GÖSTERGE, DİL VE MATEMATİK

Beno Kuryel

Yazının başlığını oluşturan ve özgül gibi görünen konuya girmeden önce böyle bir konunun yaşam örgüsündeki yerine ve gerekçesine bakmakta yarar var. Konuyu kendi özgüllüğüne indirgemeden, içinde bulunduğu bütünlüğü görmeye ve aydınlatmaya çalışalım: Bilim, genel olarak neredeyse herkesin, yargılamadan ve sorgulamadan üstünlüğünü kabul ettiği bir olgu. Peki nedir bu üstünlük, neden ve neye göre üstünlük? Böylesine bir üstünlüğü tanımlamak olası mı? Haklı olduğumuzu kanıtlamak için hemen bilimin arkasına sığınmamızın koşulları nedir? Böyle bir ideoloji yapılanmasının, tarihsel süreç boyunca toplumsal oluşumların eğitsel, ekonomik, siyasal, kültürel ve geleneksel yaşam etmenleriyle ilişkileri ne olmuştur? Bilimsel çalışmaların etik yanı var mıdır? Sayısız sorularla sürdürebileceğimiz bu tartışma, bilim felsefesinin kendisidir. Yani bilimin felsefeden –yaşamın tüm kesitlerinden– koparılamayacağının göstergeleridir. Özellikle son üçyüz yıl içinde bilimi felsefeden ayırarak ona yapay bir üstünlük sağlayan koşulları tartışmak gerekmez mi? Bunun yanında, bilim kesiminin özellikle pozitivist dünya tasavvuruyla zorladığı bu yapay ayrıma, felsefe ortamı da uydu. Bilim ve felsefe kendi mecralarında zaman zaman bağımsız gibi, zaman zaman karşıt olarak kendi içlerine çekildiler. Buna ek olarak, "bilim" ve "felsefe" ortamları belirleyici paradigma içinde bilgi olgusunu ikinci plana ittiler. Bilginin oluşum süreci önemsizleşti. Çünkü bilgi sunulan, satılan ve kalıp olarak bellenmesi gereken bir şeydi. Bilgi ideolojikleşti. Tüm eğitim/öğretim kurumları, medya, toplumsal değerler, siyasi söylem bilginin "doğrusunu" verme çabası içinde oldular. Tüm bunlar, çıkarsal ilişkiler ağında gerçekleşen ve elbette şaşılacak ve/veya şikâyet edilecek "şeyler" değildir. Bunlar ne kadar şaşılacak durumlar değilse, bunların toplumsal ve ekonomik yönlerini, bu yapıların yeniden üretimini sağlayan ideolojik tasarımları araştırmak ve çeşitli seçenekleri ortaya koymak da o kadar şaşılacak bir etkinlik değildir, olmamalıdır. Öğrenme sürecinde, yani bilgiyi edinme yolunda sorgulamak, bilginin kendisini ve kaynağını irdelemek neredeyse gelenek dışıdır. Gelenek olan, edilgin bir tavırdır. Edilgince bilgiyi

benimsemektir. Öğrenme sürecini, eğitim ve öğretim kurumlarında yaşarken gerçekten öğrenebiliyor muyuz? Yoksa bunun yerine, ezbere dayanan bir dizgenin içinde farkında olmadan mı yüzüyoruz? *Ezber eğitime karşı olmak* modası içinde, çeşitli "yöntemsel" müdahalelerle ezberi bir başka çehreyle yeniden üretmenin dışında bir çaba olamaz mı? Elbette seçenekler vardır. Bilgi kuramına bir göz atmak. Bilimi felsefeden ve kendi tarihinden koparmamak. Öğrenmenin kültürel-toplumsal bir olgu olduğunu tasavvur edebilmek. Bilginin siyasi etmenlerini görebilmek. Anlamanın, öğrenmeyi öğrenmenin ne olduğunun farkına varabilmek. Bilişsel süreçleri, salt psikolojiye indirgemeden bilmenin bir yaşam parçası olduğunu, hem bir canlı tür hem de toplumsal/siyasi bir varlık olarak tartışabilmek.

Bu yazı içinde elbette tüm bu ayrıntılara girmemiz olanaksız. Ancak ele alınacak konu, bu örgünün bir bileşeni. Yüzyıllardır matematiğe karşı duyulan kaygısal önyargı nasıl bugünlere kadar canlılığını korudu? Kültürel bir etkinlik olarak matematik, korku saçan iktidarını nasıl kurabildi? Neden, insanlar matematiğe aklı erenlerle ermeyenler diye yapay bir ayrıma tabi tutuldular? Birbirinden çok farklı kültürlerde bile geçerli olan bu benzerlik nereden geliyor? Tüm bu soruların tek tek yanıtlarını vermektense, bu alanda bir çözümlemeyi önermek istiyorum. Önerilerden yalnızca bir tanesi olarak. Bu çözümleme içinden yeni çözümlemeler yapmaya ve sorulara yanıt bulmaya hepimiz gayret edelim.

Göstergebilim ve Matematik

Göstergebilimin, genellikle ve kabaca insanların giyinme biçimlerine ilişkin anlamlar, insanlar arasında gerçekleşen simgesel alışverişler ve göstergelerin kullanımlarıyla ilgili olduğu sanılır. Hal böyle olunca göstergebilimin matematikle ne işi var diye düşünülebilir. Buna birinci yanıt, matematiğin soyut gösterge dizgelerinin öz be öz araştırma ve inceleme alanı oluşudur. Buna göre, matematik öğreniminin amacı, insanların bu dizgeleri nasıl anlayıp kullanacaklarıyla ilgilidir. Hem bir disiplin olarak matematik hem de matematiğin anlaşılma süreçleri, makro ve mikro düzeylerde sonugelmez "söyleşimler" aracılığıyla toplumsal olarak yapılandırılır. Böylece matematiği anlamak için, bu söyleşimler sırasında paylaşılan ve alışverişi yapılan metin ve göstergelere dikkat edilmesi gerekir. Peki, bunları çözümlemek için ne gibi araçlarımız vardır? Esinlenebileceğimiz en önemli ufuklardan birisi göstergebilimdir. Diğer bir ilgi alanı, matematik derslerinde öğret-

men ve öğrenciler arasında oluşan söylemin incelenmesidir. Acaba, metinler, göstergeler ve anlamlar nasıl yaratılır, kullanılır, tartışılır, dönüştürülür ve değerlendirilir? İşte bu noktada, göstergebilim ve ilgili araçlar kavramsal bir yol gösterir. Hiç kuşku yok ki, göstergebilimsel yaklaşımlarda uçsuz bucaksız farklılıklar vardır ve zaten içsel bir özelliği olarak da çeşitlilik gösteren yaklaşımlar nedeniyle tümünü kapsayan kuramsal bir çerçevesi yoktur. Peirce, Saussure, Barthes, Eco, Halliday, Rotman ve diğerleri esin kaynağı olabilecek ve bir renk cümbüşünü andıran üretken ve verimli örneklerdir.

Göstergebilim, matematik ve matematik öğretimi için; dilbilimsel (*linguistic*), bilişsel (*cognitive*), felsefi, tarihsel, toplumsal ve kültürel bakış açılarından kuramsal bir konum sunar. Bunun nedeni, gösterme eylemini (edimini) ve tüm iletişimsel etkinlikleri temel almasıdır. Uzun süreden beri kabul edilegeldiği gibi, simgeciliğin (*symbolism*) matematikte önemli bir yeri vardır. Göstergebilim, belirli bir kuramsal çerçeveler kümesi sağlayarak matematiğin gösterge (*sign*) ve simgelerini, hem gösterenlere hem de gösterilenlere ve daha genel olarak göstermenin tüm eylemlerine dikkatle eğilir. Göstergebilimin önemli bir yönü, göstergenin dünyaya veya Matematiksel Gerçekliğe ait bir yansımayı temsil ettiğini öne süren görüşlerin (realist) aksine, gösterge ve simgeleri ve tüm dilsel edimi bir kültürel-toplumsal etkinlik olarak görmesidir. Anlam ve imgeler; bireyler ve birey toplulukları tarafından, matematiğin öğretme, öğrenme, uygulama ve tasarlama/düşünme bağlamlarında gösterge kullanımlarını edinirken, geliştirirken ve ortaya çıkarırken edinilebilir, ayrıntılanabilir ve yaratılabilir. Bu bakımdan göstergebilim, matematiksel bilginin "içsel" mi, "dışsal" mı olduğu yönündeki dikotomiyi bir tarafa bırakarak, toplumsal bilimlerde, psikolojide ve diğer bilim dallarında matematik öğretimi için açılmış yeni yollara erişim sağlar.

Dil ve Matematiksel Anlamın Oluşumu

Yukarıda sözünü ettiğimiz "söyleşimler" sırasında dili kullanırız. Yani dile getiririz. Dile gelenin farkında mıyız? Bazen evet bazen hayır. Ancak bu soruyu sormazsak hiç de farkında değiliz demektir. Dili kullanmakla dile getirmek arasındaki ince fark buradadır. Örneğin, pr^2 bir *simgeler dizgesidir.* Bu dizge bir sözdizime (*syntax*) sahiptir. Düz okunuşu, "*pi re kare*"dir. Şimdi, bu sözdizimin anlamlarına, anlambilimsel (*semantics*) karşılıklarına bakalım. Düzanlamı (*denotative*), "*pi* sayısıyla *r* değişkeninin karesinin çarpımı"dır. Ancak, yananlamı (*connotative*), "yarıçapı *r* olan bir çemberin ala-

nı"dır. Yananlamlar elbette tek değildir. Dile getirmeye devam edelim: "Bir çemberin alanı, yarıçapının karesiyle doğru orantılıdır", "Bir çemberin alanı ile yarıçapının karesi arasındaki oran sabittir ve bu sabit *pi* sayısıdır". İşte, simgesel bir dizgenin varoluşundaki anlamlar bütünlüğü. Bu bütünlük algılanmadan öğrenme süreci yapılandırılamaz. Şimdi de, $(\pi/4)D^2$ simgeler dizgesine bakalım. Düz okunuşu "*pi bölü dört de kare*"dir. Düzanlamsal olarak, "*pi* sayısının dörde bölümünün, *d* değişkeninin karesiyle çarpımı"dır. Yananlamı, "çapı *D* olan bir çemberin alanı"dır. O halde, πr^2 ile $(\pi/4)D^2$ gösterenleri düzanlamsal olarak kesinlikle ayrı şeylerdir. Ancak, yananlamsal olarak ikisi aynı şeydir ve bir gösterilen olan çemberin alanına eşittir. Yarıçap, çapın yarısı olduğundan r^2 ve $(D/2)^2$ ancak yananlamsal olarak aynı şeye işaret eder. İlginçtir, varolan eğitim paradigmasında bu bağıntılara "formül" denir ve "ezberlenir". Ve böylece, çemberin alanı için, πr^2 yerine, $(\pi/4)D^2$ yazıldığı zaman hatırı sayılır sayıda öğrenci durumu yadırgar ve algılamada güçlük çeker.

Bir başka basit örneği ele alalım:, "2 + 3 =" bir "metin"dir. Bu metinde, "2", "+", "3" ve "=" olmak üzere dört adet matematiksel simge vardır, yani dört adet gösteren söz konusudur. Bu dizimsel kurgunun anlamsal sonucu, bir "toplama işlemidir". Toplama işlemi, "gösterilen"dir. "=" göstereni, "*toplamayı yap*" gösterilenini gösterir. Yordamsal bir yorumla yaklaşılırsa, "sayı-işlem-sayı" olarak belirir ve bu işlem yapılırsa "5" sonucuna varılır. Şimdi de, "1 + 4" metnini ele alalım. Yukarıdaki yoruma göre bu iki metin farklı şeylerdir. Ancak işlem yapılırsa "5" olur. Düzanlamsal düzeyde, "2 + 3" ile "1 + 4" farklı metinlerdir. Ancak, yananlamsal düzeyde her ikisinin de eşdeğer olduğu ve aynı sonuca, yani "5"e eşit olduğu görülebilir. "2 + 3" simgeler birleşimi bir "biçim"dir. Yananlamsal dizgede ise bir gösterendir. "5" gösterilenini göstermektedir. Dikkat edilirse, matematiği yeni öğrenmeye başlayan çocuklarda bu durum çok yaşanır. Onlar bu durumlarda hep "şaşırırlar". Şaşırmayanlar ise zehir zemberek "*matematik kafalılardır*!". Örneğin, 2 kere 3 ile 3 kere 2 farklı metinler olduğu için her ikisinin de "6" değerine eşit olduğu ancak yananlamsal bir okuma ile olasıdır. Çarpma işleminin soyutlanması sonucu, düzanlam ve yananlam bir sentezde buluşur. Çocuklar, ilk adımlarını atarken "matematiksel anlamın" oluşma sürecini acaba yaşıyorlar mı? Bunun farkında olabiliyorlar mı? Eğitimi düzenleyen paradigma, çarpım çizelgelerini ezberleterek bu sentezi yok saymaktadır. Zaten, yaşamın bütününe yayılan "ezberciliğin" okul düzleminde olmaması şaşırtıcı olurdu.

Metinler ve Matematiğin Nesneleri

Matematiksel nesneler, "oralarda dışarıda olup da keşfedilmiş" değildir. Aksine, "buralarda bir yerde yaratılmıştır". "Buralarda" sözcüğü, tarihselce yaratılmış ve toplumsalca kısıtlanmış söylem içinde, göstergelerin kültürel dolaşımı, değişimi ve yorumlaması anlamına gelmektedir. Matematik söylemi, bir kültürel alan oluşturur, yaratır. Matematiksel nesneler de bu alan içinde kullanımda olan matematiksel göstergelerle meydana getirilir. Matematiksel gösterenler ve gösterilenler, birbirleriyle karşılıklı etkileşim içindedir. Örneğin, "5 ¥ 8 =" bir gösteren, çarpma işlemi ise bir gösterilendir. Aynı zamanda, çarpma işlemi bir gösteren olarak bir dikdörtgenin alanını gösterir. Alan yeni bir gösterilendir. Böylece, matematiksel söylemin kullanım süreci, matematiksel nesnelerin yaratılmasında, korunmasında ve ayrıntılanmasında bir araç durumundadır. Matematiksel nesneler ve içinde yaşadıkları matematiksel söylemin tarihsel özelliği dolayısıyla, matematikçiler ve matematiği öğrenip kullananlar, daha önceden var olan ve oturmuş söylem alanlarına katılmayı öğrenirler. Bu katılımlarla yeni karşılıklı etkileşimler oluşur ve matematiksel söylem evrilir. Her yazı veya sözün altında yatan gösterge, dil oyunları ve yaşam biçimlerinde insanlararası bir sözleşmeden ortaya çıkar. Örneğin, yüzde hesapları, cebirsel kurallar birer toplumsal sözleşmedir.

Matematiğin 5000 yıllık yazılı tarihinde, çok büyük sayıda matematik alanı ortaya çıkmıştır. Öncelikle matematiksel bilgi alanlarının büyük bolluk içinde belirdiğini görüyoruz. Bunlar, matematiksel kuramlar, dil oyunları ve bağlamlar biçiminde betimlenebilir. Matematik ilk olarak, matematik öncesi diyebileceğimiz üç alanla kendini göstermiştir: ilkel muhasebe, kılgısal geometri ve ölçümler. Bu kültürel açılımın, İÖ 4000 yıllarında Mezapotamya'ya kadar gittiği söylenir. Yirminci yüzyılın sonlarına doğru, matematik alanındaki alt uzmanlık alanı sayısı 3400'e ulaşmış bulunmaktadır. Bu uzmanlık alanları arasında paylaşılan çok ve gittikçe artan sayıda matematiksel simge, diyagram, yazım biçimleri ve notasyonlar vardır. Sayıları temsil eden basit simgelerden başlayarak, matematiksel notasyon tarih içinde çok ayrıntılanmış ve özelleştirilmiş bir simgeler kümesi haline gelmiştir. Bu küme, birçok simge, belirtke (*icon*) ve şekil içermektedir. Bu özellikle matematiksel hesaplamalar, akıl yürütmeler ve kavramsallaştırmalar için büyük bir destektir. Aynı zamanda, matematiksel anlamın oluşumunu çö-

zümlemek için olgun bir kaynaktır.

Her bir matematiksel dil oyununun içsel bir bölümü, bir dizi kurala dayalı simgesel dönüşümlerdir. Bunlar, sayısız bağıntı ve tümceleri içerir. Örneğin, trigonometrik özdeşlikler, denklemin bir tarafından diğerine geçerken işaretin değişmesi, türev-integral ilişkisi gibi. Bu özdeşlik ilişkileri ve dönüşümler, bağlamdan bağımsız olarak simgelerle ifade edilerek kurulur ve çok sayıda matematiksel dil oyunu arasında paylaşılır.

Sonsöz Değil

Aslında bu yazı bir tanıtım çabasıdır. Konu çok geniş ve farklı yaklaşımları kapsayan bir alandır. Bu tanıtım çabasında kendime ait bir bakış açısıyla bir tartışmayı açmaya çalıştım. Aslında, konu bir yazı ve/veya seminer dizisi içinde ele alınmalıdır. Ama yazı, en azından matematiğe daha zengin bir bakış açısı sağlamak açısından önemlidir. Bu zenginliğe zenginlik katacak bir tartışma ortamını düşünmektedir. Yeni içgörülerin olanaklılığını vurgulamaktadır. Gerek öğrencilerin, gerekse öğretmenlerin kalıp müfredatlar dışında birlikte yeniden öğrenmenin heyecanını yaşayacakları bir alandır bilim felsefesi. Elbette bir bütün olarak. Kısmi bir hayal de olsa bunu düşünmek çok güzel. Bilgi kuramına (*epistemology*) hem bilimden hem de felsefeden bir o kadar da eğitim alanından tepki gelmiştir. Bilgi kuramı, bilgiyi sorgulamaktan geçtiği için var olan siyasi ve akademik kurumsallaşma buna direnç gösterir. Doğal olan bu tepkiyi aynı doğallıkla incelemek, çözümlemek ve seçenekler sunmak olasıdır.

BAZI KAYNAKLAR

Davis, P. J. ve R. Hersh, *The Mathematical Experience*, A Mariner Book, Houghton Mifflin Company, New York, 1981.

Ernest Paul, *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*, Albany, New York: SUNY Press, 1997.

Godino, J. D. (1996), "Mathematical Concepts, Their Meanings and Understanding", L. Puig & A. Gutierrez (derl.), *Proceedings of the 20th International Conference of PME* içinde, cilt 2, s. 417-24, Valencia.

Maturana, H. ve Varela, F. (1987), *The Tree of Knowledge: The Biological Roots of Human Understanding*, Boston: New Science Library.

Rotman, B., *Toward a Semiotics of Mathematics*, Semiotica 72, 1-35, 1988.

Tymoczko T., *New Directions in the Philosophy of Mathematics*, 2. basım, Princenton University Press, 1998.

—