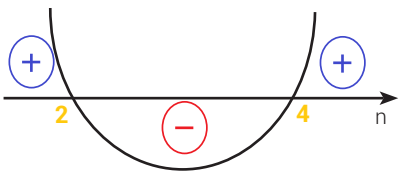
$$n = \frac{-(-6) \pm \sqrt{36-32}}{2 \cdot (1)}$$

$$n = \frac{6 \pm 2}{2}$$

$$n_1 = \frac{6-2}{2} = \frac{4}{2} \rightarrow n_1 = 2$$

$$n_2 = \frac{6+2}{2} = \frac{8}{2} \rightarrow n_2 = 4$$

Faremos a seguir um esboço da parábola em questão, que possui a concavidade voltada para cima e duas raízes reais distintas:



Como a inequação está procurando o(s) intervalo(s) em que a parábola é(são) negativa(s), teremos a seguinte solução: S =]2, 4[.

04. (CESGRANRIO) A menor solução inteira de $x^2 - 2x - 35 < 0$ é:

a) -5
b) -4
c) -3
d) -2
e) -1

Resolução: B

$x^2 - 2x - 35 < 0$

Façamos o estudo dos sinais desta parábola, começando com os valores de suas raízes:

$x^2 - 2x - 35 = 0$

Utilizando a fórmula de Bháskara, teremos:

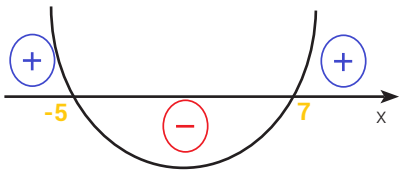
$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{4+140}}{2 \cdot (1)}$$

$$x = \frac{2 \pm 12}{2}$$

$$x_1 = \frac{2-12}{2} = \frac{-10}{2} \rightarrow x_1 = -5$$

$$x_2 = \frac{2+12}{2} = \frac{14}{2} \rightarrow x_2 = 7$$

Faremos a seguir um esboço da parábola em questão, que possui a concavidade voltada para cima e duas raízes reais distintas:



Como a inequação está procurando o(s) intervalo(s) em que a parábola é(são) negativa(s), teremos a seguinte solução: S =]-5, 7[

A menor solução inteira contida neste intervalo é: -4

ANOTAÇÕES