Fortalecimiento de Aprendizajes para la Renovación de Oportunidades

PRUEBAS NACIONALES
FARO

MATEMÁTICAS

1. MATEMÁTICAS

El Programa de Matemáticas fue aprobado por el Consejo Superior de Educación en el año 2012, el propósito del programa es enfatizar la participación activa de los estudiantes en la resolución de problemas asociados al entorno propio.

El programa de estudios de Matemáticas establece cinco ejes disciplinares, los cuales se consideran transversales al plan de estudio: resolución de problemas como estrategia metodológica, contextualización activa, uso de tecnologías, potenciación de actitudes y creencias hacia la Matemáticas, así como el uso de la historia; busca que el estudiante construya su propio aprendizaje.

El sentido al que se orienta la competencia matemática es de carácter práctico, ya que por medio de la formación matemática recibida se busca dotar a la persona de medios que le permitan contribuir, por medio de su participación, de una forma positiva, inteligente, reflexiva y crítica.

En el caso del programa de estudio de Matemáticas, el mismo está conformado por habilidades generales y habilidades específicas. Para efectos de la prueba nacional es importante indicar que no todas las habilidades del programa de estudio pueden ser medibles en una prueba.

Para el desarrollo de las habilidades es necesario desarrollar procesos matemáticos, que son: actividades transversales que se asocian a capacidades presentes en cada área para comprender y usar conocimientos en miras al desarrollo de diferentes dimensiones de la competencia Matemática, se conciben como formas de acción cognitiva que pueden generar capacidades en distintas áreas de la matemáticas y están interrelacionadas.

Cabe destacar que los procesos no actúan aisladamente, sino que la promoción de un proceso activa otros.

Los procesos planteados son:

-**Razonar y argumentar:** Implica deducción, inducción, comparación analítica, generalización, justificaciones, pruebas, uso de ejemplos y contraejemplos. Busca el desarrollo de capacidades para permitir la comprensión de lo que es una justificación, desarrollar y discutir argumentaciones matemáticas para analizar conjeturas matemáticas, para usar fórmulas o métodos matemáticos que permitan la comprensión o desarrollo de informaciones presentes.

-**Plantear y resolver problemas:** Se privilegia problemas en contexto reales. El estudiante determina estrategias y métodos más adecuados para resolver problemas. Adquiere capacidad para evaluar y controlar el desarrollo de su trabajo en la resolución de problemas. Comprende identificar, formular, diseñar, desarrollar y contrastar modelos matemáticos.

- **Comunicar:** Este proceso considera la comunicación verbal, visual o escrita de resultados y argumentos matemáticos, uso del lenguaje matemático, consignación de expresiones de ideas Matemáticas, así como para interpretar, identificar y analizar las expresiones Matemáticas escritas.
- **Conectar:** Pretende que el estudiante se entrene en la obtención de relaciones entre las partes de las Matemáticas. Hace referencia al carácter integrado de los quehaceres matemáticos, la multiplicidad de conexiones de las Matemáticas entre las distintas áreas de la asignatura; además de la identificación de las situaciones no matemáticas, por medio de un tratamiento matemático.

-**Representar:** Pretende fomentar el reconocimiento, interpretación y manipulación de representaciones múltiples que poseen las nociones matemáticas (gráficas, numéricas, visuales, simbólicas, tabulares). Se desarrolla la capacidad para manipular representaciones, traducir representaciones de una a otra comprendiendo ventajas o desventajas de cada representación.

6.1. Indicadores de aprendizaje:

Los indicadores se refieren a una única conducta observable y están conformados por tres elementos básicos: Acción + conocimiento + condición. Esto procura en la denominada “acción” definir lo que se espera, en el “conocimiento” abarcar contenidos propios de la asignatura y en lo que respecta a la “condición” considerar la cantidad, calidad y el para qué de la acción.

6.2. Niveles de logro:

Los niveles de logro son el resultado de una construcción a partir de juicios de expertos; esto niveles representan un primer acercamiento a los niveles de complejidad establecidos en el programa de estudios de Matemáticas. Los niveles de logro conllevan un valor predictivo, por lo que deben ser revalorados a la luz de los resultados de la aplicación de los reactivos, de tal forma que con el tiempo, la innovación en los procesos de aula y el cambio en el formato de reactivos se logren niveles de complejidad en la prueba, acordes al programa de estudios vigente.

En el caso de la prueba de matemáticas FARO secundaria, se proponen los siguientes niveles de logro:

- ✓ Nivel 1: Identificar elementos básicos y características de los contenidos en sus diferentes representaciones.
- ✓ Nivel 2: Determinar características, relaciones y el uso de algoritmos en los cuales logre conectar diferentes áreas o bien diferentes contextos.
- ✓ Nivel 3: Resolver problemas de las temáticas planteadas.

6.3.

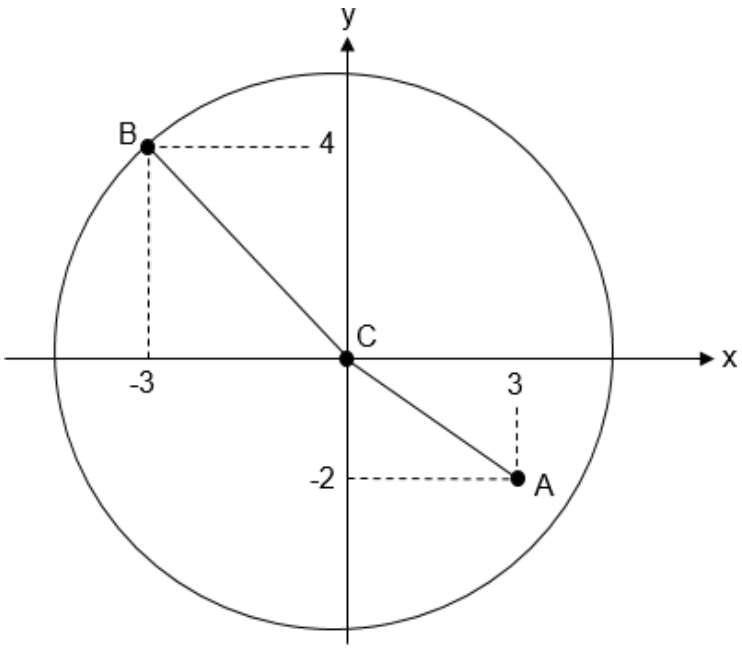
Ejemplos de ítems de la Prueba Nacional FARO

Matemáticas - 2019

	Habilidad	Habilidad específica	Clave
DGEC	Resolución de problemas	Resolver problemas relacionados con la circunferencia y sus representaciones	**D**

1) Considere el siguiente contexto**:**

Adrián (A), Bianca (B) y César (C) son guardaparques de una reserva forestal. Cada uno está a cargo de una estación de monitoreo, las cuales se ubican según el siguiente eje de coordenadas, donde las medidas se dan en kilómetros. Los guardaparques usan transmisores de largo alcance para reportar su ubicación entre sí:



Si Bianca explora un lugar de la reserva, ubicado en la posición (6,- 3) , y aun así logra comunicarse con César, utilizando el transmisor, entonces, ¿cuál es una posible ecuación que representa el alcance del transmisor de la nueva posición de Bianca con relación a César?

A) $(x + 6)^2 + (y - 3)^2 = 9$

B) $(x - 6)^2 + (y + 3)^2 = 9$

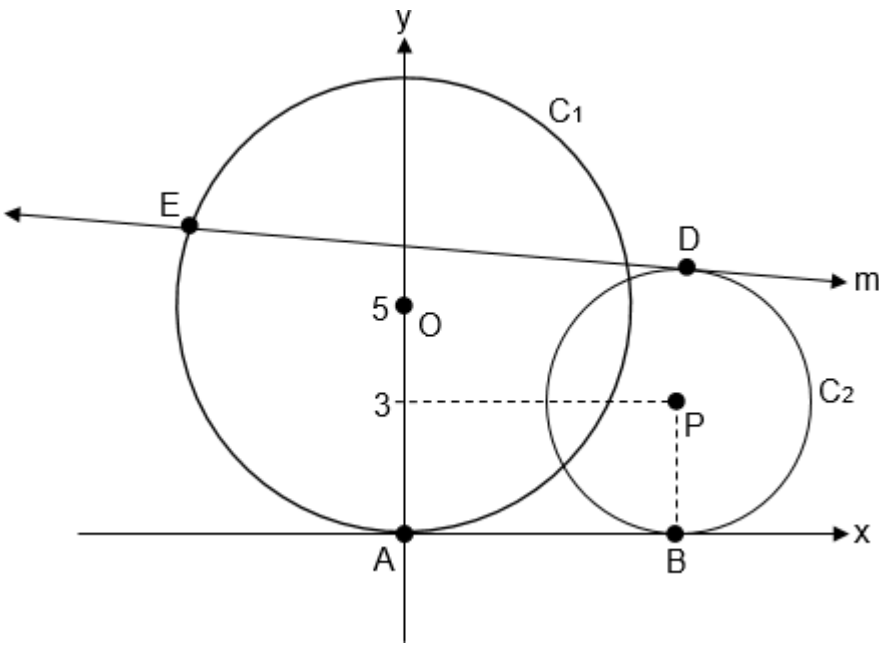
C) $(x + 6)^2 + (y - 3)^2 = 45$

D) $(x - 6)^2 + (y + 3)^2 = 45$

	Habilidad	Habilidad específica	Clave
DGEC	Resolución de problemas	Determinar si una recta dada es secante, tangente o exterior a una circunferencia.	**C**

2) Considere la siguiente información:

La siguiente figura está conformada por la recta m, la circunferencia C_1 de centro O, y radio 5, y la circunferencia C_2 de centro P, y radio 3, en un sistema de coordenadas:



De acuerdo con la información de la figura anterior, considere las siguientes proposiciones:

I. El eje x es tangente a C_1 y C_2.
II. La recta m es tangente a C_1 y secante a C_2.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

	Habilidad	Habilidad específica	Clave
	Resolución de problemas	Determinar si una recta dada es secante, tangente o exterior a una circunferencia	**C**

3) Considere el siguiente contexto:

> Los senderos
>
> Un parque de forma circular, con 20 metros de diámetro tiene un árbol en el centro. Desde un punto M, situado a 15 m al oeste y 10 m al norte del árbol, se trazarán 2 senderos rectos (A y B), de tal manera que, tomando como referencia el árbol:
>
> El sendero A, termina a 10 m al este y 25 al
>
> norte. El sendero B, termina a 25 m al este y

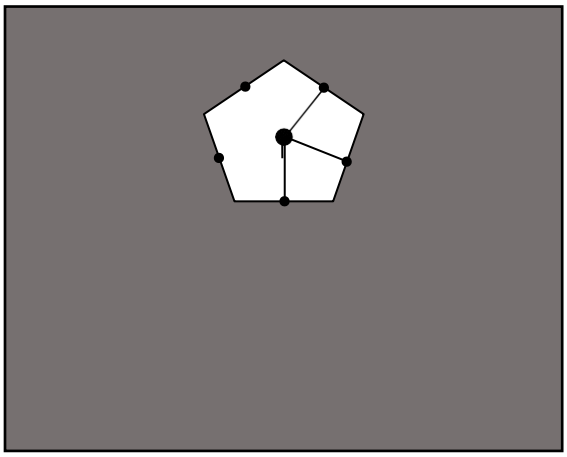
De acuerdo con el contexto “Los senderos”, es posible afirmar con certeza que:

A) El sendero A atraviesa el parque y el sendero B es exterior.
B) Tanto el sendero A como el sendero B atraviesan el parque.
C) El sendero A es exterior al parque y el sendero B lo atraviesa
D) Tanto el sendero A como el sendero B son exteriores al parque.

	Habilidad	Habilidad específica	Clave
	Resolución de problemas	Resolver problemas que involucren polígonos y sus diversos elementos.	**C**

Considere el siguiente contexto para responder los ítems **4** y **5:**

Un albañil debe cubrir con material para sellar una pared interna de su casa contra filtraciones de agua. Las medidas de dicha pared son de 12,1 m de largo y 2,3 m de alto. La pared tiene una ventana, sin vidrio, en forma de pentágono regular, cuyos lados miden 0,80 m. La ventana está conformada por trozos de madera que forman los lados y trozos de varilla de hierro que parten del centro del pentágono hasta el punto medio de los lados, como se observa en la figura siguiente:



4) El hijo del albañil al observar la ventana le indica que está estudiando los polígonos en el colegio y que cada uno de los trozos de varilla de hierro que están colocados en la ventana representan

A) radios.

B) alturas.

C) apotemas.

D) diagonales.

	Habilidad	Habilidad específica	Clave
	Resolución de problemas	Resolver problemas que involucren polígonos y sus diversos elementos.	**8 750**

5) Si el material para sellar la pared viene en paquetes, que se venden en forma unitaria, con un valor de ₡1750 cada paquete, y según las especificaciones de cada paquete, se puede cubrir un área de 5,5 m^2 entonces, ¿cuál es el monto mínimo, en colones, que deberá pagar el albañil para comprar los paquetes que le permitan cubrir la pared interna?

8	**7**	**5**	**0**	**,**		

	Habilidad	Habilidad específica	Clave
	Resolución de problemas	Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de una esfera o un cilindro y características métricas de ellas.	**1962,5**

6) Considere el siguiente contexto:

Daniela debe hacer una maqueta de un ecosistema para el colegio, por lo que decide comprar una esfera de estereofón de 50 cm de diámetro y planea hacer la maqueta en la sección plana producto de un corte que genere como sección plana la circunferencia máxima, la cual debe pintar antes de hacer dicha maqueta.

De acuerdo con el contexto anterior el área, en centímetros cuadrados, de la sección plana que debe pintar Daniela corresponde a: (Use $\pi = 3{,}14$)

1	**9**	**6**	**2**	**,**	**5**	

	Habilidad	Habilidad específica	Clave
DGEC	Resolución de problemas	Plantear y resolver problemas en contextos reales utilizando las funciones estudiadas	**C**

1) Considere el siguiente contexto:

Alquilando un cuadraciclo

Dos locales anuncian el alquiler de cuadriciclos, para pasear en la playa, de la siguiente manera:

Local S



Disfrute de la playa.

¡Alquile un cuadraciclo!

- ₡5200 la primera hora
- ₡3000 por cada hora adicional
- A partir de las 3 de la tarde se

hace descuento del 5% sobre

cada hora adicional

Local T

Sienta el viento rozar su cara.



¡Pasee en un cuadraciclo!

- ₡4600 la primera hora
- ₡3200 por cada hora adicional

De acuerdo con el contexto, “Alquilando un cuadraciclo”, considere las siguientes proposiciones:

I. Si se desea recorrer la playa de 8:00 a.m. a 1:00 p.m., la opción más barata es alquilar un cuadraciclo en el local S.

II. Si se desea recorrer la playa de 2:00 p.m. a 5:00 p.m., la opción más barata es alquilar un cuadraciclo en el local T.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

	Habilidad	Habilidad específica	Clave
DGEC	Resolución de problemas	Analizar sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	**31**

2) Un estudiante realiza una prueba de aptitud que consta de 40 preguntas. Por cada respuesta correcta obtiene 2,5 puntos, pero por cada respuesta incorrecta se penaliza la nota obtenida rebajando 0,75 puntos. Si el estudiante obtuvo un 70,75 de nota, en escala de 0 a 100, entonces, ¿cuántas preguntas respondió correctamente?

		3	**1**	**,**		

	Habilidad	Habilidad específica	Clave
	Resolución de problemas	Analizar gráfica y algebraicamente la función cuadrática con criterio $f(x)= ax^2 +bx + c$, $a \neq 0$.	**A**

Considere el siguiente contexto para responder los ítems **3** y **4:**

Un profesor de Matemáticas está planteando un ejercicio sobre análisis de una función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ para sus estudiantes, pero antes de transcribirlo a la computadora, un vaso con refresco se esparce sobre el documento que tenía los datos y borra algunos de los mismos. Cuando el profesor limpia el documento solo quedan visibles algunos datos, y los transcribe a una hoja en limpio. Los datos que logró identificar son: el coeficiente de x^2 es 1, $f(0) = 25$ y $\triangle = 0$. Además, él recuerda que los valores de los otros dos coeficientes son números reales diferentes de cero y $b < 0$.

3) De acuerdo con el contexto anterior, considere las siguientes proposiciones:

I. En la función $f(x)$ se cumple que $c > 0$.

II. La función $f(x)$ interseca el eje x en un único valor.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

	Habilidad	Habilidad específica	Clave
DGEC	Resolución de problemas	Analizar gráfica y algebraicamente la función cuadrática con criterio $f(x)= ax^2 +bx + c$, $a \neq 0$.	**B**

4) Considere los siguientes puntos: I. $(10,25)$ II. $(2, 49)$ III. $(-5,0)$ IV. $(1,16)$

De los puntos dados, ¿cuál o cuáles pertenecen a la función f(x) planteada por el profesor de Matemáticas?

A) Solo la I y la II

B) Solo la I y la IV

C) Solo la II y la IV

D) Solo la III y la IV

	Habilidad	Habilidad específica	Clave
DGEC	Resolución de problemas	Resumir un grupo de datos mediante el uso de la moda, la media aritmética, la mediana, los cuartiles, el máximo y el mínimo, e interpretar la información que proporcionan dichas medidas.	**A**

1) Considere el siguiente contexto:

Una empresa realiza una feria de nutrición para sus 340 empleados, los cuales participan en su totalidad. Lo primero que realizan los encargados de nutrición es obtener la masa corporal, en kg, de los 340 empleados, y resumen los datos por medio de algunas medidas de posición:

Cuartil 1 = 68 kg Me = 79 kg Cuartil 3 = 97 kg Masa máxima = 144 kg

Si la empresa contratará planes nutricionales para las personas que tengan una masa igual o superior a 97 kg, y cada plan cuesta ₡15 000 para cada 5 personas, entonces, ¿cuánto dinero, en colones, deberá invertir la empresa para contratar los planes nutricionales requeridos?

A) 255 000

B) 425 000

C) 1 155 000

D) 1 275 000

	Habilidad	Habilidad específica	Clave
DGEC	Resolución de problemas	Resumir un grupo de datos mediante el uso de la moda, la media aritmética, la mediana, los cuartiles, el máximo y el mínimo, e interpretar la información que proporcionan dichas medidas.	**C**

2) Considere el siguiente contexto:

Resolviendo una tarea

Alejandra debe entregar un informe para Estudios Sociales acerca de los países centroamericanos. Parte de la información está relacionada con la extensión territorial de dichos países, la cual resume en la tabla detallada a continuación:

Extensión territorial de países centroamericanos

Países Centroamericanos	Extensión territorial (km^2)
Belice	22 970
Costa Rica	51 100
El Salvador	21 040
Guatemala	108 809
Nicaragua	130 370
Panamá	75 420

Fuente:https://datos.bancomundial.org/indicador/AG.SRF.TOTL.K2

Sin embargo, antes de entregar su informe observa que le falta el dato de la extensión territorial de Honduras. No obstante, como dato adicional el informe indica la extensión territorial promedio de los 7 países centroamericanos, la cual corresponde a 74 611 km^2, aproximadamente.

De acuerdo con la información del contexto “Resolviendo una tarea”, entonces, ¿cuál es aproximadamente, en km^2, la extensión territorial de Honduras?

A) 55 759

B) 97 581

C) 112 487

D) 204 981

	Habilidad	Habilidad específica	Clave
DGEC	Resolución de problemas	Utilizar la media aritmética ponderada para determinar el promedio cuando los datos se encuentran agrupados en una distribución de frecuencias.	**B**

3) Considere la siguiente información

Una empresa realiza un estudio del tiempo, en segundos, que tardan 40 tuberías en transportar agua para el enfriamiento de la maquinaria central; por lo que el auditor de energía de la empresa resume los datos en la siguiente distribución:

Cantidad de segundos	Porcentaje de tuberías
De 250 a menos de 300	17,5
De 300 a menos de 350	25,0
De 350 a menos de 400	30,0
De 400 a menos de 450	22,5
De 450 a 500	5,0
Total	100

El auditor de energía debe entregar un informe que contenga además el tiempo promedio por tubería que se tarda en transportar el agua.

De acuerdo con la información anterior el tiempo promedio, en segundos, que el auditor debe colocar en el informe corresponde a

A) 336,250

B) 361,250

C) 840,625

D) 903,125

	Habilidad	Habilidad específica	Clave
	Resolución de problemas	Determinar la media aritmética en grupos de datos que tienen pesos relativos (o ponderación) diferentes entre sí.	**9,5**

4) Considere el siguiente contexto:

La evaluación de un curso de matemáticas se realiza por medio de una prueba sobre los temas de cada una de las 5 unidades que lo conforman. El valor porcentual de cada unidad, así como la calificación (en escala de 0 a 10) obtenida por un estudiante en cada unidad se detallan en la siguiente tabla:

Unidad	Valor porcentual	Calificación obtenida
Unidad I	20	7,50
Unidad II	25	7,00
Unidad III	20	9,25
Unidad IV	15	10,00
Unidad V	20	Pendiente

Si el estudiante desea obtener al menos un promedio ponderado final de 8,50 en el curso entonces, ¿qué calificación, en escala de 0 a 10, deberá obtener como mínimo en la prueba de la unidad V para obtener ese promedio?

			9	**,**	**5**	

	Habilidad	Habilidad específica	Clave
	Resolución de problemas	Identificar la ubicación aproximada de las medidas de posición de acuerdo con el tipo de asimetría de la distribución de los datos.	**A**

5) Considere el siguiente contexto:

Daniela y Priscila entrenan para los juegos deportivos nacionales en la modalidad de natación estilo libre 50 m. Su entrenador Alberto resumió, en la siguiente tabla, los datos de los rendimientos de los tiempos, en segundos obtenidos por cada una de ellas en sus entrenamientos:

Nadadora	Media aritmética	Moda	Mediana
Daniela	37,17	39,79	38,60
Priscila	38,97	36,25	38,48

De acuerdo con los datos del contexto anterior, considere las siguientes proposiciones:

I. La distribución de datos para el rendimiento de Daniela presenta un desplazamiento hacia la izquierda.

II. La distribución de datos para el rendimiento de Priscila presenta un desplazamiento hacia la derecha.

De ellas, ¿cuáles o cuales son verdaderas?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

Recurso extraído del documento: Aspectos Generales de las Pruebas Nacionales para el Fortalecimiento de Aprendizajes para la Renovación de Oportunidades.

Elaboración del documento
Equipo Técnico
Departamento de Evaluación Académica y Certificación MEP, julio 2019.