

السؤال	درجة السؤال	الدرجة المتحصلة	امتحان
1	20		
2	20		
3	20		
4	20		
5	20		
المجموع	100		

1. اكتب اسمك و رقم جلوسك وتخصصك في الأماكن المخصصة أعلاه.
2. سجل بهذه الكراسة الإجابة عن جميع الأسئلة و أي مسودات و لا يسمح باستخدام أية ورقة إضافية خارجية بآية حالة من الأحوال.
3. تأكد: أسئلة هذا الامتحان (5 أسئلة) و مطبوعة على (6 صفحات).
4. الدوائر و الأشكال المرسومة على الهوامش مخصصة لأعمال التصحيح.

السؤال الأول

- تأكد من صحة الإجابة
- كل سؤال توجد به إجابة أو إجابات صحيحة ، اختر الإجابات الصحيحة
- اكتب حرف الإجابة الصحيحة داخل المسطرح

1- إذا كان $f(x) = a^2 \cos x$ فإن $f^{-1}(x)$ هي

$\cos^{-1} x$ a $\cos^{-1} \frac{x}{a^2}$ b $\cos^{-1} a^2$ c $\cos^{-1} \frac{a^2}{x}$ d

2- المتطابقة $(1 + \tanh x / 1 - \tanh x)$ تساوي

e^{-2x} a e^{2x} b $\exp(-2x)$ c $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ d

3- القيمة الحقيقية لـ $\cos \theta$ إذا كان $\sin \theta = \frac{1}{4}$ عمايان $90 < \theta < 180$ تساوي :

$-4/\sqrt{15}$ a $-\sqrt{15}/4$ b $\sqrt{15}/4$ c $4/\sqrt{15}$ d

4- العبارة $\sin x \csc x / \cot x$ تكافئ

$\sin x$ d $\cos x$ c $\tan x$ b $\cot x$ a

5- المعامل التفاضلي الأول للدالة $\coth^{-1}(\sec x)$ بالنسبة لـ x هو

$-\operatorname{cosec} x$ d $\sec x$ c $-\sec x$ b $\operatorname{cosec} x$ a

6- إذا كان $y = a(1 - \cos \theta)$, $x = a(\theta - \sin \theta)$ الزاوية التي يصلها المماس مع الاتجاه الموجب لمحور

المماس هي:

$\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right)$ d $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)$ c $\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\theta}{2}\right)$ b $\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right)$ a

7- إذا كان $\sinh x = \tan \theta$ حيث θ تقع في النطاق $(-\pi/2, \pi/2)$ فإن $\tanh x$ تساوي:

$-\sin \theta$ d $-\cos \theta$ c $\sin \theta$ b $\cos \theta$ a

8- قيمة $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ تكون

1 d zero c -1 b = a

9- متكوكات متكافئة للدالة $\cos x$ هو

$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$ d $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}$ c $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ b $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ a

10- إذا كان x غير صفري تكون المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ متقاربة

$(-1, 1)$ d $-1 \leq x \leq 1$ c $[-1, 1]$ b $-1 < x < 1$ a

المسألة الثاني

1- أثبت أن معادلة المماس للمنحنى

$$\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 2$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2 \text{ هي } p(a,b)$$

3- أثبت أن $\sinh^{-1} x = \cosh^{-1} \sqrt{1+x^2}$

4- إذا كان $\frac{x}{x-y} = \ln \frac{a}{x-y}$ أوجد y'

2- أوجد قيمة حاصل جمع المتسلسلة

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-2}{n!}$$

$$\int \frac{x \tan^{-1} x^2 dx}{1+x^4} \quad (\Psi)$$

السؤال الثالث

1- أثبت أن

$$\int \operatorname{cosec} x dx = \ln(\tan x/2) + c$$

$$\int \frac{\sqrt{9+x^2}}{x^2} dx \quad (\Xi)$$

2- احرر كلا من التكاملات التالية

$$\int \sqrt{1+\sin 2x} dx \quad (\theta)$$

والرابع
أثبت أن

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nx = \begin{cases} 0 & \text{if } m \neq n \\ \pi & \text{if } m = n \end{cases}$$

$$\int_0^1 \frac{1-x}{1+x} dx \quad (*)$$

3. أثبت

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{dx}{a + b \cos x} = \frac{\pi}{\sqrt{a^2 - b^2}} \quad (a > b)$$

2. احسب قيمة التكاملات التالية

$$\int_{-1}^1 \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad (i)$$

السؤال الخامس

1- (أ) استنتج صيغة الاختزال للتكامل

$$\int x^m (1-x)^n dx \text{ حيث } m, n \text{ اعداد صحيحة موجبة}$$

(ج) استنتج قيمة التكامل المحدود في الفترة $[0,1]$ للقيم m, n المختلفة

$$2. \text{ احسب قيمة التكامل } \int_0^1 x^3 (1-x)^4 dx$$

$$(ب) \text{ اوجد } \int x^3 (1-x)^2 dx$$

مع امنيتي لكم بالتوفيق