2- أوجد نطاق ومدي الدوال التالية :

a) $y = x + 2$ $D = R$ $R = R$ b) $y = -x^2$ $\rightarrow$ $D = R$ $R =]-\infty, 0]$

c) $y = \sqrt{x4}$ $D = [0, \infty[$ d) $y = x^3 - 1$ $\rightarrow$ $D = R$ $R = R$

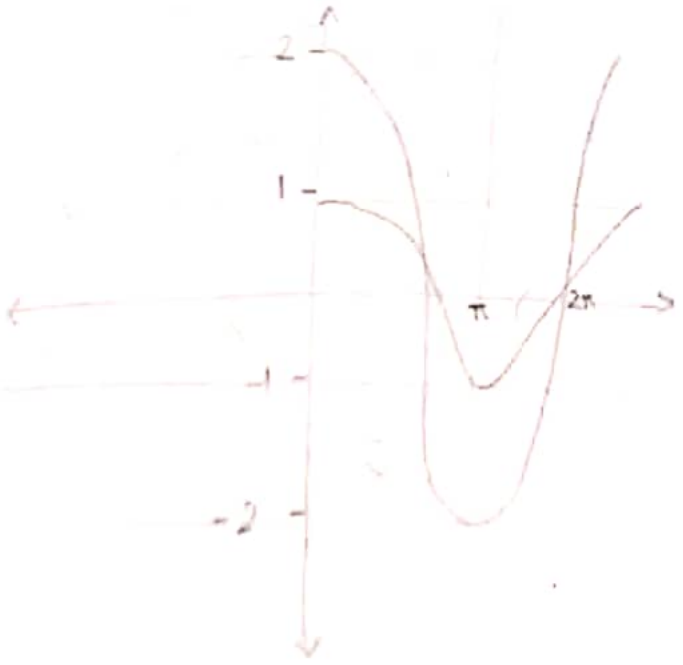
$R = [0, \infty[$ a) b)

c)

d)

3- وضح علي نفس المحاور أشكال الدوال التالية :

a) $y = \sin x$, $y = 2 \sin x$



Scanned with CamScanner

الدرجة

اسم الطالب : .....
قسم : .....

التمرين الثاني
(ب)

التفاضل

ب: تمارين يقوم بحلها الطالب

1) أوجد dx / dy إذا كانت

$x = (y + 3)(y + 5)$

$\frac{dx}{dy} = 1(y+5) + 1(y+3)$

$= (y + 5) + (y+3)$

$y = 5x^2 + 3$

$y = 5x^2 + 3$

$5x^2 = y - 3$

$x^2 = \frac{y-3}{5}$

$x = \sqrt{\frac{y-3}{5}}$

$x' = \left(\frac{y-3}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$

$\frac{1}{2}\left(\frac{y-3}{5}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{1 \cdot 5 - 0(y-3)}{(5)^2}$

3) أوجد المشتقة الثانية لكل من الدوال الآتية :

a) $w = at + \frac{1}{2}bt^2$

$y' = a + bt$

$y'' = 0 + b = b$

Scanned with CamScanner

b) $y = \cos 5x^2$

$y' = -\sin 5x^2 \cdot 10x$

$y'' = -\cos 10x \cdot 10x + (-\sin 5x^2 \cdot 10)$

c) $t = (5y^2 + c^2)^2$

$y' = 2(5y^2+c^2) \cdot 10y$

$y'' = 2(10y)\cdot(10y) + 10(5y^2+c^2)\cdot 2$

d) $y=\sqrt{a^2+x^2}$

$y = (a^2+x^2)^{\frac{1}{2}}$

$y' = \frac{1}{2}(a^2+x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x$

$y'' = -\frac{1}{4}(a^2+x^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2x + \frac{1}{2}(a^2+x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2$

4) أوجد $D_t Z$

a) $z=\frac{t^2}{t^2+1}$

$z' = \frac{2t\cdot(t^2+1) - (2t\cdot t^2)}{(t^2+1)^2}$

Scanned with CamScanner

التمرين الحادى

اسم الطالب : .....
قسم : .....

التمرين الثالث
(ب)

التفاضل

ب- تمارين يقوم بحلها الطالب

أ- أوجد dw/dv إذا كانت :

بباراميتريك

$v = 5t^2 - 10$, $w = 3t + 7$

$v' = 10t$ $\quad w' = 3$

$dw/dv = 3/10t$

ب- أوجد dv/dx إذا كانت :

$v = w^2 + 3$, $w = 4x^2 + 5$

$v' = 2w$ $\quad w' = 8x$

$2w \cdot 8x$

ج-أوجد dy / dx للدوال الآتية :

$d_{xy} \rightarrow y'$

مشتقة الـ y

a) $y = \cos x^4$

$y' = -\sin x^4 \cdot 4x^3$

b) $y = \tan 3x^2$

$y' = \sec^2 3x^2 \cdot 6x$

Scanned with CamScanner

b) $z=(5t+b^2)^3$

$$z' = 3(5t+b^2)^2 \cdot 5$$

c) $z=(t^2-t)^{-3}$

$$z' = -3(t^2-t)^{-4} \cdot 2t$$

Scanned with CamScanner

c) $y = \frac{\sin x}{\cos x}$

$$Y = \frac{\cos X \cdot \cos X + \sin X \cdot \sin X}{(\cos X)^2}$$

☆ d) $y = \sec^2 2x$

$$y' = 2(\sec 2x)(\sec 2x \tan 2x) \cdot 2$$

e) $y = (x-3)(x+3)$

$$y' = 1(x+3) + 1(x-3)$$
$$(x+3) + (x-3)$$

☆ f) $y = \cos^2 x \sin^2 x$

$$y' = (\sin x)^2 \cdot (\cos x)^2$$
$$y' = (\cos x)^2 \cdot 2\sin x \cdot \cos x + 2(\cos)^2 \cdot -\sin x \cdot (\sin x)^2$$

g) $y = \sqrt{\tan^2 x}$

$$y = (\tan^2 x)^{1/2}$$
$$y' = \tfrac{1}{2}(\tan^2 x)^{-1/2} \cdot 2(\tan x) \cdot \sec^2 x$$

k) $y = (x-3)(x+3)$

$$y' = 1(x+3) + 1(x-3)$$
$$(x+3) + (x-3)$$

Scanned with CamScanner

قسم : .....

التمرين الرابع
(ب)

ب- تمارين يقوم الطالب بحلها : -

1. فرض أن الدالة $f(x) = x^3 - 9x$ متصلة في الفترة $(-3 \le x \le 3)$ و لها مشتقة عند كل نقطة داخل هذه الفترة. أوجد النقط داخل هذه الفترة التي يكون عندها المماس للمنحني موازي للمحور الأفقي X مع التوضيح بيانيا باستخدام نظرية رول ؟

$f(3) = 3^2 - 9(3) = 0$

$f(-3) = -3^3 - 9(-3) = 0$

$f(a) = f(b)$

$f'(x) = 3x^2 - 9 = 0$

$3x^2 = 9$

$x^2 = 3$

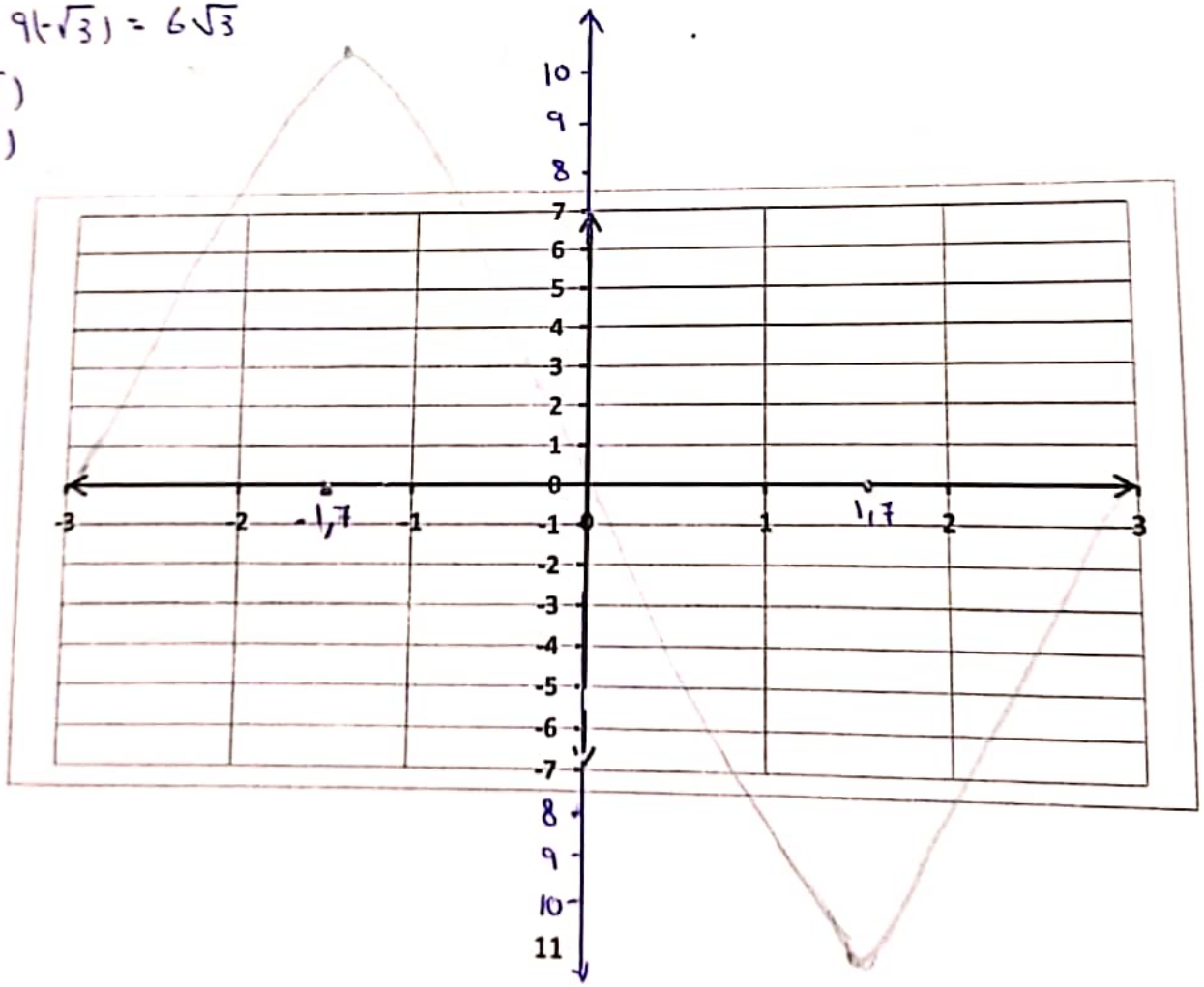
$x = \pm\sqrt{3}$

$y(\sqrt{3})^3 - 9(\sqrt{3}) = -6\sqrt{3}$

$y(-\sqrt{3})^3 - 9(-\sqrt{3}) = 6\sqrt{3}$

$(\sqrt{3}, -6\sqrt{3})$

$(-\sqrt{3}, 6\sqrt{3})$



Scanned with CamScanner

1- أوجد dy/dx لكل مما يلي:

1- $y = x^3 + x^{-2} + 4x - 5$

$y' = 3x^2 - 2x^{-3} + 4$

2- $Y = \underline{\text{arc}}\tan\frac{x}{2}$

$y = \tan^{-1}\frac{x}{2}$

$y' = \frac{1/2}{1 + (\frac{x}{2})^2}$

3- $y = (\sin 4x)^3$

$y' = 3(\sin 4x)^2 \cdot 4 \cdot \cos 4x$

$y' = 12(\cos 4x)^2 \cdot \cos 4x$

4- $y = log\, 5 \sin 2x$

$y' = \frac{5\cos 2x \cdot 2}{5\sin 2x}$

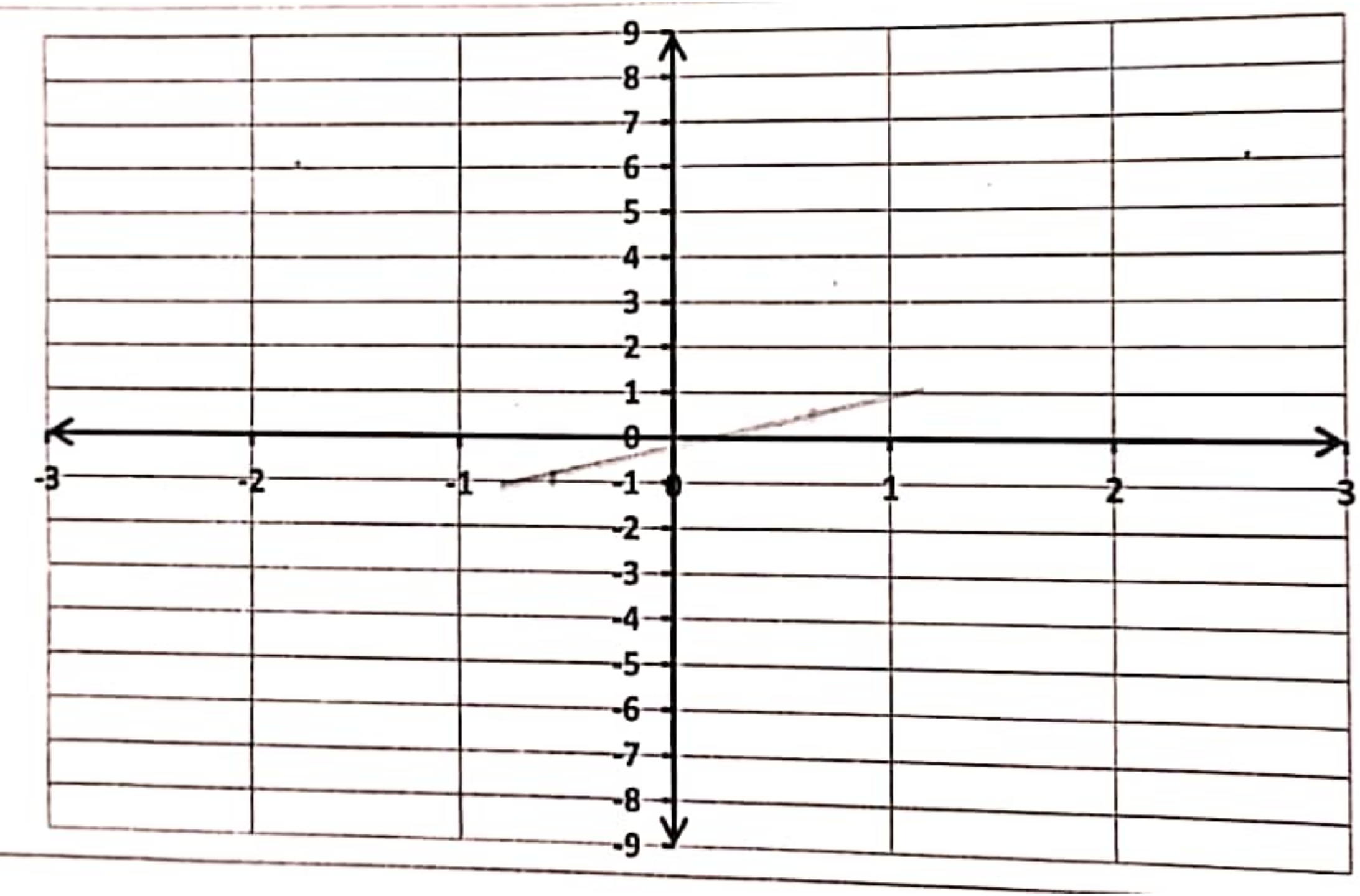
5- $y = 5^x / \ln 3x \Rightarrow \frac{5^x}{\ln 3x}$

$y' = \frac{(5^x)(\ln 5)\cdot \ln 3x - \frac{3}{3x}\cdot 5^x}{(\ln 3x)^2}$

6- $y = 4x^2 \log 2/x$

$y' = 8x \cdot \log\frac{2}{x} + \frac{-2}{2/x} \cdot 4x^2$

Scanned with CamScanner



Scanned with CamScanner

الدرجة

اسم الطالب : .....
قسم : .....

التمرين الخامس
(ب)

تفاضـــل الدوال متعددة المتغيرات

ب- تمارين يقوم الطالب بحلها : -

1- أذا كانت $y = x^2t + 2xt + 4xt^3 + 5x^2t^2 + 100$

فأوجد كل من :

$$\frac{\partial y}{\partial x} , \frac{\partial y}{\partial t} , \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial x} , \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} , \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} , \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

ثم حقق بصحة أو خطأ أن :-

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)$$

① $\frac{\partial y}{\partial x} = 2xt + 2t + 4t^3 + 10xt^2$

② $\frac{\partial y}{\partial t} = x^2 + 2x + 12xt^2 + 10x^2t$

③ $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 2t + 10t^2$

④ $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 24t + 10x^2$

⑤ $\frac{\partial^2 y}{\partial t \partial x} = 2x + 2 + 12t^2 + 20xt$

⑥ $\frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} = 2x + 2 + 12t^2 + 20xt$

$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) = 2x + 2 + 12t^2 + 20xt \rightarrow ①$

$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right) = 2x + 2 + 12t^2 + 20xt \rightarrow ②$

$\therefore \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)$

Scanned with CamScanner

بدلالة القوي التصاعدية للمتغير X ثم .اوجد

$x = \frac{\pi}{4}$ لأربعة ارقام عشرية اوجد مجموع العشرة حدود الاولي ؟ اوجد مجموع الحدود ابتداء من الحد الثاني ؟

ماذا تلاحظ ؟ تحقق من النتائج باستخدام الآلة الحاسبة.

$f(x) = \log_2 x$, $f(0) =$ غير معرف

$\dot{f}(x) = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$, $\dot{f}(0) =$ غير معرف

$\ddot{f}(x) = \frac{1}{x^2}$, $\ddot{f}(0) =$ غير معرف

$\dddot{f}(x) = \frac{2x}{x^4} = \frac{2}{x^3}$, $\dddot{f}(0) =$ غير معرف

$f^4(x) = \frac{-6x^2}{(x^3)^2}$, $f^4(0) =$ غير معرف

$f^n(x) =$ ..... , $f^n(0) = \cdots$

$$f(x) = f(0) + \frac{\dot{f}(0)}{1!}x + \frac{\ddot{f}(0)}{2!}x^2 + \frac{\dddot{f}(0)}{3!}x^3 + \cdots = \sum_{\cdots\cdots}^{\cdots\cdots} \cdots\cdots\cdots$$

4- اوجد مفكوك الدالة $f(x) = \frac{2}{\csc x}$ بدلالة القوي التصاعدية للمتغير X

$f(x) = 2\sin x$, $f(0) = 0$

$\dot{f}(x) = 2\cos x$, $\dot{f}(0) = 2$

$\ddot{f}(x) = -2\sin x$, $\ddot{f}(0) = 0$

$\dddot{f}(x) = -2\cos x$, $\dddot{f}(0) = -2$

$f^4(x) = 2\sin x$, $f^4(x) = 0$

$f^n(x) = 2\sin x$, $f^n(0) = 0$

$$f(x) = f(0) + \frac{\dot{f}(0)}{1!}x + \frac{\ddot{f}(0)}{2!}x^2 + \frac{\dddot{f}(0)}{3!}x^3 + \cdots = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{x^r f^r(0)}{r!}$$

$f(x) = 0 + \frac{2}{1}(x) + \frac{0}{2}x^2 + \frac{-2}{6}x^3 + \frac{0}{24}x^4$

Scanned with CamScanner

2- أ) إذا كانت

a) $z = f(x, y) = 5x^2 + 4y^2 - 8x + 12y - 25$

حدد نهايات الدالة $z = f(x, y)$

① $\frac{\partial z}{\partial x} = 10x - 8$

② $\frac{\partial z}{\partial y} = 8y + 12$

② $\frac{\partial^2 z}{\partial x} = 10$

④ $\frac{\partial^2 z}{\partial y} = 8$

⑤ $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \text{zero}$

⑥ $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \text{zero}$

$$\begin{vmatrix} 0 & 8 \\ 10 & 0 \end{vmatrix} = 80 \qquad 80 > 0$$

∴ نهاية صغرى

ب) أوجد نقط النهايات العظمى والصغرى للدالة الآتية :

b) $U = f(x, y) = x^2 - 5y + y^2 + 2x - 10$

① $\frac{\partial u}{\partial x} = 2x + 2$

② $\frac{\partial u}{\partial y} = -5 + 2y$

③ $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 2$

④ $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2$

④ $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = \text{zero}$

⑤ $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \text{zero}$

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 4 \qquad 4 > 0$$

∴ نهاية صغرى

$2x + 2 = 0$, $-5 + 2y = 0$

$x = -1$, $y = \frac{5}{2}$

$u = -\frac{69}{4}$

Scanned with CamScanner

التمرين السادس
(ب)

التكامـــل

ب. تمارين يقوم بحلها الطالب :-

1. **أختر الاجابة الصحيحة لكل مما يلي :**

1- $\int(4x^2-6)\,d(x)$

a) $8x$ b) $\frac{4}{3}x^3+c$ c) $8x+c$ d) $\frac{4}{3}x^3-6x+c$

2- Let $F(x)=3x^2$ *and* $f(2)=15$ *then,* $f(x)=$ ....

a) x^3+C b) $3x^2+2$ c) x^3+7 d) x^3+2

3- $\int \cos x\,d(x)$

a) $\sin x+C$ b) $-\sin x+C$ c) $\sin\left(\frac{x^2}{2}\right)+C$ d) $(-\sin x)(\cos x)+C$

4- $\int\left(e^x+\frac{1}{x}\right)d(x)$

a) $\frac{e^{x+1}}{x+1}+\ln|x|+C$ b) $e^x+\lim|x|+C$ c) $e^x+\ln|x|+C$ d) $e^x+\frac{x^{-2}}{-2}+C$

5- $\int -\frac{1}{x^2}\,d(x)$

a) $\frac{1}{x}+C$ b) $-\frac{3}{x^3}+C$ c) $-\frac{1}{2x}+C$ d) $-\ln|x^2|+C$

6- $\int(e^{x^2})\,d(x)$

a) $\frac{e^{x^2}}{2x}+c$ b) $e^{x^2}+c$ c) $e^{\frac{2x}{2}}+c$ d) ذلكغير

7- $\int d(x)$

a) C b) $x+C$ c) x d) Cx

Scanned with CamScanner

(2) أوجـــد التكاملات التالية :-

a) $\int 10\, e^{5x}\, dx$

$10\int e^{5x}\, dx \longrightarrow \frac{10}{5}\int 5\, e^{5x}$

$2 \cdot \frac{e^{5x}}{\ln e} = 2e^{5x} + C$

b) $\int 3x^4 + 15\, dx$

$\frac{3x^5}{5} + 15 + C$

c) $\int (e^{3x} + 7)^5\, dx$

$\frac{(e^{3x}+7)^6}{6 \cdot 3e^{3x}} + C$

(3) أوجد التكاملات الآتية باستخدام طريقة التكامل المناسبة :

a) $\int (z^3 - 5z^2 + 7)\, dz$

$\frac{z^4}{4} - \frac{5z^3}{3} + 7x + C$

b) $\int (2x + 3)^4\, dx$

$\frac{(2x+3)^5}{5 \cdot 2} + C$

c) $\int (\frac{x^6 + 5x^3 - 4x}{x^3})\, dx$

$\frac{x^6}{x^3} + \frac{5x^3}{x^3} - \frac{4x}{x^3}$

$x^3 + 5 - 4x^{-2}$

$x^3 + 5 - 4x^{-2}$

$\frac{x^4}{4} + 5x - \frac{4x^{-1}}{-1} + C$

Scanned with CamScanner

d) $\int \sin^3 x \, dx$

$\frac{1}{\cos} \int \cos x \, (\sin x)^3$

$= \frac{(\sin x)^4}{4}$

2) أوجد التكاملات الآتية :

a) $\int \frac{\sin x}{\cos x} dx$

$= \int \tan dx$

$= -\ln |\cos x| + c$

b) $\int \sqrt{1-(2x)^2} \, dx$

$\frac{-1}{4} \int 4x \, (1-(2x)^2)^{\frac{1}{2}} \longrightarrow \frac{1}{4x} \quad \frac{(1-2x^2)^{1.5}}{1.5}$

c) $\int \frac{dx}{Sec\ 5x}$

$\frac{1}{\sec 5x} = \cos 5x$

$\frac{1}{5} \int 5 \cos 5x \longrightarrow \frac{\sin 5x}{5}$

e) $\int x \cos 2x \, dx$

$\frac{x^2}{2} \sin 2x$

f) $\int x^2 \ln 2x \, dx$

$du = \frac{2x}{2x} = \frac{1}{x} dx \quad dv = x^2 \quad v = \frac{x^3}{3}$

$dx = x \, du$

$\int (u) dv = (u.v) - \int (v) du$

$= (\ln 2x)(\frac{x^3}{3}) - \int \frac{x^3}{3} (\frac{1}{x}) dx$

$= (\ln 2x)(\frac{x^3}{3}) - \int \frac{x^2}{3} dx$

$= (\ln 2x)(\frac{x^3}{3}) - \frac{x^3}{9}$

Scanned with CamScanner

3- أوجد حجم المجسم الناشئ من الدوران حول محور x للدالة

$y = 3x^2$, $from\ x = 0\ \ to\ \ x = 2$

$$Vol = \pi \int_0^2 (3x^2)^2$$

$$\pi \int_0^2 9x^4$$

$$\pi \int_0^2 \frac{9x^5}{5}$$

$$= \frac{9(2)^5}{5} - \frac{9(0)^5}{5}$$

$$= 57.6\pi$$

Scanned with CamScanner

4- اختر الاجابة الصحيحة :

1- حجم المجسم الناشئ من الدوران حول محور x للدالة $y = 3x - 1$ للفترة من x=8 الى 5 .....

$a - \int_5^8 \pi(3x-1)^2\,dx$ $\quad$ $b - \int_5^8 \pi(3x-1)^2\,dx^2$

$c - \int_5^8 (3x-1)^2\,dx$ $\quad$ $d - \int_5^8 \pi(3x-1)\,dx$

2- $\int_{x=0}^{1}\int_{y=0}^{2}(-x^2-y^2+16)\,dx\,dy$

$a - \int_{y=0}^{2}\left(-\frac{1}{3}-y^2\right)\,dy$ $\quad$ $b - \frac{86}{3}$

$c - 28\frac{2}{3}$ $\quad$ $d - \int_{y=0}^{2}(-\frac{1}{3}-y^2+16)\,\,dy$

3- حجم المجسم الناشئ من الدوران حول محور x – axis x للدالة $y = \sqrt{x}$ للفترة من x=0 الى 9 .....

$a - \int_0^3 \pi\sqrt{x}\,dx$ $\quad$ $b - \int_0^9 \pi(\sqrt{x})^2\,dx$

$c - \int_0^9 2\pi x\sqrt{x}\,dx$ $\quad$ $d - \int_0^{\sqrt{9}} 2\pi x\sqrt{x}\,dx$

4- حجم المجسم الناشئ من الدوران حول محور x – axis x للدالة $y = 2\sqrt{x}$ للفترة من x=0 الى 3 .....

$a - 9\pi$ $\quad$ $b - 16\pi$

$c - \int_0^3 4\pi x\,dx$ $\quad$ $d - \int_0^3 2\pi x\,dx$

5- $\int_1^2\int_1^3 xy\,dx\,dy$

$a - 9\pi$ $\quad$ $b - 16\pi$

$c - \int_0^3 4\pi x\,dx$ $\quad$ $d - \int_0^3 2\pi x\,dy$

Scanned with CamScanner