

HALİL MAT / ONLINE VE YÜZ YÜZE DERSLİK

Fonksiyon. A ve B boş olmayan iki küme olsun. A 'nın her elemanını B 'nin bir ve yalnız bir elemanı ile eşleyen bağıntıya, A 'dan B 'ye bir fonksiyon denir.

Böyle tanımlanan A 'dan B 'ye bir fonksiyon

$f: A \rightarrow B, A \xrightarrow{f} B$ veya $x \mapsto y = f(x)$ biçimlerinden biri ile gösterilir.

Burada x 'e **bağımsız değişken**, y 'ye ise **bağımlı değişken** adı verilir.

1. $A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{a, b, c, d\}$ olmak üzere,

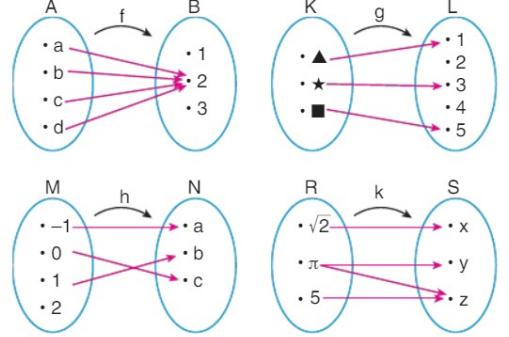
a. $f_1 = \{(1, b), (2, c), (3, a)\}$

b. $f_2 = \{(1, d), (3, b)\}$

c. $f_3 = \{(1, c), (1, a), (3, d), (2, b)\}$

A dan B ye tanımlı ilişkilendirmelerin fonksiyon olup olmadıklarını inceleyiniz.

2.



Yukarıda Venn şeması ile gösterilen ilişkilendirmelerin kaç tanesi fonksiyon belirtir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. Aşağıda verilen ilişkilendirmelerin fonksiyon olup olmadıklarını inceleyiniz.

a) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(x) = \frac{2x+1}{3}$

b) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}, f(x) = x^2 - x + 1$

c) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x+3}$

d) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = 2^{x+1}$

FONKSİYON OLMA ŞARTI

Bir A kümesinden B kümesine tanımlı f in A dan B ye fonksiyon olabilmesi için;

1. Tanım kümesinde (yani A da) eşleşme yapılmayan eleman olmayacak.
2. Tanım kümesinin (A nın) her elemanı değer kümesinin (B nin) yalnız bir elemanı ile eşleşecek.

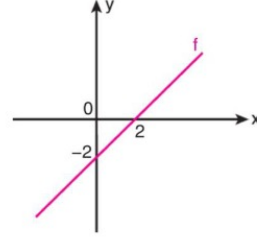
DÜŞEY (DİKEY) DOĞRU TESTİ

Grafiği verilen bir bağıntının fonksiyon olup olmadığını belirlemek için tanım aralığının her noktasından y eksenine paralel doğrular çizilir. Çizilen bu doğrular, grafiği yalnız bir noktada kesiyorsa bu bağıntı bir fonksiyondur. Diğer durumlarda fonksiyon değildir.

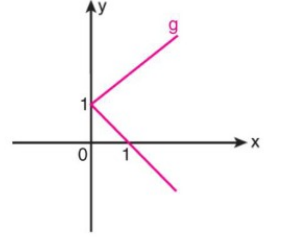
Grafiği verilen bir bağıntının fonksiyon olup olmadığını tespit etmek için uygulanan bu teste "**Düşey (Dikey) Doğru Testi**" denir.

4. Aşağıda grafiği verilen bağıntıların fonksiyon olup olmadığını belirleyiniz.

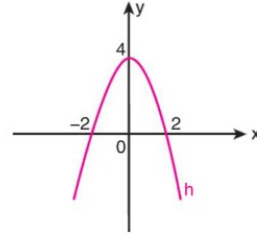
a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



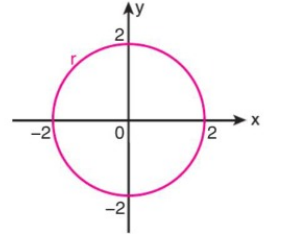
b) $f: \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$



c) $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

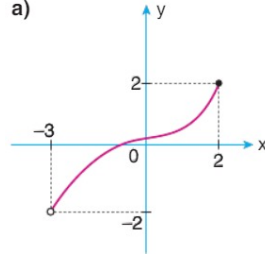


d) $r: [-2, 2] \rightarrow [-2, 2]$

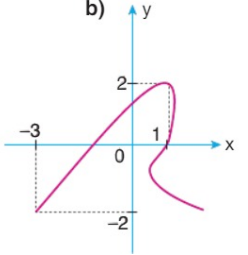


5. Grafiği verilen grafiklerin verildikleri aralıklar için fonksiyon olup olmadığını inceleyiniz.

a)



b)

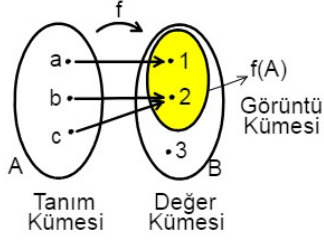


Tanım Görüntü ve Değer Kümeleri. $f: A \rightarrow B$ fonksiyonunda A kümesine fonksiyonun **tanım kümesi**, B kümesine de fonksiyonun **değer kümesi** denir.

A kümesindeki elemanların görüntülerinin kümesine de **görüntü kümesi** denir ve $f(A)$ ile gösterilir.

A 'ya **kalkış kümesi**, $f(A)$ 'ya **varış kümesi** dendiği de olur.

$f(A) \subset B$ olduğuna dikkat edilmelidir.



Tanım kümesi = $A = \{a, b, c\}$
 Değer kümesi = $B = \{1, 2, 3\}$
 Görüntü kümesi = $f(A) = \{1, 2\}$

Bir fonksiyonun nasıl çalıştığına dair bir kural verilmişse tanım kümesinin elemanları bu kuralda değişkenin yerine yazılarak fonksiyonun görüntü kümesinin elemanları elde edilir.

Örneğin:

$f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \mathbb{R}$ biçiminde tanımlanan f fonksiyonunun kuralı $f(x) = x^2 + 1$ biçiminde verilmiş olsun.

Bu kural yardımıyla görüntü kümesinin elemanlarını bulalım.

$$x = 1 \text{ için } f(1) = 1^2 + 1 = 2$$

6. $f: A \rightarrow B$ olmak üzere,

$$A = \{-1, 2, 3\}$$

$$f(x) = 3x + 4$$

fonksiyonunun görüntü kümesindeki elemanların toplamı kaçtır?

- A) 24 B) 23 C) 22 D) 21 E) 20

7. $f: A \rightarrow B$ olmak üzere,

$$f(x) = 1 - 2x$$

$$f(A) = \{-2, -1, 0, 1\}$$

olduğuna göre, A kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-2, -1, 0, 1\}$ B) $\{0, 1, 2, 3\}$ C) $\left\{0, \frac{1}{2}, 1\right\}$
 D) $\left\{0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}\right\}$ E) $\left\{\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2\right\}$

8. $f: A \rightarrow B$ olmak üzere,

$$A = (-1, 3]$$

$$f(x) = 4x + 2$$

olduğuna göre, $f(A)$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-2, 14)$ B) $(-2, 14]$ C) $[-2, 14]$
 D) $(-2, 14)$ E) $\{-2, 14\}$

9. $f: A \rightarrow B$ olmak üzere,

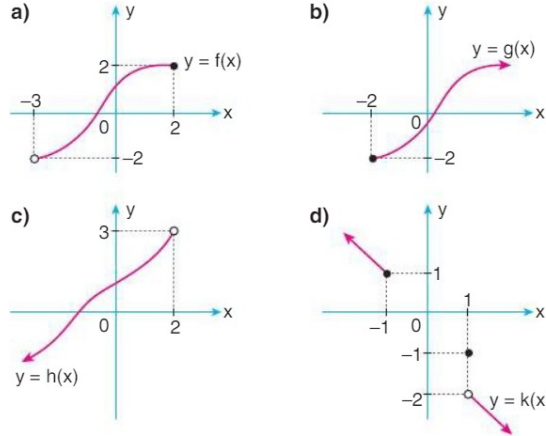
$$f(x) = x^2 - 6x + 9$$

fonksiyonunun görüntü kümesi $f(A) = \{0, 25\}$ tir.

Buna göre, en geniş A kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{3, 4\}$ B) $\{-4, 3\}$ C) $\{-2, 3\}$
D) $\{2, 3, 8\}$ E) $\{-2, 3, 8\}$

10. Aşağıda grafiği verilen fonksiyonların tanım ve görüntü kümelerini bulunuz.



$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

biçiminde polinom fonksiyonlarının tanım kümesi $\mathbb{R}$ dir.

Rasyonel fonksiyonlar paydanın köklerinde tanımsızdır.

$f(x) = \frac{m(x)}{n(x)}$ ise $f(x)$ in en geniş tanım kümesi için $n(x) = 0$ denkleminin kökleri alınmaz.

$f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$ biçimindeki fonksiyonlarda

- n çift ise $g(x) \geq 0$ eşitsizliği çözülür.
- n tek ise kökün bir önemi yoktur. $g(x)$ in tanım kümesi ile $f(x)$ in tanım kümesi eşittir.

11. Aşağıda kuralları verilen

- a) $f(x) = -4$
b) $g(x) = 5x + 16$
c) $h(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 - 25}$
d) $k(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt[3]{\frac{2}{x-5}}$
e) $t(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{|x-1|-2} + \frac{3x-5}{x^2+4}$

fonksiyonlarının en geniş tanım kümelerini bulunuz.

FONKSİYON SAYISI

f , A dan B ye tanımlı bir fonksiyon olsun.

A dan B ye yazılabilecek tüm fonksiyonların sayısı pratik olarak şu şekilde hesaplanabilir.

$$(s(B))^{s(A)}$$

12. Boş kümeden farklı n elemanlı bir A kümesi veriliyor.

$$f: A \rightarrow A$$

4

biçiminde $64n$ tane f fonksiyonu yazılabildiğine göre, A kümesi kaç elemanlıdır?

13. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

kümeleri veriliyor.

$$f: A \rightarrow B$$

biçiminde tanımlı ve her $x \in A$ için $f(x)$ in bir çift sayıya eşit olduğu kaç farklı fonksiyonun yazılabileceğini bulalım.

14. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$ kümeleri veriliyor. 7

$f: A \rightarrow B$ biçiminde tanımlanan f fonksiyonunun görüntü kümesi kaç farklı biçimde oluşturulabilir?

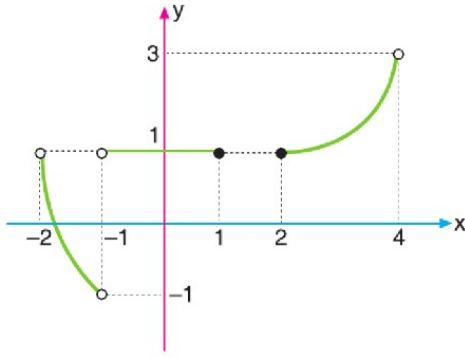
15. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$ kümeleri veriliyor. 12

Her $x \in A$ için $f(x) \neq x$ şartını sağlayan A dan B ye kaç farklı f fonksiyonu yazılabilir?

16. $A = \{1, 2, 3\}$ kümesi veriliyor. 24

$f: A \rightarrow B$ biçiminde tanımlanabilecek f fonksiyonlarının sayısı 64 olduğuna göre, B kümesinin eleman sayısı kaçtır?

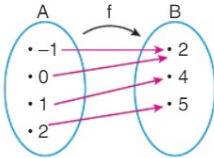
17.



Yukarıda grafiği verilen f fonksiyonunun tanım kümesi A , görüntü kümesi B olduğuna göre, $A \cap B$ kümesinin elemanlarından kaç tanesi tam sayıdır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 5

18.



$$g = \{(-3, 5), (4, 6), (7, -3), (12, 5)\}$$

$$h(x) = x^2 - x + 1$$

x	$\sqrt{2}$	-5	6	7
k(x)	3	7	-8	15

Yukarıda verilen f, g, h, k fonksiyonlarına göre,

$$\frac{k(7) \cdot h(1)}{f(0) - g(7)}$$

ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

19.

$$f(2x - 1) = 4x^2 + 6x - 5$$

olduğuna göre, $f(0) - f(1)$ toplamının değeri kaçtır?

- A) -18 B) -15 C) -13 D) -8 E) -6

20. $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(\sqrt[3]{x-2} + 3) = x + 5$$

$$g(x^2 - 3x + 1) = 3x^2 - 9x + 16$$

olduğuna göre, $f(1) + g(4)$ toplamı kaçtır?

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

21.

$$f(x) = 6x^2 - 8x + m$$

fonksiyonu ve $f(2) = 6$ veriliyor.

Buna göre, $f(-1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

FONKSİYONLARIN BİRBİRİ TÜRÜNDEN YAZILMASI

Bu adımda, verilen bir fonksiyonun kuralı üzerinde değişiklik yapmayı ve bir fonksiyonu diğeri türünden yazmayı öğreneceğiz.

22.

$$f(x) = 3x + 5$$

olduğuna göre, $f(2x - 1)$ in $f(x + 4)$ türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x + 4) - 34$ B) $2f(x + 4) - 32$ C) $2f(x + 4) - 34$
D) $f(x + 4) + 36$ E) $2f(x + 4) - 36$

23.

$$f(x) = 4^{x+5}$$

olduğuna göre, $f(2x)$ in $f(x)$ türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^5 \cdot f^2(x)$ B) $\frac{f^2(x)}{2^{10}}$ C) $2^{10} \cdot f^2(x)$
D) $\frac{f^2(x)}{2^5}$ E) $\frac{f^2(x)}{2^{15}}$

$$24. \quad f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = \frac{2x-2}{x+1}$$

olduğuna göre, $f\left(\frac{1}{x}\right)$ neye eşittir?

Fonksiyonlarla İşlemler. $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $g: B \rightarrow \mathbb{R}$ ve $A \cap B \neq \emptyset$ olmak üzere;

- i. $(f+g): (A \cap B) \rightarrow \mathbb{R}$, $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
- ii. $(f-g): (A \cap B) \rightarrow \mathbb{R}$, $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$
- iii. $(f \cdot g): (A \cap B) \rightarrow \mathbb{R}$, $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
- iv. $c \in \mathbb{R}$ iken $(cf): A \rightarrow \mathbb{R}$, $(cf)(x) = c \cdot f(x)$
- v. $g(x) \neq 0$ iken $\left(\frac{f}{g}\right): (A \cap B) \rightarrow \mathbb{R}$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

25.

$$f = \{(-1, 4), (1, 2), (2, -1), (3, 2)\} \text{ ve}$$

$$g = \{(-1, 8), (0, 6), (2, -4), (5, 1)\}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki fonksiyonları bulunuz.

a) $f + g$

b) $2f - g$

c) $\frac{g}{f}$

26. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 5x + 3$ ve

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2 - 5$

fonksiyonları veriliyor.

$(3g - 2f)(x)$

ifadesini bulunuz.

27. $f: [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 4$

$g: (-5, 1] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2 + 3$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $f + g$ fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz.

28. $f: (-4, 2) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^2 - 1$

$g: (-3, 3) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 1 - x^2$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f + g)(x)$ fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz.

29. $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = x^2 + 2x + 5$

$(f \cdot g)(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 12x + 20$

olduğuna göre, $f(3)$ ün pozitif değeri kaçtır?

30. Tanımlı olduğu aralıkta

$f(1) = 2$ ve $f(x + 1) = 2x + 1 + f(x)$

olduğuna göre, $f(10)$ kaçtır?

- A) 99 B) 100 C) 101 D) 102 E) 103

31. Tanımlı olduğu aralıkta

$f(2) = 15$ ve $f(x + 1) = 5 \cdot x \cdot f(x)$

olduğuna göre, $f(15)$ kaçtır?

- A) $5^{13} \cdot 15!$ B) $5^{13} \cdot 14!$ C) $5^{14} \cdot 14!$
D) $5^{14} \cdot 15!$ E) $5^{12} \cdot 15!$

32. Gerçek sayılarda tanımlı bir f fonksiyonu için,

$$f(x) + 4f(-x) = 4$$

olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

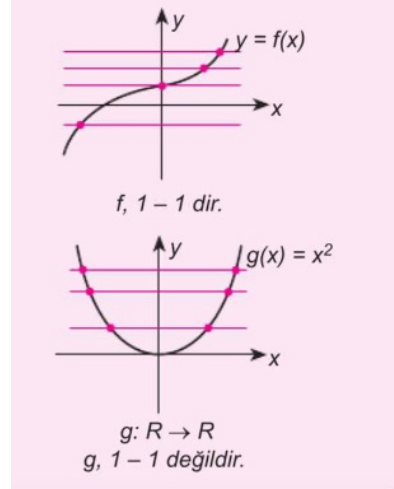
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

33. Pozitif tam sayılarda tanımlı f fonksiyonu için

- $f(x + 3) = f(x) + 10$
- $f(3x) = 3f(x)$
- $f(15) = 18$

olduğuna göre, $f(11)$ kaçtır?

34. **Birebir Fonksiyon.** $f: A \rightarrow B$ fonksiyonunda A 'daki her eleman B 'de farklı bir eleman ile eşleşmişse f **birebir**dir.



Bir fonksiyonun tanım kümesindeki her bir elemanın görüntüsü diğer elemanların görüntülerinden farklı ise o fonksiyona **"Bire Bir Fonksiyon"** denir. Bu tanımlı daha net ifade etmek için bire bir olma kavramının cebirsel olarak ne anlama geldiğini belirtelim.

Bir $f: A \rightarrow B$ fonksiyonu verildiğinde,

herhangi $a \in A$ ve $b \in A$ için

$$a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$

şartı sağlanıyorsa f fonksiyonuna bire bir fonksiyon denir.

Bu tanımlı şu şekilde de ifade edebiliriz.

Herhangi $a \in A$ ve $b \in A$ için

$$f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

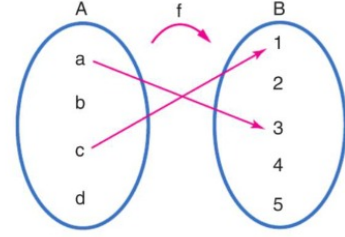
şartı sağlanıyorsa f fonksiyonu bire bir fonksiyondur.

35. a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 3x - 5$
 b) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$
 $f(x) = x^2 + 1$
 fonksiyonlarının bire bir olup olmadığını gösteriniz.

36. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2x$
 fonksiyonunun bire bir olup olmadığını gösteriniz.

37. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = |x + 1|$
 fonksiyonunun bire bir olup olmadığını gösteriniz.

38. Aşağıda, $A = \{a, b, c, d\}$ ve $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümeleri verilmiştir.



$f: A \rightarrow B$ bir fonksiyondur.

Buna göre; $f(a) = 3$, $f(c) = 1$ şartlarını sağlayan kaç tane bire bir f fonksiyonu tanımlanabilir?

$f: A \rightarrow B$ biçiminde tanımlanan f fonksiyonu bire bir ise $s(B) \geq s(A)$ dır.

39. $\mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye tanımlı

- I. $f(x) = x + 1$
 II. $f(x) = x^2 + x + 1$
 III. $f(x) = |x| - 1$

fonksiyonlarından hangileri bire birdir?

40. $A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{a, b, c, d, e\}$ kümeleri veriliyor.

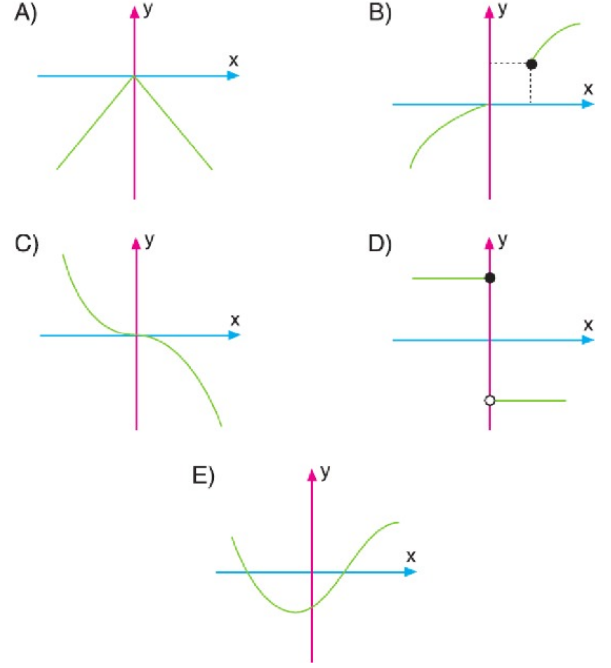
$f : A \rightarrow B$ biçiminde kaç farklı bire bir f fonksiyonu yazılabilir?

41. $A = \{1, 2, 3\}$ kümeleri veriliyor.

Her $x \in A$ için $f(x) \neq x$

koşuluna uyan $f : A \rightarrow A$ biçiminde kaç farklı bire bir f fonksiyonu tanımlanabilir?

42. Aşağıdakilerden hangisi $\mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye tanımlı bire bir fonksiyon grafiği olabilir?



43. 3 elemanlı bir kümeden 5 elemanlı bir kümeye bire bir olmayan kaç farklı fonksiyon tanımlanabilir?

A) 25 B) 60 C) 65 D) 75 E) 95

Örten Fonksiyon. $f: A \rightarrow B$ fonksiyonunda değer kümesi ile görüntü kümesi eşit ise f fonksiyonu **örtendir**.

Yani $f(A) = B$ ise f örtendir.



f herhangi bir kümeden $\mathbb{R}$ 'ye tanımlanmış bir fonksiyon olsun.



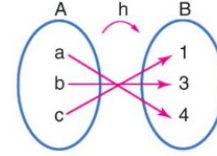
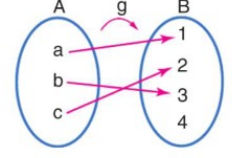
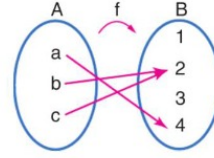
x eksenine paralel çizilen doğrular, fonksiyon grafiğini her yerde en az 1 kere kesiyorsa f örtendir.

44. $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{2, 5, 8, 11\}$ olmak üzere,

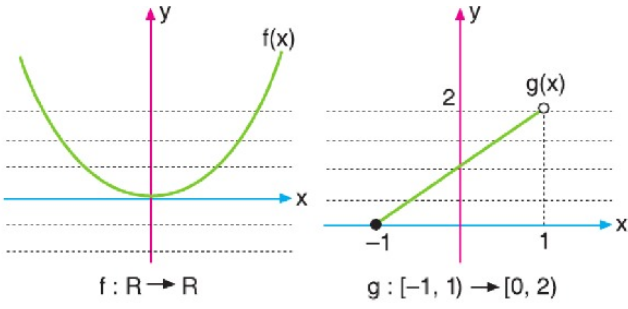
$$f(x) = 3x - 1$$

fonksiyonunun örten olup olmadığını gösteriniz.

45. Aşağıdaki fonksiyonların örten olup olmadığını gösteriniz.



Grafiği verilen bir fonksiyonun örten olup olmadığını anlamak için değer kümesinden seçtiğimiz her y için x eksenine paralel çizilen doğrular grafiği en az bir noktada kesiyorsa fonksiyon örtendir. Değilse fonksiyon örten değildir.



46. $g: \left(\frac{1}{2}, 3\right) \rightarrow B$ olmak üzere,

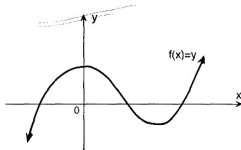
$$g(x) = \frac{3}{2x+1}$$

fonksiyonu veriliyor.

g fonksiyonu örten fonksiyon olduğuna göre, B kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ B) $\left(\frac{5}{7}, 2\right)$ C) $\left(\frac{3}{7}, \frac{3}{2}\right)$
D) $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ E) $(1, 3)$

47.



Şekilde grafiği verilen ve $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlanan fonksiyon örten midir?

48. I. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 1$

II. $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x$

III. $h: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $h(x) = 2x + 1$

Yukarıda verilen fonksiyonlardan hangisi örten dir?

49. $s(A) = 2x - 5$ ve $s(B) = x - 1$ olmak üzere,

$f: A \rightarrow B$ şeklinde tanımlanan f fonksiyonu örten dir.

Buna göre, A kümesinin eleman sayısı en az kaçtır?

Tanım kümesindeki her elemanı kendisiyle eşleyen fonksiyona **birim fonksiyon** denir.

Bir başka deyişle $f: A \rightarrow A$ biçiminde tanımlı f fonksiyonu her $x \in A$ için $f(x) = x$ şeklinde ise f fonksiyonuna **birim fonksiyon** denir.

50. $f(x) = (a - 2)x^2 - (b + 3)x + c - 5$
fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre $a + b + c$ toplamı kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

51. $f(2x - 3) = (m + 2)x - n + 5$
ve f birim fonksiyon olduğuna göre, $m \cdot n$ kaçtır?

A) 4 B) 2 C) 0 D) -2 E) -4

52. A , elemanları pozitif tamsayılar olan 4 elemanlı bir kümedir. $f : A \rightarrow A$ biçiminde tanımlanan f fonksiyonu birim fonksiyondur.

$$f(a) = b + 5$$

$$f(b) = 2a - 11$$

olduğuna göre, A kümesinin elemanlarının toplamı en az kaçtır?

53. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + a$
 $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = bx - 4$

olmak üzere, $(f + g)(x)$ birim fonksiyon olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 2 D) 3 E) 4

Sabit Fonksiyon

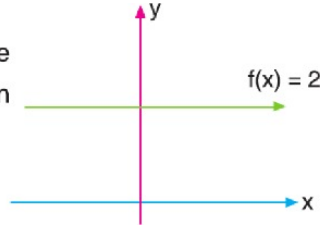
- $f : A \rightarrow B$ fonksiyonunda $f(A)$ görüntü kümesi tek elemanlıdır.
- $\forall x \in A$ ve $c \in B$ için $f(x) = c$ 'dir.
- Sabit fonksiyonun grafiği x eksenine paralel bir doğrudur.
- Polinom türü bir sabit fonksiyonun kuralında x , x^2 , x^3 vb. terim bulunmaz.
- Rasyonel ifadeli sabit fonksiyonlarda eşit dereceli terimlerin katsayıları oranı eşittir.
- $f(x) = 0$ fonksiyonuna **sıfır fonksiyonu** denir.

54. $f(x) = (a - 2)x^2 - (b + 3)x - a \cdot b + 4$
fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, $f(9999)$ kaçtır?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

55. $f(x) = \frac{ax - 3 - 2x}{4 + 2x}$ fonksiyonu sabit bir fonksiyon olduğuna göre, a kaçtır?
 A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) 0

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2$ biçiminde verilen f sabit fonksiyonunun grafiği yandaki gibidir.



$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ biçiminde verilen bir f fonksiyonu sabit fonksiyon ise $f(x) = \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ eşitliği geçerlidir.

56. f sabit fonksiyon olmak üzere,

$$f(x) = \frac{2x + a}{4x + a - 1}$$

olduğuna göre, $a + f(a)$ toplamı kaçtır?

57. $A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{-2, -1, 0, 1\}$ kümeleri veriliyor. f , A dan B ye tanımlanmış sabit fonksiyon olduğuna göre, $f(1) \neq 1$ şartını sağlayan kaç farklı f fonksiyonu yazılabilir?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 12

İçine Fonksiyon

- ▶ B 'de boşta eleman kalmalıdır.
- ▶ $f(A) \neq B$ olmalıdır. ($f(A) \subset B$)

58. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = x^2 + 3$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangileri doğrudur?

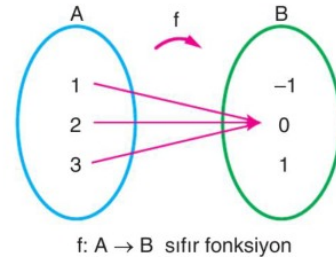
- I. f , bire bir fonksiyondur.
- II. f , örten fonksiyondur.
- III. f , içine fonksiyondur.

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve III E) II ve III

59. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi içine fonksiyon değildir?

- A) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$
- B) $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = x + 3$
- C) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = x^2$
- D) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{2}$
- E) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = 2x$

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonunda, $\forall x \in A$ için $f(x) = 0$ oluyorsa f fonksiyonuna "**Sıfır Fonksiyonu**" denir. Sıfır fonksiyonu sabit fonksiyonun özel halidir.



$f: A \rightarrow B$ ve $g: A \rightarrow B$ olmak üzere, tanım kümeleri aynı olan iki fonksiyon, A'nın her elemanı için aynı değeri alıyorsa f ve g eşit fonksiyonlardır.

► $f = g \Leftrightarrow \forall x \in A$ için $f(x) = g(x)$ 'tir.

60. Aşağıda verilen fonksiyon çiftlerinden hangileri eşit fonksiyonlardır?

- I. $f(x) = x - 1$ ve $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$
- II. $f(x) = x^2$ ve $g(x) = x \cdot |x|$
- III. $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ ve $g(x) = \sqrt{x - 1} \cdot \sqrt{x + 1}$

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve III E) Hiçbiri

61. $A = \{-1, 0, 1\}$ ve $B = \{0, 1, 2\}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^2 + 1, \quad f: A \rightarrow B$$

$$g(x) = \sqrt{x+1}, \quad g: A \rightarrow B$$

$$h(x) = x + 1, \quad h: A \rightarrow B$$

$$k(x) = x^3 + 1, \quad k: A \rightarrow B$$

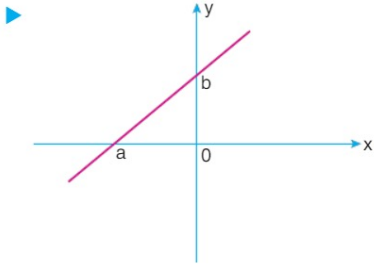
fonksiyonlarından hangileri birbirine eşittir?

- A) f ve g B) f, g ve h C) f ve k
D) h ve k E) f, h ve k

Doğrusal (Linear) Fonksiyon

► $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ fonksiyonuna **doğrusal fonksiyon** denir.

► Grafiği çizildiğinde bir doğru elde edilir.



Doğrunun denklemi

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \text{ 'dir.}$$

► Eğimi m olan ve $A(x_1, y_1)$ noktasından geçen doğrunun denklemi

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1) \text{ 'dir.}$$

62. $f(x)$ doğrusal fonksiyon olmak üzere,

$$f(1) = -3 \text{ ve } f(-2) = 4$$

olduğuna göre, $f(10)$ kaçtır?

- A) -24 B) -20 C) -18 D) -16 E) -12

63. $A(-1, 1)$, $B(m-1, 3)$ ve $C(4, -2)$

noktaları doğrusal olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) $-\frac{11}{3}$ D) $-\frac{10}{3}$ E) -3

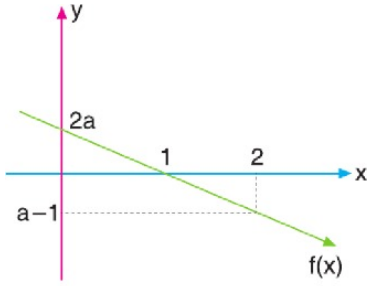
64. $f(x)$ doğrusal fonksiyon ve

$$f(5x-3) + f(3x+11) = 8x+16$$

olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

65.



Yukarıdaki doğrusal grafik $f(x)$ fonksiyonuna aittir.

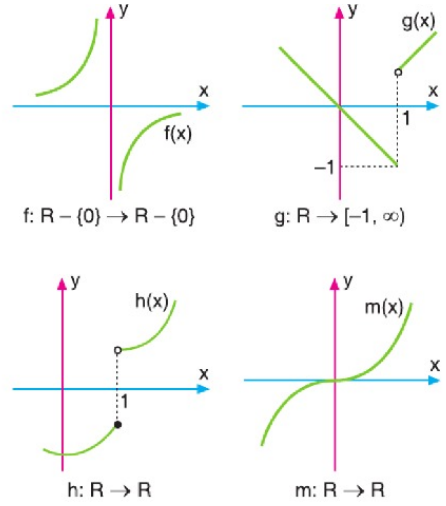
Buna göre, $f(7)$ kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

66. f doğrusal fonksiyon olmak üzere, 7

$f(f(x)) = 4x + 9$ olduğuna göre, $f(2)$ nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

67.



Yukarıda grafikleri verilen f , g , h ve m fonksiyonlarının kaç tanesi bire bir ve örtendir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

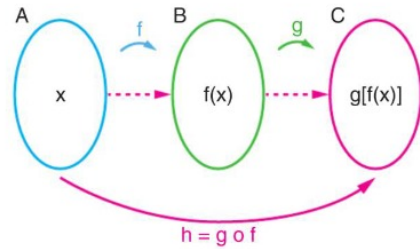
1. BİLEŞKE FONKSİYON

$f: A \rightarrow B$ örten ve $g: B \rightarrow C$ fonksiyonları verilsin. A 'nın elemanlarını, f ve g fonksiyonlarıyla C 'nin elemanları ile eşleyen fonksiyona "**Bileşke Fonksiyon**" denir.

Başka bir ifadeyle, $f: A \rightarrow B$ örten ve $g: B \rightarrow C$ fonksiyonları verilsin.

$\forall x \in A$ için $h(x) = g(f(x))$ şeklinde tanımlanan $h: A \rightarrow C$ fonksiyonuna f ve g fonksiyonlarının bileşke fonksiyonu denir ve $h = (g \circ f)$ ile gösterilir.

$(g \circ f): A \rightarrow C$, $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ şeklinde gösterilir ve "g bileşke f" diye okunur.



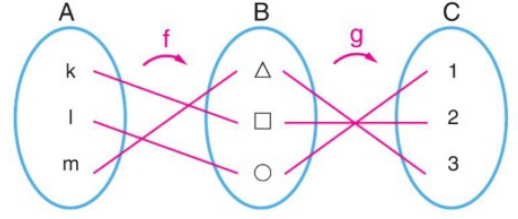
- I. I birim fonksiyon olmak üzere,
 $I \circ f = f \circ I = f$
- II. $f \circ g \circ h = (f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ (Birleşme özelliği)
- III. f ve g birbirinden ve birim fonksiyondan farklı olmak üzere, $f \circ g \neq g \circ f$
- IV. $f: A \rightarrow A$ biçiminde bire bir ve örten bir fonksiyonu için $(f \circ f^{-1})(x) = x$
 Ancak $A \neq B$ olmak üzere
 $f: A \rightarrow B$ biçiminde bire bir ve örten bir f fonksiyonu için ise $f \circ f^{-1} \neq f^{-1} \circ f$
- V. $(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$
- VI. $f \circ g$ bire bir fonksiyon ise g kesinlikle bire birdir.

68. $f(x) = 2x + 3$ ve $g(x) = x^2 - 5$ fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, f ve g fonksiyonları için aşağıdaki bileşke fonksiyonlarının değerlerini bulunuz.

- a) $(g \circ f)(1)$
 b) $(f \circ g)(2)$
 c) $(f \circ f)(-1)$

69. $f: A \rightarrow B$, $g: B \rightarrow C$ fonksiyonları veriliyor.



Buna göre, $(g \circ f)(m)$ ve $(g \circ f)(k)$ bileşke işlemlerinin sonucunu bulunuz.

70. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^2 - 4 \text{ ve } g(x) = 3x + 2$$

biçiminde tanımlanan f ve g fonksiyonları için aşağıdaki bileşke fonksiyonları bulunuz.

- a) $(f \circ g)(x)$
 b) $(g \circ f)(x)$
 c) $(g \circ g)(x)$

71. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$g: \mathbb{R} - [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 3x - 5 \text{ ve } (f \circ g)(x) = \frac{5x}{x^2 - 4}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $g(-3)$ kaçtır?

72. $f(x) = x^2 + 6x$
 $(f \circ g)(x) = x^2 + 2x - 8$

olduğuna göre, $g(x)$ fonksiyonu neye eşittir?

73. $f(x) = \frac{2x+a}{x+1}$ ve $(f \circ f)(x) = \frac{x-7}{2x-1}$

olduğuna göre, a kaçtır?

74. Bire bir ve örten f fonksiyonu için
 $(f \circ f)(x) = f(x) + 1$
 olduğuna göre, $f(x)$ neye eşittir?

75. $f: \mathbb{R} - \{4\} \rightarrow \mathbb{R} - \{4\}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{4x-1}{x-4}$$

olduğuna göre, $\underbrace{(f \circ f \circ f \circ \dots \circ f)}_{100 \text{ tane}}(-1)$ kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 2^{100}

76. A boş olmayan bir küme olmak üzere f ve g , A dan A ya tanımlı birer fonksiyondur.

fog ve gof bileşke fonksiyonları bire bir olduğuna göre,

- I. f bire birdir.
 II. g bire birdir.
 III. fog örtendir.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) II ve III

77. $f(x+1) = 3x - 5$

$$g(2x-4) = 2-x$$

olduğuna göre, $(f \circ g)(0)$ kaçtır?

- A) -12 B) -10 C) -9 D) -8 E) -6

78. Gerçek sayılarda tanımlı f, g, h fonksiyonları için

$$f(x) = 1 - x$$

$$g(x) = 3x - 1$$

$$h(x) = x^2 - 4$$

olduğuna göre, $(fogoh)(-2)$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

79. Gerçek sayılarda tanımlı f, g ve h fonksiyonları için,

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 3x + 1}$$

$$g(x) = 2^{x-5}$$

$$h(x) = -3$$

olduğuna göre, $(hofogof)(2024)$ değeri kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) 0 D) 3 E) 4

80. $m \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = mx + n$$

$$(fof)(x) = 36x + 15$$

olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-x + 18$ B) $-6x - 3$ C) $-6x + 9$
D) $-3x + 5$ E) $-9x + 6$

81. $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$(fog)(x) = 3 \cdot g^2(x) - 5 \cdot g(x) + 2$$

olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

82. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 5 - x$$

olduğuna göre, $\underbrace{(fofofo \dots of)}_{1881 \text{ tane}}(5)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 1 C) 0 D) -1 E) -5

83. Gökçen Öğretmen, matematik dersinde şöyle bir tanım yapmıştır:

"Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu, her x gerçel sayısı için

$$f(f(x)) = x$$

eşitliğini sağlıyorsa bu fonksiyona çetin fonksiyon denir."

Buna göre, gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

- I. $f(x) = 1 + x$
II. $f(x) = 1 - x$
III. $f(x) = -x$

fonksiyonlarından hangileri bir çetin fonksiyondur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

84. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları için

$$(f \circ g)(x) = x^2 + 3x + 1$$

$$(g \circ f)(x) = x^2 - x + 1$$

eşitlikleri sağlanıyor.

$f(2) = 1$ olduğuna göre, $f(3)$ değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

85. $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = ax + \frac{3}{4}$$

$$g(x) = 4x - 3$$

fonksiyonları veriliyor.

$(g \circ f)(x)$ birim fonksiyon olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

86. Gerçek sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonları için,

$$f(x) = \frac{(x-2) \cdot (x-3)}{3}$$

$$g(x) = \frac{(x+1) \cdot (x) \cdot (x-1)}{2}$$

fonksiyonları veriliyor.

$$f(x) \circ (3x) = g(x) \circ (x-1)$$

eşitliğini sağlayan x değerleri için $(8x - x^2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) 10 D) 4 E) 8

87. Pozitif tam sayılarda tanımlı

$$f(x) = 10x + 500$$

$$g(x) = x^2$$

fonksiyonları veriliyor.

Bir tespih ustasının x kg kehribardan elde ettiği boncuk sayısı f , bu boncukların satışından elde ettiği kazanç miktarı da $(f \circ g)$ fonksiyonu olarak modellenmiştir.

Buna göre, 25500 TL kazanç sağlayan usta kaç adet boncuk üretmiştir?

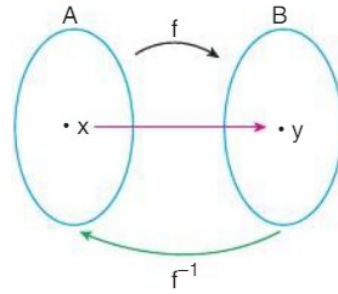
- A) 50 B) 200 C) 500 D) 700 E) 1000

$$f: A \rightarrow B$$

fonksiyonu bire bir ve örten bir fonksiyon olsun.

$$f^{-1}: B \rightarrow A$$

fonksiyonuna **f fonksiyonunun tersi** denir.



$$f(x) = y \text{ ise } f^{-1}(y) = x \text{ tir.}$$

Bir $f(x)$ fonksiyonunun tersi bulunurken;

1. adım: Eşitlikte $f(x)$ yerine y yazılır.

2. adım: x ile y yer değiştirir.

3. adım: y , eşitliğin bir tarafında yalnız bırakılır.

Özellikler:

1. $(f^{-1})^{-1}(x) = f(x)$
2. $(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$
3. $(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$
4. $f(x)$ ile $f^{-1}(x)$ grafikleri $y = x$ doğrusuna göre simetrik.
5. $(f \circ g)(x) = x$ ise $f(x) = g^{-1}(x)$ ya da $f^{-1}(x) = g(x)$ 'tir.
6. $(f \circ g)(x) = h(x)$ ise $g(x) = (f^{-1} \circ h)(x)$
 $(f \circ g)(x) = h(x)$ ise $f(x) = (h \circ g^{-1})(x)$
7. Birim fonksiyonun tersi kendisine eşittir.
8. Sabit fonksiyonun tersi yoktur.

88. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{3x+7}{5}$$

fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{x-7}{3}$ B) $\frac{5x-35}{3}$ C) $\frac{5x-7}{3}$
 D) $\frac{5x+7}{3}$ E) $\frac{5x}{3} - 7$

89. Gerçek sayılarda tanımlı

$$f(x) = \sqrt[3]{x-5} - 4$$

fonksiyonunun tersinin kuralı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^3+4}{5}$ B) x^3+9 C) $\frac{x^3+5}{4}$
 D) $(x+4)^3+5$ E) $(x+4)^3-5$

90. $f: \mathbb{R} - \left\{-\frac{3}{4}\right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{5-2x}{4x+3}$$

fonksiyonunun tersinin kuralı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{5-3x}{4x+2}$ B) $\frac{3x+5}{4x+2}$ C) $\frac{5-3x}{2-4x}$
 D) $\frac{5-3x}{2-4x}$ E) $\frac{3x+5}{4x-2}$

91. $f: \mathbb{R} - \{4\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{3x-4}{x+a}$$

fonksiyonu bire bir ve örten olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

92. $f(x) = 5x - 4$
 $g(x) = (10x - 3)^2$
 olduğuna göre, $(g \circ f^{-1})(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $4x^2 + 25$ B) $(2x + 1)^2$
 C) $(2x - 3)^2$ D) $4x^2 + 10x + 25$
 E) $4x^2 + 20x + 25$

93. $f = \{(-1, 3), (4, 2), (5, -2)\}$
 $g = \{(3, -5), (-1, 7)\}$
 olduğuna göre,
 $(g \circ f^{-1} \circ g^{-1})(-5) + (g \circ f^{-1})(3)$
 toplamının değeri kaçtır?
 A) 14 B) 7 C) 0 D) -7 E) -14

94. $f(5x - 4) = 2 - 3x$
 olduğuna göre, $f(6) - f^{-1}(-7)$ değeri kaçtır?
 A) 0 B) -6 C) -9 D) -12 E) -15

95. $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $f(x) = \frac{1-x}{3}$
 $g(x) = 2x + 1$
 olduğuna göre, $(f \circ g^{-1})(-3)$ kaçtır?
 A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

96. $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $f(x) = \sqrt[3]{x} + 2$
 $g(x) = 3 - 2x$
 olduğuna göre, $(g^{-1} \circ f)^{-1}(1)$ kaçtır?
 A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

97. $f\left(\frac{5x-8}{7}\right) = 15x + 3$
 olduğuna göre, $f(x)$ 'in kuralı aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $7x + 27$ B) $7x + 11$ C) $21x + 24$
 D) $21x + 27$ E) $21x + 11$

98. $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 5x - 8$$

$$(f \circ g)(x) = \frac{4x - 7}{2}$$

olduğuna göre, $g(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{4x+9}{10}$ B) $\frac{4x+9}{2}$ C) $\frac{4x-7}{10}$
D) $\frac{4x+23}{2}$ E) $\frac{4x+23}{10}$

99. $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$g(x) = 5x - 8$$

$$(f \circ g)(x) = 4x - 7$$

olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{4x-27}{5}$ B) $\frac{4x-3}{20}$ C) $\frac{4x-3}{5}$
D) $\frac{4x-27}{20}$ E) $\frac{4x+20}{5}$

100. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 3^x - x^3 + x - 9$$

fonksiyonu veriliyor.

$$f^{-1}(a+2) = 3$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 6 D) -4 E) -8

101. $f^{-1}\left(\frac{2x+4}{5-3x}\right) = x + 1$

olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{2x+2}{8-3x}$ B) $\frac{2x+4}{5-3x}$ C) $\frac{2x+3}{2-3x}$
D) $\frac{2x+2}{2-3x}$ E) $\frac{2x+3}{8-3x}$

102. $f(x) = \frac{1-x}{2x+4}$
 $g^{-1}(x) = 7 - 2x$

olduğuna göre, $f^{-1}(3) + g(5)$ toplamı kaçtır?

- A) $\frac{-3}{7}$ B) $\frac{-4}{7}$ C) $\frac{-5}{7}$ D) $\frac{-6}{7}$ E) -1

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı bir fonksiyon olmak üzere $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(-x) = f(x)$ ise f fonksiyonuna "**Çift Fonksiyon**" denir.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı bir fonksiyon olmak üzere $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(-x) = -f(x)$ ise f fonksiyonuna "**Tek Fonksiyon**" denir.

Örneğin; $f(x) = x^2 + 1$ fonksiyonunda,

$f(-x) = f(x)$ olduğundan f çift,

$g(x) = x^3 + x$ fonksiyonunda $g(-x) = -g(x)$

olduğundan g tek fonksiyondur.

103. Aşağıda gerçel sayılarda tanımlı olan fonksiyonların tek veya çift fonksiyon olup olmadıklarını belirtiniz.

- a. $f(x) = x^5 - 2x$
- b. $g(x) = x^2 + 3$
- c. $h(x) = x^2 - x$
- d. $f(x) = 9x^2 + 5$
- e. $g(x) = 5x^3 - 4x$
- f. $h(x) = x - 1$

104. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$y = f(x)$ fonksiyonu çift fonksiyondur.

$$2f(-x) + 6 + f(x) - 9x^2 = 0$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f(3)$ kaçtır?

105. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = x^3 + (a + 2)x^2 - 5x + c$$

fonksiyonu tek fonksiyondur.

Buna göre, $a + c$ toplamı kaçtır?

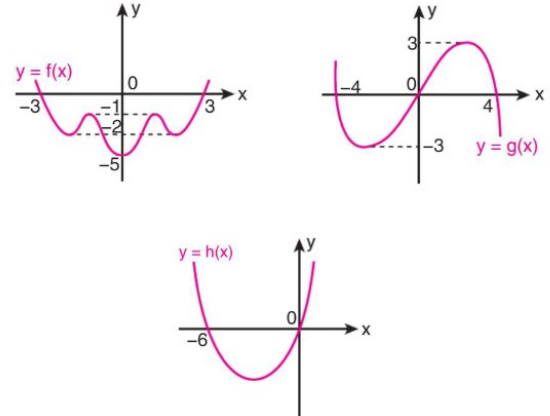
106. $f(x)$ fonksiyonunun grafiği orjine göre, $g(x)$ fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetriktr.

Buna göre,

$$\frac{f(-7) + g(-6)}{g(6) - f(7)}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

107. Aşağıda grafikleri verilen fonksiyonların tek ya da çift fonksiyon olup olmadıklarını belirtiniz.

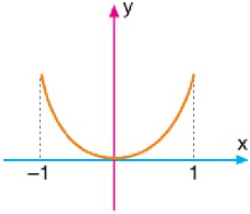


108. $f: [m, 7] \rightarrow \mathbb{R}$

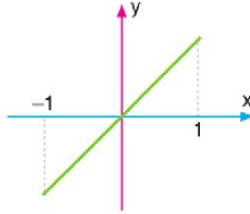
$$f(x) = x^2 - (n + 2)x - 3$$

fonksiyonunun çift fonksiyon olması için (m, n) ikilisi ne olmalıdır?

- $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x) = x^2$ fonksiyonu her $x \in [-1, 1]$ için $f(x) = f(-x)$ eşitliğini sağladığından çift fonksiyondur.
- $g: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere $g(x) = x$ fonksiyonu her $x \in [-1, 1]$ için $g(x) = -g(-x)$ eşitliğini sağladığından tek fonksiyondur.



f çift fonksiyon grafiği y eksenine göre simetrik.



g tek fonksiyon grafiği orijine göre simetrik.

$f: A \rightarrow B$ biçiminde tanımlı bir fonksiyon tek ya da çift fonksiyon ise tanım kümesinin (A) elemanları $[-x, x]$ biçiminde bir aralıkta yer alır.

İki tek fonksiyonun toplamı ve çarpımı tek fonksiyondur.

İki çift fonksiyonun toplamı ve çarpımı çift fonksiyondur.

f veya g fonksiyonlarından biri çift ise $f \circ g$ ve $g \circ f$ fonksiyonları çifttir.

f tek fonksiyon ise $f \circ f$ tek fonksiyon, f çift fonksiyon ise $f \circ f$ çift fonksiyondur.

109. $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ den $\mathbb{R}$ ye tanımlı

I. $f(x) = x \cdot \tan x$

II. $y(x) = x^3 + \sin x$

III. $h(x) = \frac{x}{\cos x}$

fonksiyonlarından hangileri tek fonksiyondur?

110. f tek, g çift fonksiyondur.

$$f(x) = \frac{g(x+1) + x}{x+1} \quad \text{ve} \quad f(-2) = 3$$

olduğuna göre, $g(-3)$ değeri kaçtır?

111. f tek, g çift fonksiyon olduğuna göre,

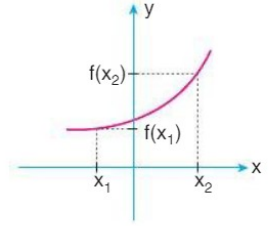
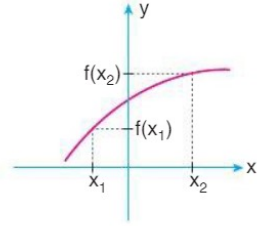
- I. $(f \circ f)(x)$ tek fonksiyondur.
- II. $(f \circ g)(x)$ çift fonksiyondur.
- III. $f(x) \cdot g(x)$ çift fonksiyondur.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

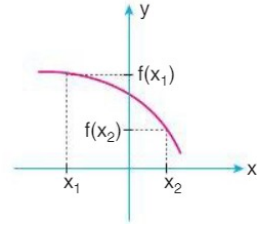
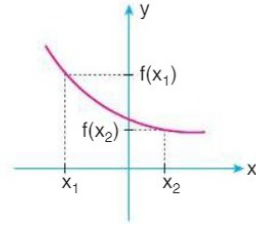
- A) Yalnız I
- B) Yalnız II
- C) Yalnız III
- D) I ve II
- E) I, II ve III

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonu ve her $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ için

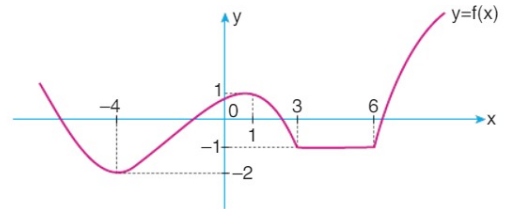
i) $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) < f(x_2)$ ise f artan fonksiyondur.



ii) $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) > f(x_2)$ ise f azalan fonksiyondur.



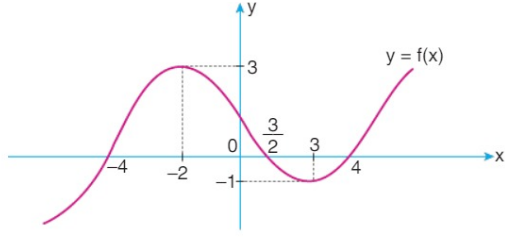
112.



Grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $(-\infty, -4)$ aralığında azalandır.
- B) $(-4, 1)$ aralığında artandır.
- C) $(3, 6)$ aralığında sabittir.
- D) $(-4, 3)$ aralığında artandır.
- E) $(1, 3)$ aralığında azalandır.

113.



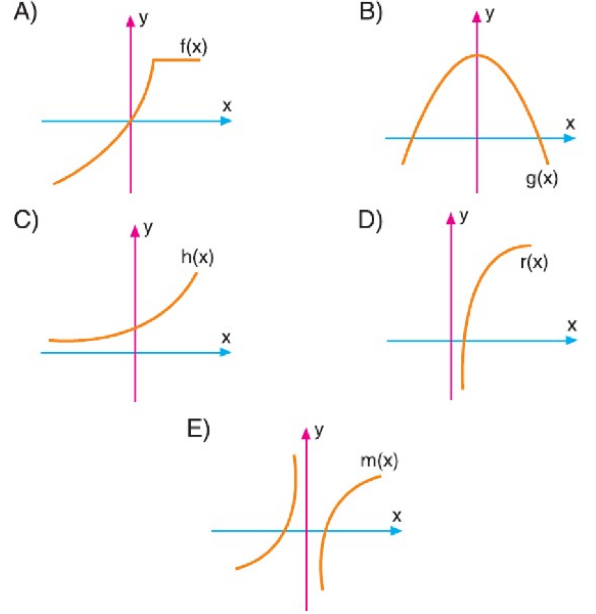
Grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonuna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- A) $f(x)$ 'in azalan olup pozitif değerler aldığı aralık $(-2, 3)$ 'tür.
- B) $f(x)$ 'in artan olup negatif değerler aldığı aralıklardan biri $(3, 4)$ tür.
- C) $f(x)$ 'in azalan olup negatif değerler aldığı aralık $(-2, 3)$ 'tür.
- D) $f(x)$ 'in artan olup pozitif değerler aldığı aralık $(-\infty, -2)$ 'dir.
- E) Azalan olup negatif değerli olduğu bir aralık yoktur.

114. I. $f(x) = x + 1$
 II. $g(x) = x^2$
 III. $h(x) = 2^x$

fonksiyonlarından hangileri $\mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye tanımlı dai-
ma artan bir fonksiyondur?

115. Aşağıda grafiği verilen fonksiyonlardan hangisi $\mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye tanımlı daima artan bir fonksiyondur?



116. $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = (m - 1) \cdot x + 1$$

biçiminde tanımlı bir f fonksiyonunun daima artan olduğu bilindiğine göre, m aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $-\frac{3}{2}$
- B) -1
- C) 0
- D) $\frac{1}{2}$
- E) 2

117. $f(x) = x^2 + mx + n$

fonksiyonu $[-1, 1]$ aralığında daima artan olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $m > 0$ B) $m > 1$ C) $m \geq 2$
D) $-1 < m < 1$ E) $1 < m \leq 2$

FONKSİYONUN POZİTİF VE NEGATİF OLDUĞU ARALIKLAR

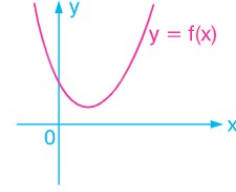
Bir fonksiyon, tanım kümesindeki elemanların işaretine ve kuralına bağlı olarak pozitif ya da negatif değerler alabilir.

Bir fonksiyonun bir aralıkta aldığı değerler pozitif ise fonksiyon bu aralıkta **pozitif değerli**, negatif ise **negatif değerlidir**.

$f : A \rightarrow \mathbb{R}, y = f(x)$ olmak üzere,

Her $x \in A$ için **$f(x) > 0$** ise f fonksiyonu A aralığında **pozitif**dir.

Bu durumda, grafiği x ekseninin **üst kısmında** olan fonksiyonlar pozitifdir.

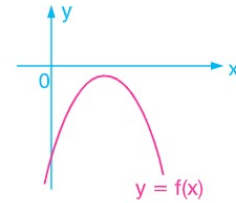


Yukarıdaki grafikte her x gerçel sayısı için $f(x) > 0$ olduğundan f , gerçel sayılarda pozitifdir.

$f : A \rightarrow \mathbb{R}, y = f(x)$ olmak üzere,

Her $x \in A$ için **$f(x) < 0$** ise f fonksiyonu A aralığında **negatif**dir.

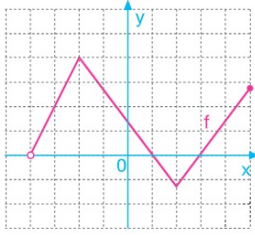
Bu durumda, grafiği x ekseninin **alt kısmında** olan fonksiyonlar negatiftir.



Yukarıdaki grafikte her x gerçel sayısı için $f(x) < 0$ olduğundan f , gerçel sayılarda negatiftir.

118. Gerçek sayılarda tanımlı $f(x) = x^2$ ve $g(x) = x^3$ fonksiyonlarının pozitif ve negatif değerli olduğu aralıkları inceleyelim. Grafiklerini çizelim.

119.

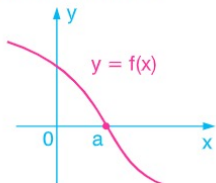


Yukarıda $(-4, 5]$ aralığında tanımlı $y = f(x)$ in grafiği kareli zeminde verilmiştir.

Buna göre, f fonksiyonunun pozitif olduğu ve negatif olduğu aralıkları bulalım.

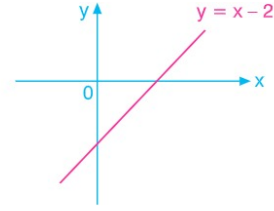
$f(x) = 0$ denkleminin kökleri, denklemi sağlayan x değerleridir.

$a \in \mathbb{R}$ için $f(a) = 0$ oluyorsa a sayısına f fonksiyonunun **sıfırı** denir.



Buna göre, $f(x) = 0$ denkleminin çözüm kümesi, $\mathcal{C} = \{a\}$ olur.

120.



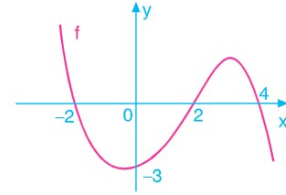
Şekilde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

- I. $f(x) = 0$ denkleminin kökü 2 dir.
- II. $f(x)$, her x gerçel sayısı için pozitif değerlidir.
- III. $f(x)$, $(-\infty, 2)$ aralığında negatif değerlidir.

yargılarından hangileri doğrudur?

121.

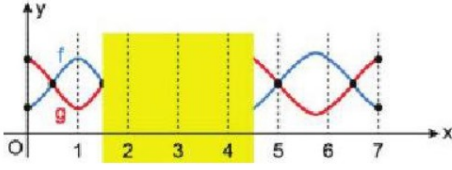


Şekilde gerçel sayılarda tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $[-2, 4]$ aralığında $f(x) \leq 0$ koşulunu sağlayan x in tam sayı değerlerinin sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

122. Dik koordinat düzleminde $[0,7]$ kapalı aralığında tanımlı f ve g fonksiyonlarının grafiklerinin bir kısmı şekilde verilmiştir.

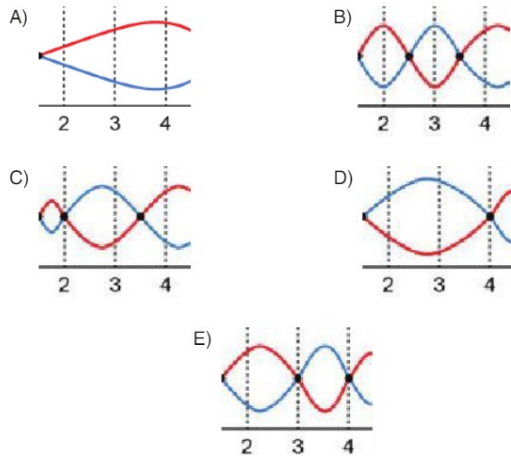


$[0,7]$ kapalı aralığında;

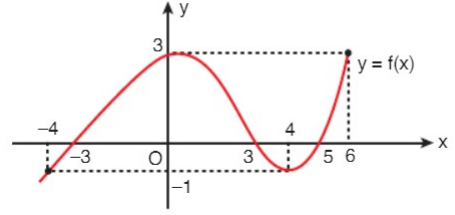
- 4 farklı a tam sayısı için $f(a) < g(a)$
- 3 farklı b tam sayısı için $f(b) > g(b)$

olduğu biliniyor.

Buna göre, f ve g fonksiyonlarının grafiklerinin eksik kısımları aşağıdakilerden hangisi olabilir?



123. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$y = f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x \in (-4, 0)$ ise $f(x)$ artandır.
 B) $x \in (0, 4)$ ise $f(x)$ azalandır.
 C) $f(-3) = f(3) = f(5)$ tir.
 D) $x \in (3, 5)$ ise $f(x)$ pozitif değerlidir.
 E) $x \in [-4, 6]$ ise $f(x)$ in maksimum değeri 3 tür.

1. Parçalı Tanımlı Fonksiyonlar

$A \subseteq \mathbb{R}$, $B \subseteq \mathbb{R}$ ve $A \cap B = \emptyset$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} m(x), & x \in A \text{ ise} \\ n(x), & x \in B \text{ ise} \end{cases}$$

şeklindeki fonksiyonlara "parça tanımlı fonksiyon" ya da "parçalı fonksiyon" denir.

Parçalı fonksiyonlarda hesaplanması istenilen x değeri hangi parçada yer alıyorsa (A ya da B kümesi) o parçada yerine yazılır.

Parçalı fonksiyonlar en az iki parça olmak üzere üç, dört ya da daha fazla parçadan oluşabilir.

124.
$$f(x) = \begin{cases} x & , x \leq 0 \\ x^2 & , 0 < x \leq 1 \\ x+2 & , 1 < x \end{cases}$$

biçiminde tanımlı bir f fonksiyonu veriliyor.

$$f(a) + f(-1) = f(6)$$

olduğuna göre, a kaçtır?

125.
$$f(x+2) = \begin{cases} x-1 & , x < 1 \\ 2x & , x \geq 1 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(-x)$ fonksiyonu neye eşittir?

126.
$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & , x \geq 0 \\ x-1 & , x < 0 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(4)$ kaçtır?

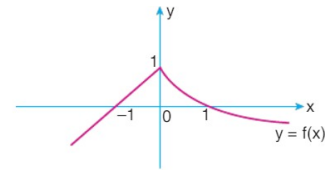
127.
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{2} & , x > 1 \\ 3x-1 & , x \leq 1 \end{cases}$$

fonksiyonunun tersi neye eşittir?

128.
$$f(x) = \begin{cases} x+a & , x \geq 2 \\ 3ax & , x < 2 \end{cases}$$

fonksiyonunun tersi de fonksiyon olduğuna göre, a kaçtır?

129.



$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $g(x) = \frac{f(x) + |f(x)|}{2}$ grafiğini çiziniz.

130. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} x+3, & x < 1 \\ 8-x, & x \geq 1 \end{cases}$$

fonksiyonu için $f(x) > 0$ koşulunu sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

131. f ve g gerçel sayılarda tanımlı fonksiyonlardır.

$$f(x) = \begin{cases} 4x-2, & x \geq 2 \\ 4x-1, & x < 2 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x-2, & x \geq 0 \\ x+3, & x < 0 \end{cases}$$

$$f(a) = g(a)$$

eşitliğini sağlayan a 'nın alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

2. Mutlak Değerli Fonksiyonlar

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & f(x) \geq 0 \\ -f(x), & f(x) < 0 \end{cases}$$

olduğundan bir ifadeyi mutlak değerden kurtarmak için verilen koşullara göre mutlak değerin içindeki ifadenin pozitif mi yoksa negatif mi olduğu belirlenir.

- Pozitif olduğu anlaşılan bir ifade mutlak değer dışına "olduğu gibi" çıkartılır.
- Negatif olduğu anlaşılan bir ifade mutlak değer dışına "eksi ile çarpılarak" çıkartılır.
- Mutlak değerli fonksiyonlarda mutlak değerin içini sıfır yapan sayıya "**kritik değer**" denir. Kritik değerlere göre mutlak değerli fonksiyon, parçalı fonksiyona dönüştürülebilir.

132.

$$f(x) = x \cdot |x-1| - 3$$

fonksiyonunu parçalı tanımlı şekilde yazınız.

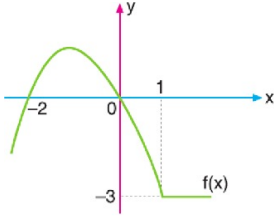
133. $f(x) = |x-2| + |x+1|$

fonksiyonunun grafiği nedir?

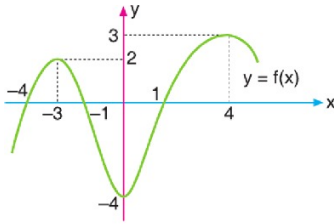
134. $f(x) = |x-1| - |x+3|$

fonksiyonunun grafiği nedir?

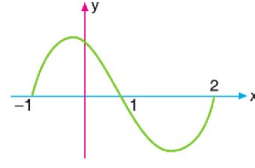
135.

Grafığe göre, $|f(x)|$ fonksiyonunun grafiği nedir?

136.

 $y = f(x)$ için $[-4, 4]$ aralığında $|f(x) - 1| = 2$ eşitliğini sağlayan kaç tane x değeri vardır?137. $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$ fonksiyonunun grafiği nedir?

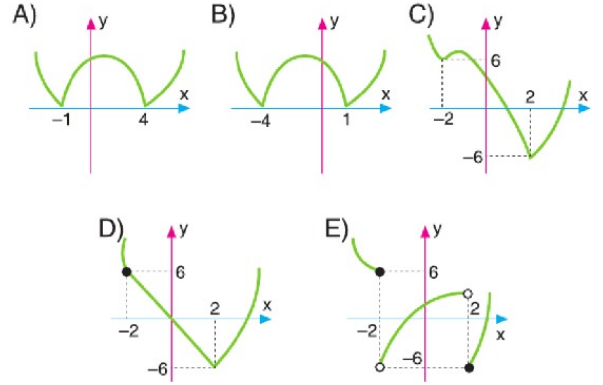
138.

Yukarıda $[-1, 2]$ aralığında tanımlı f fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $g(x) = \frac{|f(x)| - f(x)}{f(x)}$ fonksiyonunun denklemi nedir?

139.

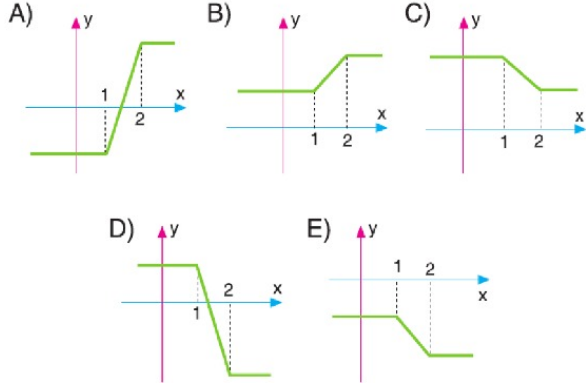
$$f(x) = |x^2 - 4| - 3x$$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

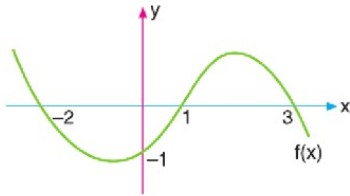


140. $f(x) = |x - 2| - |x - 1|$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

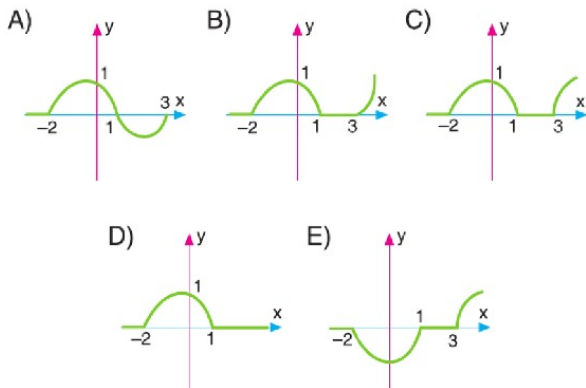


141.

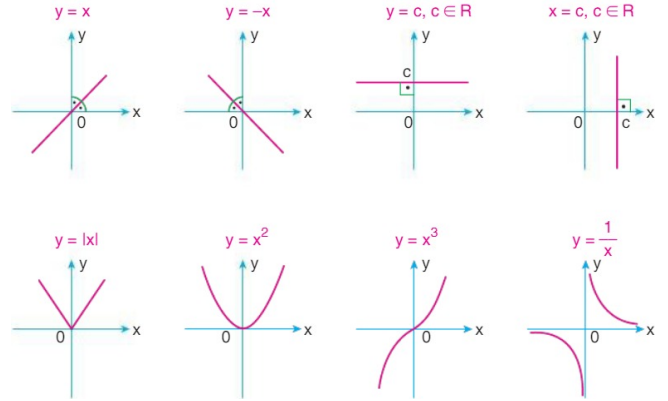


Yukarıdaki $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

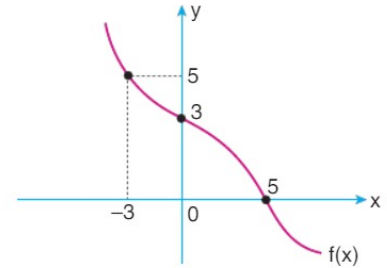
Buna göre, $g(x) = \frac{|f(x)| - f(x)}{2}$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



► Belli başlı bilinmesi gereken temel grafikler aşağıda verilmiştir.



142.



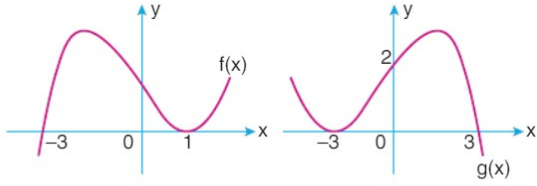
Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$f(-3) + f(0) + f^{-1}(3) + f^{-1}(5) + f(5)$$

toplamının değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 10 E) 12

143.

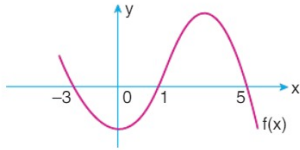


Yukarıda $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlış olabilir?

- A) $(g \circ f)(1) > 0$ B) $(f \circ g)(-1) \geq 0$ C) $(g \circ g)(4) \geq 0$
 D) $(f \circ f)(-4) < 0$ E) $(f \circ g)(2) \geq 0$

144.

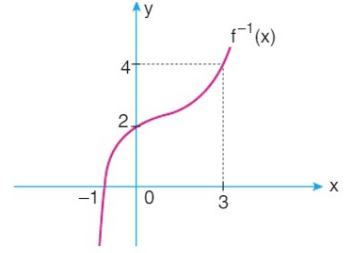


$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği şekildeki gibidir.

Buna göre, $x \cdot f(x) > 0$ koşulunu sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

145.

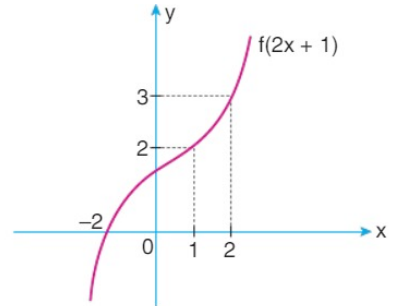


$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonunun tersi olan $y = f^{-1}(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$f(2x + 3) = 3$ olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

146.

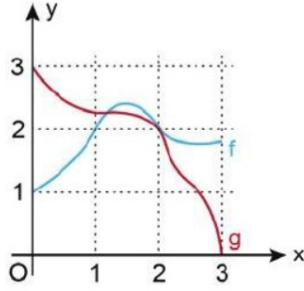


Yukarıdaki grafik $y = f(2x + 1)$ fonksiyonuna aittir.

Buna göre, $f(-3) + f^{-1}(3) + f(5)$ toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

147. Dik koordinat düzleminde $[0,3]$ aralığında tanımlı $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri şekilde verilmiştir.



Bir $a \in (0, 1)$ sayısı için

$$b = (f \circ g)(a)$$

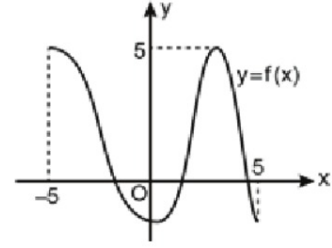
$$c = (g \circ f)(a)$$

olarak belirleniyor.

Buna göre; a , b ve c sayılarının doğru sıralanışı aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$
D) $b < c < a$ E) $c < a < b$

148. Dik koordinat düzleminde $[-5, 5]$ kapalı aralığında tanımlı bir f fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir.



Bu fonksiyonun tanım kümesinde yer alan birbirinden farklı a , b , c ve d sayıları için

$$f(a) = f(b) = 1$$

$$f(c) = f(d) = 3$$

eşitlikleri sağlanmaktadır.

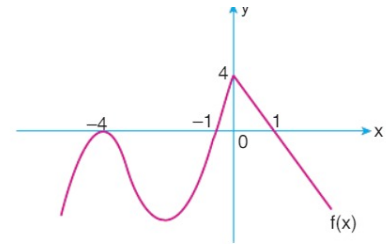
Buna göre a , b , c ve d sayılarının sıralamasıyla ilgili

- I. $a < b < c < d$
II. $c < a < b < d$
III. $c < d < a < b$

eşitsizliklerinden hangileri doğru olabilir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

- 149.

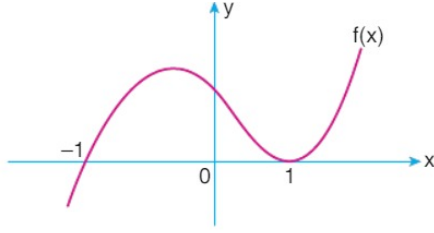


Yukarıdaki şekilde f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f[f(3x - 1)] = 4$ eşitliğini sağlayan farklı x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) 0 C) $\frac{1}{3}$ D) 1 E) 3

150.



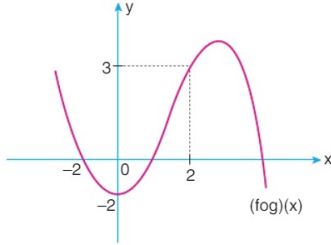
f fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

$$g(x) = \begin{cases} 2x + 1, & f(x) \leq 0 \\ 3 - x, & f(x) > 0 \end{cases}$$

olduğuna göre, $(g \circ g)(1)$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 6 E) 7

151.



Şekilde (fog) bileşke fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

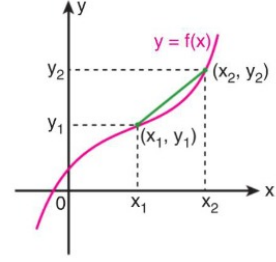
f bire bir ve örtendir.

$$g(2) = 6 \text{ ve } f^{-1}(x + a) = x + 2$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

152. Değişim oranı (hızı) veya ortalama değişim oranı (hızı) bir niceliğin değerindeki değişiminin başka bir nicelikteki değişime kıyasla ortalama ne kadar olacağını gösteren bir orandır.



x bağımsız, y 'de x 'e bağımlı bir değişken olmak üzere, bu değişkenlere ait (x_1, y_1) ve (x_2, y_2) değerleri verilsin. (x_1, y_1) değerinden (x_2, y_2) değerlerine geçişte yaşanan,

$$\text{Değişim Oranı} = \frac{y \text{ (değerindeki değişim)}}{x \text{ (değerindeki değişim)}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, (x_1 \neq x_2)$$

şeklinde ifade edilir.

Başka bir ifadeyle $y = f(x)$ fonksiyonunun $[a, b]$ aralığındaki ortalama değişim oranı:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} \text{ olur.}$$

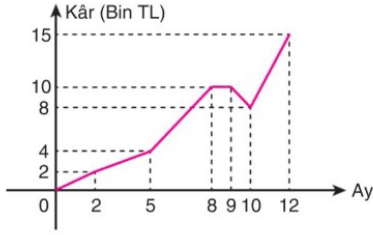
Bu orana fonksiyonun "**Ortalama Değişim Oranı**" denir.

153. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = mx^3 + x^2 + 2019$$

fonksiyonunun $[-1, 2]$ aralığındaki değişim oranı -4 olduğuna göre, m kaçtır?

154. Aşağıda, bir marketin kârının aylara göre değişimi gösterilmektedir.



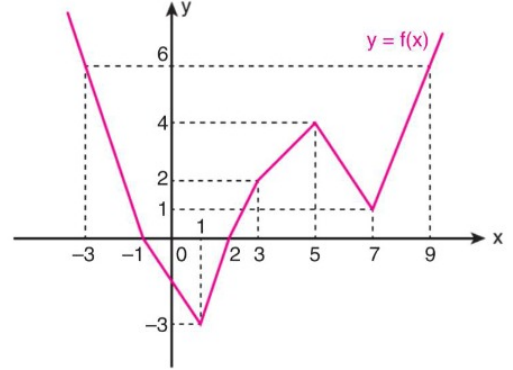
Yukarıdaki verilere göre, mağazanın kârının en hızlı değişimi hangi aylar arasında olmuştur?

Eğimin değerinin pozitif veya negatif olması değişim oranının yönünü göstermektedir.

Pozitif eğim değerleri değişimin artış; negatif eğim değerleri de değişimin azalış (düşüş) şeklinde olduğunu göstermektedir.

Eğimin mutlak değeri arttıkça / azaldıkça değişim oranı da artacak / azalacaktır.

155. Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonunun değişim oranı aşağıdaki aralıkların hangisinde 1 dir?

- A) $[-3, -1]$ B) $[-1, 1]$ C) $[3, 5]$
D) $[5, 7]$ E) $[2, 3]$

156. $F(x) = x^4 - x$

fonksiyonunun aşağıdaki aralıklardan hangisinde ortalama değişim hızı -1 dir?

- A) $[-2, 0]$ B) $[-1, 0]$ C) $[-1, 1]$
D) $[-2, 1]$ E) $[0, 1]$

CEVAP ANAHTARI

1. ?	2. C	3. ?	4. ?
5. ?	6. A	7. D	8. B
9. E	10. ?	11. ?	12. ?
13. ?	14. ?	15. ?	16. ?
17. B	18. C	19. E	20. D
21. E	22. B	23. B	24. ?
25. ?	26. ?	27. ?	28. ?
29. ?	30. ?	31. ?	32. ?
33. ?	34. ?	35. ?	36. ?
37. ?	38. ?	39. ?	40. ?
41. ?	42. C	43. C	44. ?
45. ?	46. C	47. ?	48. ?
49. ?	50. C	51. C	52. ?
53. D	54. A	55. D	56. ?
57. C	58. C	59. D	60. E
61. ?	62. A	63. D	64. D
65. A	66. ?	67. C	68. ?
69. ?	70. ?	71. ?	72. ?
73. ?	74. ?	75. A	76. C
77. D	78. C	79. B	80. B
81. B	82. C	83. E	84. A
85. D	86. D	87. A	88. C
89. D	90. A	91. B	92. E
93. A	94. E	95. B	96. D
97. D	98. A	99. C	100. E
101. A	102. B	103. ?	104. ?
105. ?	106. ?	107. ?	108. ?
109. ?	110. ?	111. D	112. D
113. B	114. ?	115. C	116. E
117. C	118. ?	119. ?	120. ?
121. E	122. B	123. D	124. ?
125. ?	126. ?	127. ?	128. ?
129. ?	130. D	131. E	132. ?
133. ?	134. ?	135. ?	136. ?
137. ?	138. ?	139. C	140. D
141. B	142. A	143. D	144. A
145. A	146. C	147. A	148. C
149. A	150. A	151. B	152. ?
153. ?	154. ?	155. C	156. C