التمرين الاول
مقاييس القيمة المركزية
Measures of central tendency

تمارين تناقش في الحصة:

1) أ- أحسب المتوسط الحسابي للعينة التالية :

1.3, 7.0, 3.6, 4.1, 5.0

$\bar{X} = \frac{1,3+7+3,6+4,1+5}{5} = 4,2$

ب- وضح أن $\Sigma(x - \bar{x}) = \text{zero}$

$\Sigma(X-\bar{X}) = \Sigma X - \Sigma \bar{X}$

$= \Sigma X - n\bar{X}$

$= \Sigma X - n\frac{\Sigma X}{n} = \text{zero}$

د- أوجد المتوسط الحسابي للمتغير y مع العلم بأن :

a- $y = 3 + 2x$

$\bar{Y} = 3 + 2 \times 4,2$

$\bar{Y} = 11,46$

b- $y = \frac{x}{2} - 3$

$\bar{Y} = \frac{4,2}{2} - 3$

$= -0,9$

2) إذا باع مزارع بقرتين سعر الواحدة 2000 جنيه ، وعشرة خراف بسعر الخروف 300 جنيه . أحسب متوسط سعر هذه الحيوانات .

$\bar{X} = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w} = \frac{(2 \times 2000) + (10 \times 300)}{2+10} = 583,33$ جنيه

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

3) مصنع بـ 100 عامل منهم 60 عامل يحصل كل منهم علي 15 جنيه في اليوم و 40 عامل يحصل كل منهم علي 25 جنيه في اليوم أحسب متوسط الأجر اليومي للعامل في هذا المصنع .

$$\bar{X} = \frac{\Sigma WX}{\Sigma W} = \frac{(60 \times 15) + (40 \times 25)}{100} = 19 \text{ جنيه}$$

4) أحسب المتوسط الهندسي ، التوافقي ، والوسيط ، المنوال للبيانات التالية :

2 4 4 6 6 8 8 10

4 , 2 , 8 , 6 , 4 , 10 , 6 , 8

المتوسط الهندسي $= \sqrt[8]{4 \times 2 \times 8 \times 6 \times 4 \times 10 \times 6 \times 8} = 5,41$

المتوسط التوافقي $= \frac{n}{\Sigma(\frac{1}{x})} = \frac{8}{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\frac{1}{6}+\frac{1}{4}+\frac{1}{10}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}} = 4,75$

الوسيط $= \frac{6}{2} = 3$ 6 $\frac{6}{2}+1 = 4$ 6 $\frac{3+4}{2} = 3,5$

المنوال = 4 6 6 8

5) من الجدول التكراري :

أ- أحسب المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمتوسط الهندسي

	فئـــات	f_i	x_i	$f_i x_i$	F <	F ≥	Log x_i	$f_i \log x_i$
1	0 - 10	9	5	45	9	87	,96	5,4
2	10 – 20	11	15	165	20	78	1,43	11,44
3	20 – 30	14	25	350	34	67	1,14	15,4
4	30 - 40	20	35	700	54	53	1,3	26
5	40 – 50	15	45	675	69	33	1,17	17,55
6	50 – 60	10	55	550	79	18	1	10
7	60 - 70	8	65	520	87	8	,9	7,2

ب- أوجد الوسيط والمنوال بالرسم ؟

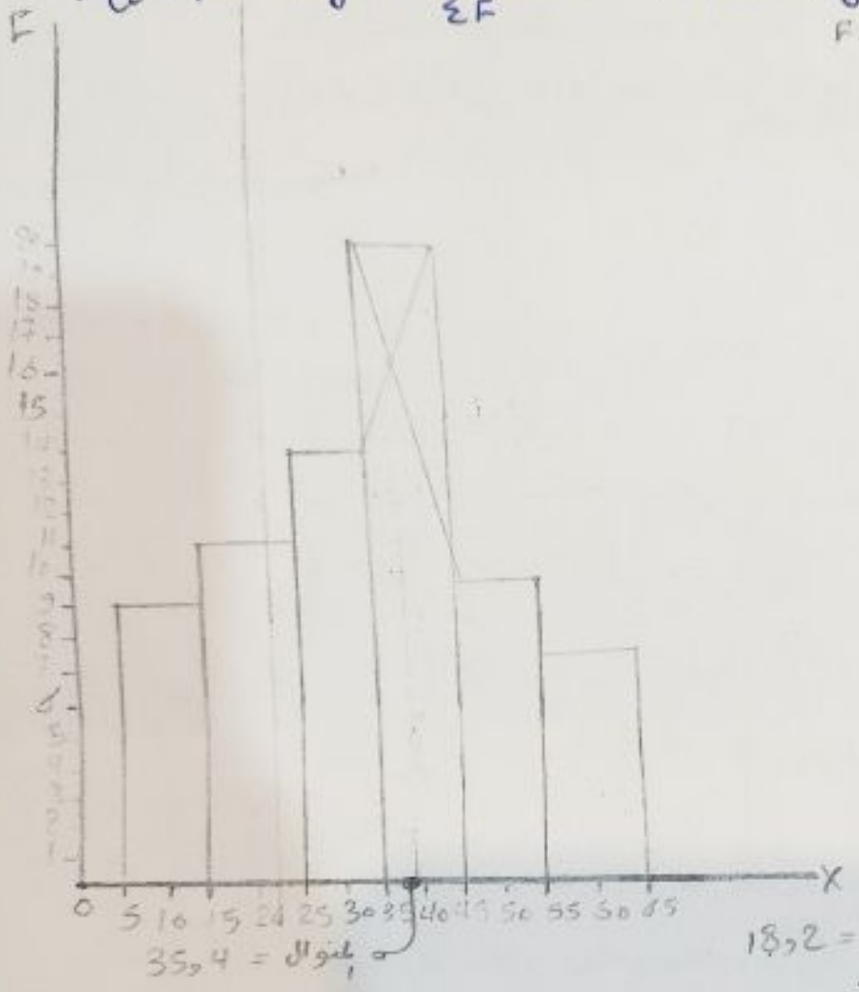
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

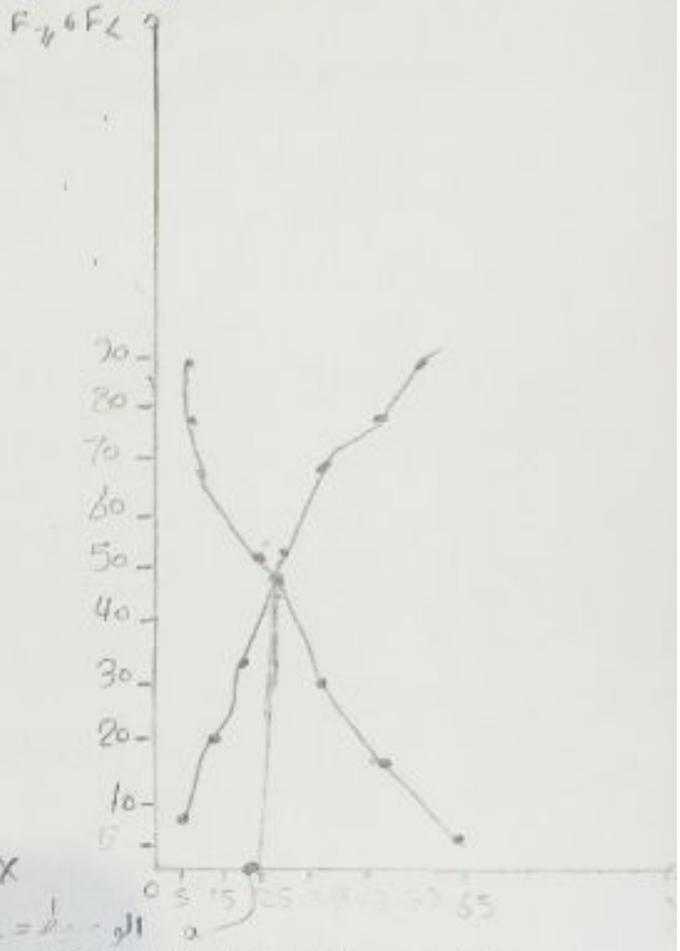
$$\bar{x}_A = \frac{\sum Fx}{\sum F} = \frac{3005}{87} = 34,5$$

$$Median = L_1 + \left(\frac{\frac{\sum F}{2} - F_<}{F_m}\right) \times h = 30 + \left(\frac{\frac{87}{2} - 67}{20}\right) \times 10 = 18,2$$

$$mode = L_1 + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) \times h = 30 + \left(\frac{6}{6+5}\right) \times 10 = 35,4$$

$$\bar{x}_G = Antilog\left(\frac{\sum F \log x_i}{\sum F}\right) = Antilog\left(\frac{92,99}{87}\right) = 11,7$$





6) بين صحة أو خطأ العبارات التالية :

أ) يميز الانحراف المعياري بنفس وحدات القياس للمتغير المحسوب منه . ✓

ب) معامل الاختلاف هو مقياس تشتت نسبي لمقارنة عينتين مختلفات في وحدات القياس

وهو مقياس مطلق غير مميز بوحدات قياس معينة . ✓

جـ) المدي هو أدق مقاييس التشتت . ✗ الانحراف المعياري

د) $\bar{x}_A \geq \bar{x}_G \geq \bar{x}_H$ ✓

هـ) يعتبر المنوال أفضل مقياس للنزعة المركزية . ✗ المتوسط الحسابي

و) يفضل الوسيط في حالة البيانات التي بها التواء . ✓

ز) المتوسط أفضل مقياس نزعة مركزية للبيانات الوصفية . ✓

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التمرين الثانى
مقياس الاختلاف والتشتت
Measures of Dispersion

1- أوجد المدى – الانحراف المتوسط – الانحراف المعياري بالطريقة المباشرة وغير المباشرة لبيانات المجموعتين(a) اطوال النباتات بالسم (b) اوزان الاوراق بالجرام:

a- 9 - 3 - 8 - 18 - 9 — 9,4 8,6 1,4 6,4 9,4

b- 5 - 18 - 10 - 15 - 3 - 7 — 4,6 8,4 9,4 5,4 6,6 2,6

(a)

المدى = 18 - 3 = 15

الانحراف المتوسط = $\frac{17,2}{5} = 3,44$

المتوسط الحسابي = $\frac{9+3+8+18+9}{5} = 9,4$

$SS = \Sigma(X-\bar{X})^2 = 117,2$ } مباشرة

$S = \sqrt{\frac{SS}{n-1}} = \sqrt{\frac{117,2}{4}} = 5,4$ } مباشرة

$SS = \Sigma X^2 - \frac{\Sigma(X)^2}{n} = 559 - \frac{559}{5} = 447,2$

$S = \sqrt{\frac{447,2}{4}} = 10,5$ غير مباشرة

$X-\bar{X}$	$(X-\bar{X})^2$	X^2
0,4	0,16	81
-6,4	40,96	9
-1,4	1,96	64
8,6	73,96	324
0,4	0,16	81

(b)

المدى = 18 - 3 = 15

المتوسط الحسابي = $\frac{5+18+10+15+3+7}{6} = 9,6$

الانحراف المتوسط = $\frac{28}{6} = 4,6$

$SS = \Sigma(X-\bar{X})^2 = 171,36$

$S = \sqrt{\frac{SS}{n-1}} = \sqrt{\frac{171,36}{5}} = 5,8$ } مباشرة

$SS = \Sigma(X)^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n} = 732 - \frac{732}{6} = 610$

$S = \sqrt{\frac{610}{5}} = 11,04$ غير مباشرة

$X-\bar{X}$	$(X-\bar{X})^2$	X^2
-4,6	21,16	25
8,4	70,56	324
0,4	0,16	100
5,4	29,16	225
-6,6	43,56	9
-2,6	6,76	49

ب- من بيانات المسألة السابقة قارن بين تشتت المجموعتين والأفضل من الناحية الإحصائية.

$C.V = \frac{S}{\bar{X}} = \frac{5,4}{9,4} = 0,50 = \%50$

$C.V = \frac{S}{\bar{X}} = \frac{5,8}{9,6} = 1,60 = \%160$

المجموعة b ذات تشتت أعلى من a

المجموعة a أفضل من الناحية الإحصائية

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

2- إذا كان المتغير (x) يمثل عدد الثمار في كل نبات طماطم وكانت البيانات التالية لمجموعة من 100 نبات في جدول تكراري كالتالي :

$\sum fx = 1000$

$\sum fx^2 = 10346$

أحسب معامل الاختلاف لهذا المتغير ؟

4- إذا علم أن $C.V = 2\%$, $\bar{x} = 5$, $n = 20$

أحسب الخطأ القياسي

$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S^2}{n}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{20}} = 0.22$

$S = 0.22 \times 5 = 1$

5- الجدول التالي بين المحصول بالكيلو جرام لمائة قطعة متساوية من القطن

الفئات	2- 4	4- 6	6- 8	8- 10	10-12
f	20	25	40	10	5

أحسب كلاً من معامل الاختلاف - Mean

X	3	5	7	9	11
FX	60	125	280	90	55

$\Sigma F = 100$, $\Sigma FX = 610$

$CV = \frac{S}{\bar{X}} = \frac{8.41}{6.1} \times 100 = 137.9$

$\bar{X} = \frac{\Sigma FX}{\Sigma F} = \frac{610}{100} = 6.1$

$SS = \Sigma F(X-\bar{X})^2 = 579.05$

$S = \sqrt{\frac{579.05}{100-1}} = 8.41$

$MD = \frac{|\Sigma F(X-\bar{X})|}{n} = \frac{0}{5} = zero$

$X-\bar{X}$	$(X-\bar{X})^2$	$F(X-\bar{X})^2$	$F(X-\bar{X})$
-3,1	9,61	192,2	-62
-1,1	1,21	30,25	-27,5
0,9	0,81	32,4	36
2,9	8,41	84,1	29
4,9	24,01	120,05	24,5

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التمرين الرابع

العزوم والالتواء والتفرطح
Moments – Skeweness – Kurtosis

$\bar{X} = \frac{25}{5} = 5$

1- أحسب العزوم الأربعة حول الصفر وكذلك العزوم الأربعة حول الوسط للبيانات التالية: 4 , 2 , 5 , 6 , 8

X	X^2	X^3	X^4	$(X-\bar{X})$	$(X-\bar{X})^2$	$(X-\bar{X})^3$	$(X-\bar{X})^4$
4	16	64	256	-1	1	-1	1
2	4	8	16	-3	9	-27	81
5	25	125	625	صفر	صفر	صفر	صفر
6	36	216	1296	1	1	1	1
8	64	512	4096	3	9	27	81
25	145	925	6289	صفر	20	صفر	164

$m'_1 = \frac{\Sigma(X)}{n} = \frac{25}{5} = 5$

$m'_2 = \frac{\Sigma(X)^2}{n} = \frac{145}{5} = 29$

$m'_3 = \frac{\Sigma(X)^3}{n} = \frac{925}{5} = 185$

$m'_4 = \frac{\Sigma(X)^4}{n} = \frac{6289}{5} = 1257\frac{4}{5}$

$m_1 = \frac{\Sigma(X-\bar{X})}{n} = \frac{صفر}{5} = صفر$

$m_2 = \frac{\Sigma(X-\bar{X})^2}{n} = \frac{20}{5} = 4$

$m_3 = \frac{\Sigma(X-\bar{X})^3}{n} = \frac{صفر}{5} = صفر$

$m_4 = \frac{\Sigma(X-\bar{X})^4}{n} = \frac{164}{5} = 32\frac{4}{5}$

2- من بيانات المسألة السابقةحقق صحة العلاقات التالية :

1- $m_2 = m'_2 - m'^2_1$

$4 = 29 - 5$

العلاقة صحيحة

2- $m_3 = m'_3 - 3\, m'_1\, m'_2 + 2\, m'^3_1$

$صفر = 185 - 3(5 \times 29) + 2(5)^3$

العلاقة صحيحة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

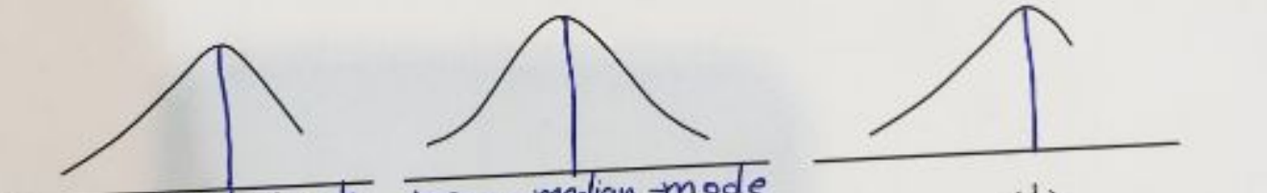
3- وصل بين كل فقره من المجموعة A بما يناسبها من المجموعة B .

B	A
P_1	$\bar{x}$
P_2	التوزيع مدبب
m'_1	$\frac{m_4}{S'^4}$
m_1	التوزيع معتدل
$a_4 > 3$	Zero
$a_3 > 0$	$\frac{3(\text{mean} - \text{mediam})}{S'}$
$a_3 = 0$	S^2
m_2	التوزيع ملتوي التواء موجب
a_4	$\frac{\text{mean} - \text{mode}}{S'}$

4- قارن بين الأشكال التالية (أ – ب – جـ) من حيث :-

أ- نوع التوزيع من حيث الألتواء

ب- موقع كل من المتوسط – الوسيط – المنوال



سالبة الالتواء

معتدل

التواء موجب

5- إذا علم أن $\Sigma x = 90$ ، $\Sigma x^2 = 9300$ ، $n = 10$, $\Sigma (x-\bar{x})^3 = 3200$ أوجد a_3 ثم اذكر استنتاجاتك .

$$m_3 = \frac{\Sigma (X-\bar{X})^3}{n} = \frac{3200}{10} = 320$$

$$m_2 = m'_2 - m'^2_1 = \frac{\Sigma X^2}{n} - \left(\frac{\Sigma X}{n}\right)^2 = \frac{9300}{10} - \left(\frac{90}{10}\right)^2 = 849$$

$$a_3 = \frac{m_3}{(\sqrt{m_2})^3} = \frac{320}{(\sqrt{849})^3} = 0.129$$

$a_3 > 0$

التوزيع ملتوى التواء موجب

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التمرين الخامس

المتغيرات العشوائية وتوزيعاتها الاحتمالية

Random variables and their probability distribution

1- متغير عشوائي متصل x

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x+3}{48} & 2\le x\le 8\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

أ - وضح أن f (x) دالة كثافة احتمال للمتغير العشوائي x

$$\int_2^8 \frac{x+3}{48}\,dx = 1$$

$$=\frac{1}{48}\cdot\int_2^8 x+3\,dx$$

$$=\frac{1}{48}\left(\int_2^8 x\,dx+\int_2^8 3\,dx\right) \Rightarrow = \frac{1}{48}(30+18)=1$$

ب أوجد $P(x>6)$ ، $P(x=6)$ ، $P(x\le 4)$

$$P(X\le 4)=\int_2^4 \frac{x+3}{48}\,dx$$

$$=\frac{1}{48}\cdot\int_2^4 x+3\,dx$$

$$=\frac{1}{48}\cdot\int_2^4 x\,dx+\int_2^4 3\,dx$$

$$=\frac{1}{48}(6+6)=\frac{1}{4}$$

$$P(X=6)$$

$$\int_6^6 \frac{x+3}{48}\,dx = \text{Zero}$$

$$P(X>6)$$

$$\int_2^5 \frac{x+3}{48}\,dx$$

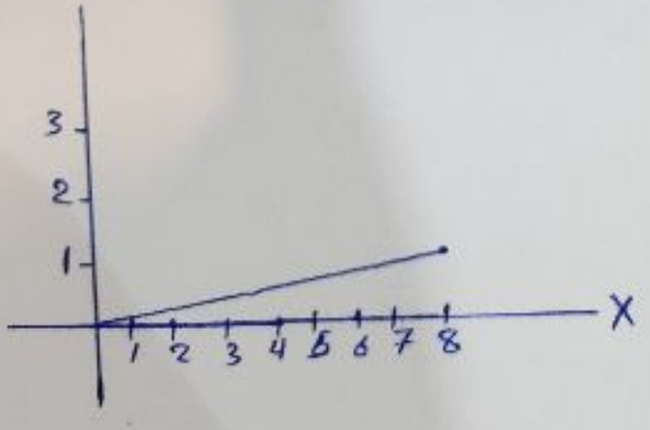
$$=\frac{1}{48}\int_2^5 x+3\,dx$$

$$=\frac{1}{48}\left(\int_2^5 x\,dx+\int_2^5 3\,dx\right) \Rightarrow \frac{1}{48}(10{,}5+9)$$

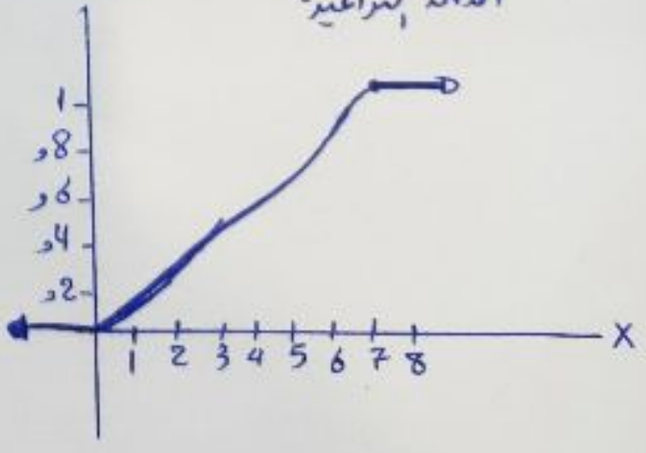
$$=,40625$$

جـ ارسم دالة كثافة الاحتمال والدالة التراكمية.

الدالة الاحتمالية



الدالة التراكمية



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

2- متغير عشوائي x دالة كثافة الاحتمال معرفة كما يلي

x_i	-3	0	3	6
$P(x_i)$	K	K^2	$2K^2$	K

أ - أوجد الثابت K

$K + K^2 + 2K^2 + K = 1$

$2K + 3K^2 = 1$

$K = -1$

$2(-1) + 3(-1)^2 = 1$

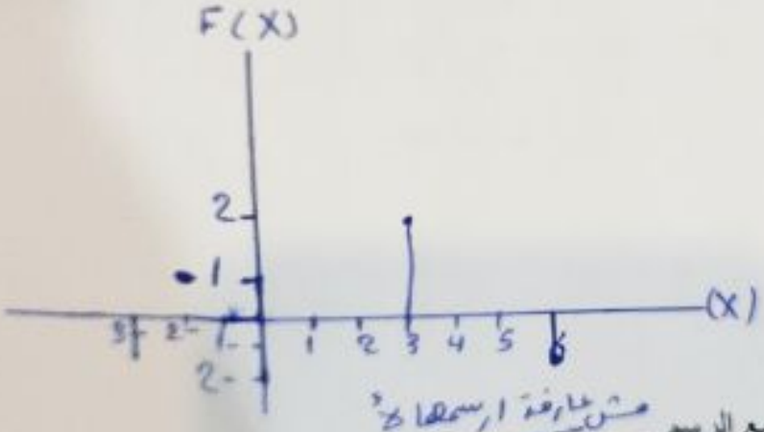
ب - $P(x \geq 1)$

$P(x \geq 1) = 2 - 1 = 1$

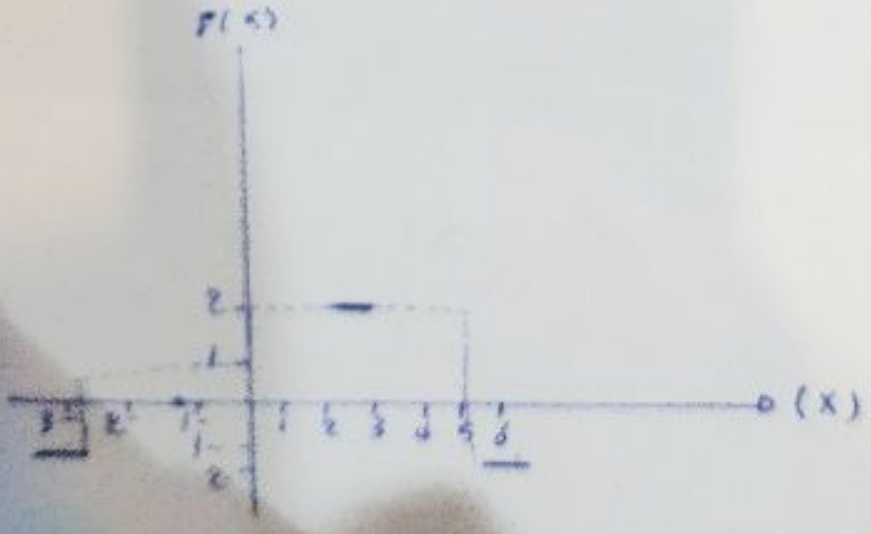
جـ $P(0.5 \leq x \leq 1.5)$

$P(0.5 \leq x \leq 1.5) = \text{Zero}$

د - ارسم دالة الاحتمال .



هـ أوجد الدالة التراكمية مع الرسم .

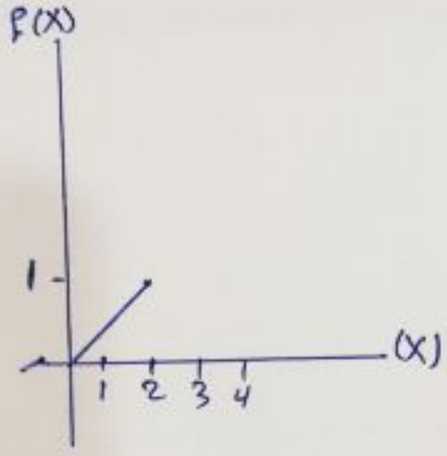


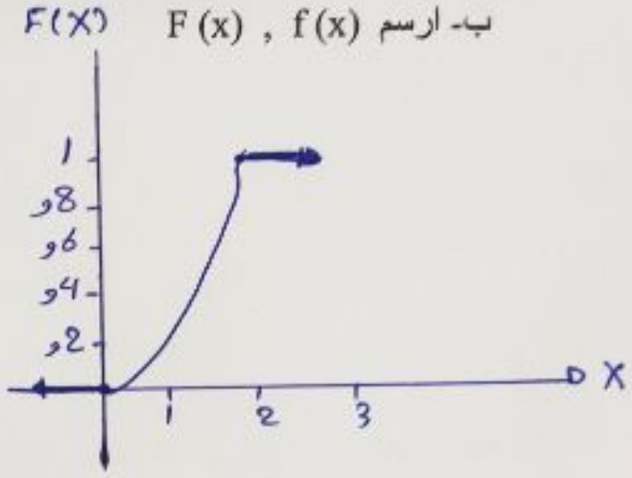
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

3- إذا كانت

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x & 0\le x\le 2\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

ب- ارسم $f(x)$, $F(x)$





جـ- وضح $P(2>x\ge 1)$ علي الرسم ثم أوجد قيمتها .

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التمرين السادس
التوزيع ذات الحدين – التوزيع الطبيعي المعياري
Standard normal distribution – normal distribution – Binomial distribution

1- متغير عشوائي x يتبع توزيع ذات الحدين أوجد معالم التوزيع إذا علمت أن $E(x) = 2$ ،

$\sigma_x^2 = \frac{3}{4}$

$\sigma = \sqrt{\frac{3}{4}} = ,866$

$\mu =$

2- إذا كان المتغير x له توزيع ذات الحدين $P = 0.2$ ، $n = 40$ قدر كل من الوسط μ_x والانحراف المعياري σ_x ومعامل الالتواء .

$q = ,8$

$\mu = n.P = 40 \times ,2 = 8$

$\sigma_x = \sqrt{n.P.q} = \sqrt{8 \times ,8} = 2,52$

$\alpha_3 = \frac{q-P}{npq} = \frac{,8-,2}{\sqrt{npq}} = ,237$

3- ضع علامة صح (√) أمام العبارة الصحيحة وعلامة خطأ (X) أمام العبارة اخطأ مع تصحيحها .

أ- توزيع الطبيعي له معلمتين هما المتوسط والتباين . ←

ب- يستخدم توزيع ذات الحدين للمتغيرات المتصلة . X منفصلة

جـ- إذا كان (has Bin (10, 0.25 . فأن متوسط التوزيع يساوى 2.5 . ←

د- إذا كان المتغير X يتبع التوزيع الطبيعى فيكون معامل الالتواء له يساوى 3 . ←

هـ- يكون في المنحنى الطبيعي المتوسط = الوسيط = المنوال . ←

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$q = ,77$

4- أوجد X has Bin $(10, 0.23)$ (n, P)

$P(X \leq 3)$

$(P=0) + (P=1) + (P=2) + (P \leq 3)$

$\binom{10}{0}(,23)^0(,77)^{10} + \binom{10}{1}(,23)^1(,77)^9 + \binom{10}{2}(,23)^2(,77)^8 + \binom{10}{3}(,23)^3(,77)^7$

$= ,328$

$P(X \neq 5)$

$=$ Zero

$P(X=5)$

$P(X=5) = \binom{10}{5}(,23)^5(,77)^5 = ,0439$

$E(X)$

$= n \cdot P = 10 \times ,23 = 2,3$

σ_x^2

$\sigma_x^2 = n \cdot P \cdot q = 10 \times ,23 \times ,77 = 1,771$

α_3

$\alpha_3 = \frac{q-P}{\sqrt{npq}} = \frac{,77-,23}{\sqrt{1,771}} = ,4057$

α_4

$\alpha_4 = 3 + \frac{1-6Pq}{npq}$

$3 + \frac{1-6 \times ,23 \times ,77}{1,771} = -,0353$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التمرين السابع
توزيعات المعاينة
Sampling Distributions

(1) أختر الإجابة الصحيحة من ا ، ب، ج - حيث أن مجتمع فرض $\mu_x = 10$ $\sigma_x = 9$

N= 6

	جـ	ب	أ
عدد العينات K (بدون إحلال)	20	10	15
عدد العينات K بالإحلال	18	36	12
$\mu_{\bar{x}}$ بالإحلال	10	15	20
$\mu_{\bar{x}}$ بدون احلال	15	12	10
$\sigma^2_{\bar{x}}$ (بالاحلال)	40.5	4.5	9
$\sigma^2_{\bar{x}}$ (بدون احلال)	0	40.5	32.4

(2) مجتمع فرضى $\mu = 5$, $N = 5$ $\sigma = 4$ $\sigma^2 = 16$

بفرض أخذ كل العينات الممكنة ذات الحجم 3 $n = 3$

أوجـــد :

أ - بفرض المعاينة بالإحلال

K= 125

$\mu_{\bar{x}} = 5$

$\sigma_{\bar{x}} = \sigma^2_{\bar{x}} = \frac{16}{3} = 5{,}3$ $\sigma_{\bar{x}} = 2{,}3$

ب -بفرض المعاينة بدون إحلال

K= 10

$\mu_{\bar{x}} = 5$

$\sigma_{\bar{x}} = \sigma^2_{\bar{x}} = \frac{16}{3} \times \left(\frac{5-3}{5-1}\right) = 2{,}6$

$\sigma_{\bar{x}} = 1{,}6$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(3) وزن البذور الـ 1000 نبات من محصول، ما يتوزع طبيعيا وسطه الحسابي 22.5 gm وانحرافه المعياري 0.48 m سحبت عينه حجم كل منها 36 نبات من هذا المجتمع . أوجد المتوسط المتوقع والانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للأوساط إذا كانت المعاينة بدون إحلال .

$$\mu_{\bar{x}} = \mu = 22,5 \text{ gm}$$

$$\sigma^2 = ,2304$$

$$\sigma^2_{\bar{x}} = \frac{,2304}{36} \times \left(\frac{1000-36}{1000-1}\right) = 6,1 \times 10^{-3}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = ,078$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner