

6.0 – FLEXÃO SIMPLES

Costuma-se denominar “flexão simples” o caso de vigas submetidas apenas ao momento fletor $\underline{M}$, porém sendo este variável, o que implica na coexistência de uma força cortante $\underline{Q}$, sendo esta, justamente, a taxa com que M varia ao longo da viga (pois, como visto em 5.2, $Q = dM/dx$).

Neste capítulo estudaremos o caso de vigas que têm seção simétrica em relação ao plano do carregamento (**flexão reta**).

6.1 – TENSÕES NORMAIS

De início, admitiremos que a existência de tensões tangenciais associadas à presença da força cortante na seção não altere a distribuição das tensões normais, permitindo-nos insistir na aplicação da hipótese de que a seção se mantém plana e que a distribuição dessas tensões normais continue sendo linear.

Permanece aplicável, portanto, a equação de Euler:

$$\sigma = (M / I_{LN}) y$$

Nota: a hipótese de que as deformações por distorção decorrentes das tensões tangenciais não afetam a distribuição das tensões normais na seção é aplicável nos casos em que tais tensões tangenciais sejam pequenas, como se verá adiante (6.5).

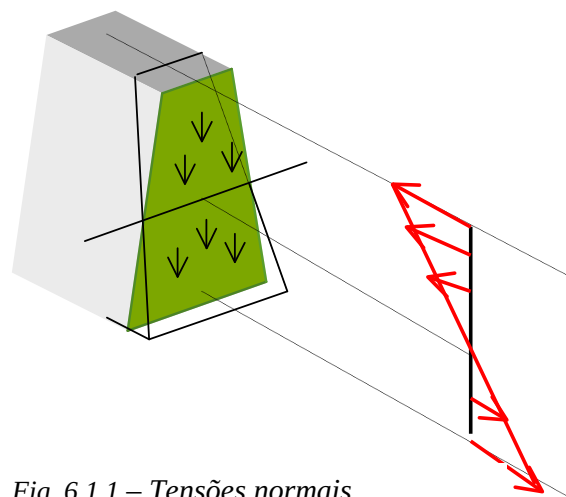


Fig. 6.1.1 – Tensões normais

6.2 – TENSÕES TANGENCIAIS

Para melhor compreender a natureza do aparecimento das tensões tangenciais em uma viga flexionada, observe a fig. 6.2.1(a) que representa uma pilha de tábuas sobrepostas, submetida, nas extremidades, a um momento fletor M que traciona as tábuas inferiores, comprimindo as superiores, sem provocar qualquer tipo de escorregamento entre as tábuas.

Já se a flexão fosse provocada pelo carregamento mostrado em (b) (M variável), verifica-se que as tábuas escorregariam, umas sobre as outras. Se as tábuas fossem coladas, umas às outras, impedindo este escorregamento, surgiriam tensões tangenciais na cola. Verifica-se, portanto, que, sendo a viga inteiriça, submetida àquele carregamento (c), ocorrerão tensões tangenciais nos planos longitudinais (τ_{yx}).

A existência de uma tensão τ_{yx} no plano longitudinal da viga implica na ocorrência de uma tensão τ_{xy} , de igual valor, na seção transversal (1.5). São essas tensões que provocam o cortante $\underline{Q}$.

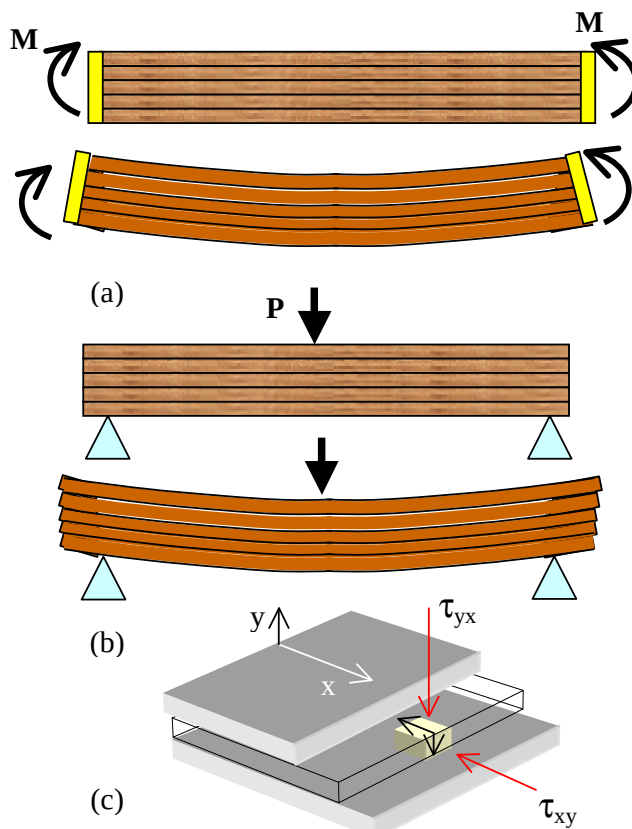


Fig. 6.2.1 – Tensões de cisalhamento na flexão.

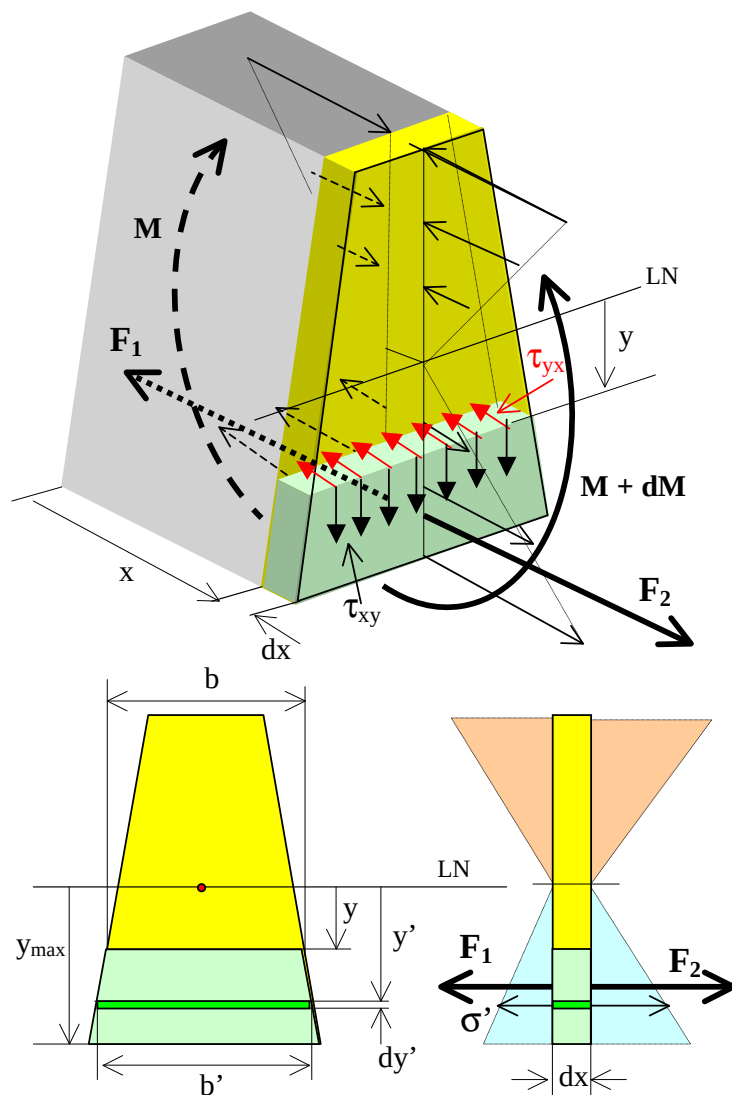


Fig. 6.2.2– Tensões tangenciais na flexão. Cálculo por equilíbrio.

A determinação das tensões tangenciais despertadas em uma viga submetida a um momento fletor variável será feita analisando-se o equilíbrio de forças atuantes em uma parte da viga (mostrada na Fig. 6.2.2 em verde) situada entre duas seções contíguas, separadas de dx , onde atuam os momentos fletores M (de um lado) e $M+dM$ (de outro).

As tensões normais atuantes na seção em $x + dx$ serão maiores que as atuantes na seção em x , devido à diferença dos momentos fletores nas respectivas seções. Portanto, as forças resultantes dessas tensões normais (F_1 e F_2) atuantes em cada uma dessas faces serão diferentes ($F_1 < F_2$), ocasionando o aparecimento das tensões tangenciais longitudinais de valor médio τ_{yx} na face superior do elemento, para promover o equilíbrio de forças, permitindo escrever:

$$F_2 - F_1 = \tau_{yx} b \cdot dx$$

Mas as resultantes das tensões normais atuantes em cada uma das faces valerão:

$$F = \int_{y'=y}^{y'=y(\text{Max})} \sigma' \cdot b' dy'$$

sendo $\sigma' = (M/I)y'$ na seção em x e
 $\sigma' = [(M+dM)/I]y'$ na seção em $x+dx$.

Computando a diferença $F_2 - F_1$ obtemos:

$$\tau_{yx} b \cdot dx = \int_y^{y(\text{Max})} (dM/I) y' b' dy'$$

Levando em conta que, na integração estendida ao longo da variável y' , os valores de dM e I são parâmetros invariantes, a equação acima pode ser reescrita:

$$\tau_{yx} b \cdot dx = (dM/I) \int_y^{y(\text{Max})} y' b' dy' \Rightarrow \tau_{yx} = [(dM/dx) \int_y^{y(\text{Max})} y' b' dy'] / b I$$

Como $(dM/dx) = Q$ e $\tau_{yx} = \tau_{xy}$ obtemos finalmente (Equação de Jourawsky~1821-1891):

$$\tau_{xy} = \frac{Q V}{b I_{LN}} \dots\dots\dots (6.2.1) \text{ onde:}$$

τ_{xy} – tensão de cisalhamento em um dado ponto da seção; Q – força cortante na seção; I_{LN} – momento de inércia da seção em relação à LN que contém o centróide; b – largura da seção na altura do ponto considerado; V – momento estático da parte da área da seção situada “abaixo” (*) do ponto considera-

do, em relação à linha neutra. NOTA (*) - ou “acima”, já que o momento estático da área total da seção será nulo em relação à LN, pois esta contém o seu centróide.

Realmente: a integral

$$V = \int_{y'=y}^{y'=y(\text{Max})} y' b' dy'$$

terá valor nulo nas arestas inferior e superior da viga (onde $y = y_{\text{Max}}$ e $y = -y_{\text{Min}}$), aliás como não poderia deixar de ser, já que nessas partes não há tensão longitudinal τ_{yx} (não há componente de tensão perpendicular ao contorno). Conclui-se portanto, que a tensão tangencial não se distribui uniformemente como no caso do corte puro iniciando com valor nulo no topo superior da seção, aumentando de valor até a altura do centróide, passando a diminuir até novamente atingir o valor zero na aresta inferior.

O valor médio da tensão tangencial na seção continuará a ser calculado pela expressão:

$$\tau_{\text{med}} = Q / A.$$

A distribuição das tensões ao longo dos diversos pontos da seção dependerá de seu formato.

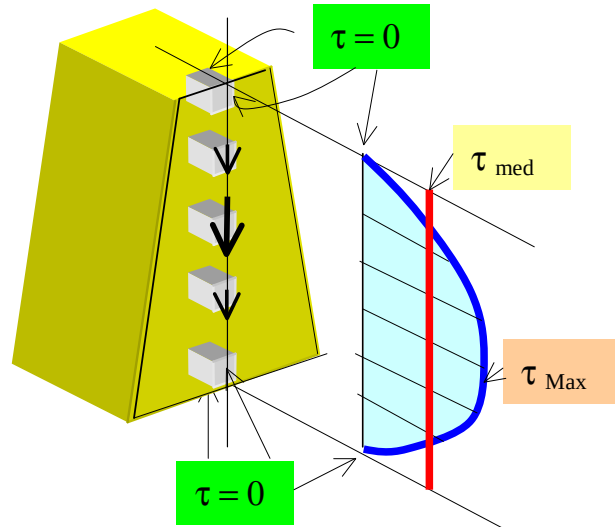


Fig. 6.2.3- Distribuição das tensões de cisalhamento em uma viga simétrica sob flexão simples

6.3 – Várias formas de seção.

a) **SEÇÃO RETANGULAR** – Para vigas de seção retangular $b \times h$, onde $I_{LN} = bh^3/12$, teremos:

OBS.: o momento estático de uma área em relação a um eixo é obtido fazendo-se o produto da área pela distância de seu centróide ao eixo.

$$\tau = [12 Q / b^2 h^3] [(1/2 h - y)b][y + 1/2 (1/2 h - y)]$$

$$\tau = (6Q/bh^3)[(h/2)^2 - y^2]$$

(distribuição parabólica, com valores nulos para a tensão tangencial nos topos -- $y = \pm h/2$ e máxima tensão no centro, atingindo 1,5 vezes a tensão média Q/A -----> $\tau_{\text{Max}} = (3/2)(Q/A)$)

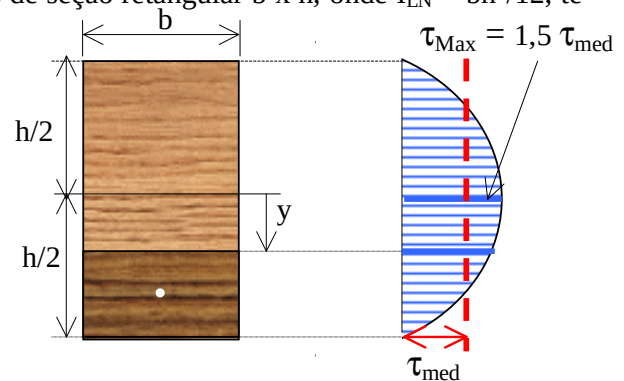


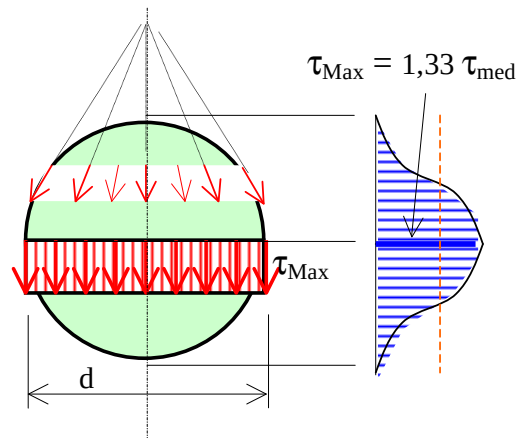
Fig. 6.3.1 – Tensões tangenciais em vigas de seção retangular e circular

b) **SEÇÃO CIRCULAR MACIÇA** -

O valor máximo da tensão tangencial ocorre na linha neutra onde $b = d$, $V = (\pi d^2/8)(2d/3\pi)$, sendo $I = \pi d^4/64$, e

$$\tau_{\text{Max}} = (4/3)(Q/A).$$

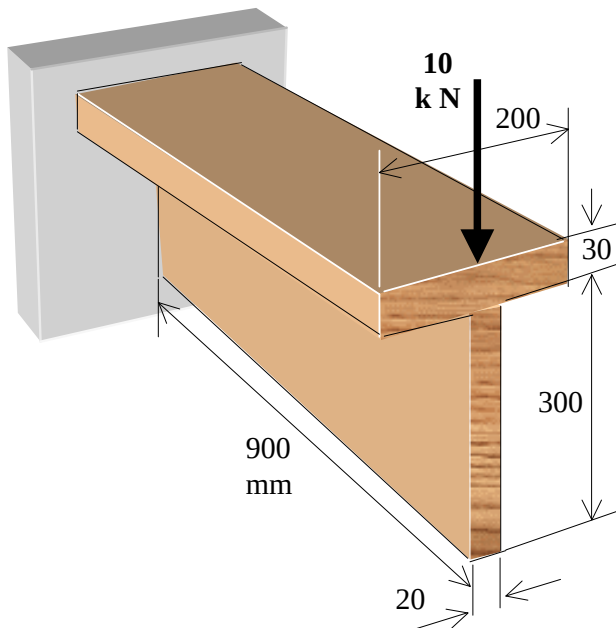
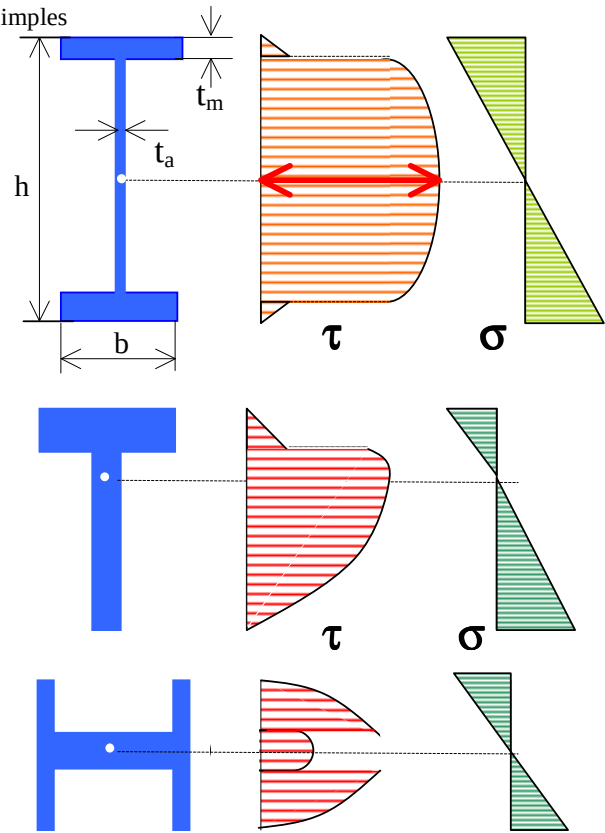
Para outros pontos, a fórmula de Jourawski (6.2.1) fornece o valor da tensão na linha de centro (plano de simetria) e, também, o valor da componente vertical da tensão nos demais pontos (sendo a direção da tensão tangente ao contorno e, nos pontos internos, com direção convergente ao ponto de encontro dessas tangentes na mesma altura (hipótese de Green).



c) PERFIS LAMINADOS (I, T, H)-

A otimização da escolha do formato da seção das vigas, objetivando minimizar o valor das tensões normais decorrentes do momento fletor, leva à utilização de seções nas quais as áreas são afastadas da linha neutra (perfis “I” e “T”, com mesas/abas largas e almas/nervuras estreitas). Como consequência, surgirão tensões tangenciais elevadas na alma, na altura da linha neutra, pelo fato de a dimensão “b” da nervura aparecer no denominador da equação de Jourawski (ou seja, nos pontos da viga onde a tensão normal é máxima – arestas superior e inferior, a tensão tangencial é nula, enquanto na linha neutra, onde $\sigma = 0$, a tensão τ atinge valor extremo).

A descontinuidade do valor da tensão na transição entre a mesa e a alma decorre da descontinuidade da largura (b) da seção nesses locais.



A força cortante Q vale 10 kN ao longo de toda a viga.

O momento fletor M (negativo, tracionando a mesa), varia linearmente de zero, na extremidade em balanço, até o engaste, onde vale $10 \times 0,9 = 9 \text{ kNm}$.

A linha neutra estará a uma altura da base da alma em $y_{LN} = (20 \times 30 \times 315 + 20 \times 300 \times 150) / 12000$
 $y_{LN} = 232,5 \text{ mm}$

O momento de inércia da seção em relação à LN:
 $I_{LN} = 200 \times 30^3 / 12 + 200 \times 30(315 - 232,5)^2 + 20 \times 300^3 / 12 + 20 \times 300(232,5 - 150)^2 = 127,1 \times 10^6 \text{ mm}^4 = 127,1 \times 10^{-6} \text{ m}^4$

Exemplo 1 – Para a viga esquematizada na figura, pede-se determinar:

- a máxima tensão de tração;
- a máxima tensão de compressão;
- a máxima tensão de cisalhamento;
- a força total na união entre a mesa e a alma.

SOLUÇÃO

- a) a máxima tensão de tração ocorrerá no topo da mesa, no engaste, valendo:

$$\sigma_T = (9000 / 127,1 \times 10^{-6}) \times (0,330 - 0,2325) = 6,90 \text{ MPa}$$

- b) a máxima tensão de compressão ocorrerá na base da alma, no engaste, valendo:

$$\sigma_C = (9000 / 127,1 \times 10^{-6}) \times 0,2325 = 16,5 \text{ MPa}$$

- c) a máxima tensão tangencial ocorrerá na altura da linha neutra, em toda extensão da viga, valendo:

$$\tau_{\text{Max}} = [10.000 \times 0,020 \times (0,2325)^2 \times \frac{1}{2}] / 0,020 \times I_{LN}$$

$$\tau_{\text{Max}} = 2,12 \text{ MPa}$$

- d) a tensão τ_{xy} na altura da transição mesa/alma valerá:

$$\tau_{xy} = 10.000 \times 0,030 \times 0,200 \times (0,315 - 0,2325) / 0,020 \times 127,1 \times 10^{-6} = 1,947 \text{ MPa}$$

- e) Uma tensão de mesmo valor (τ_{yx}) se estende ao longo da união entre a mesa e a alma, e a força nesta união valerá: $F_U = 1,947 \times 10^{-6} \times (900 \times 20) \times 10^6 = 35,0 \text{ kN}$.

6.4 – Perfis Compostos

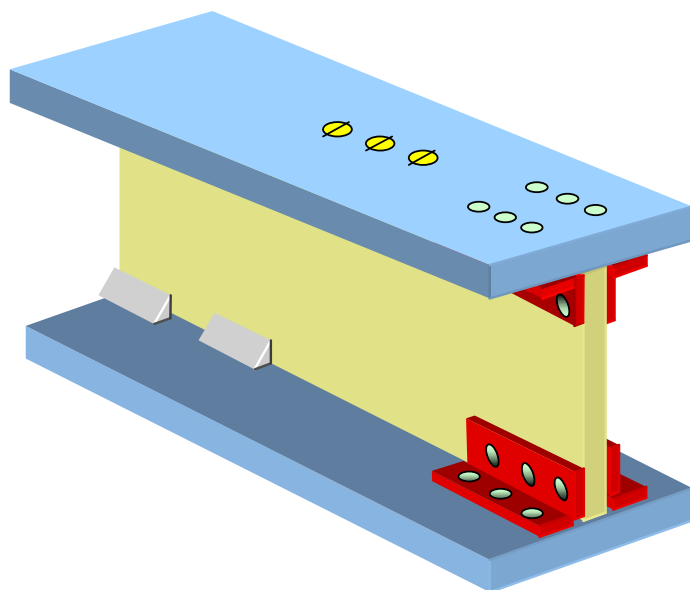
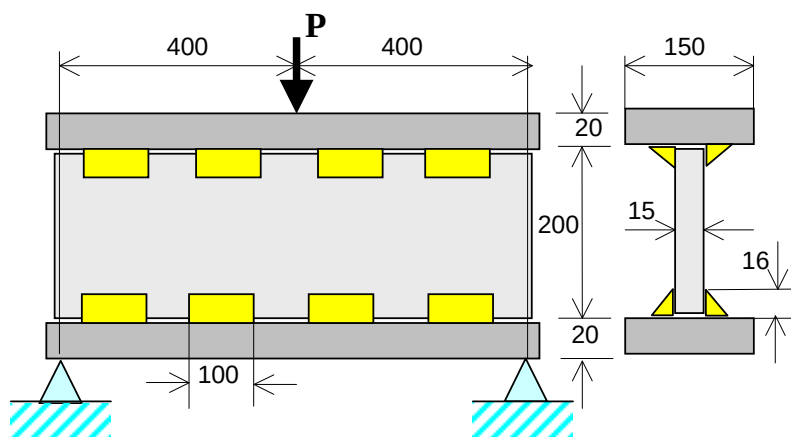
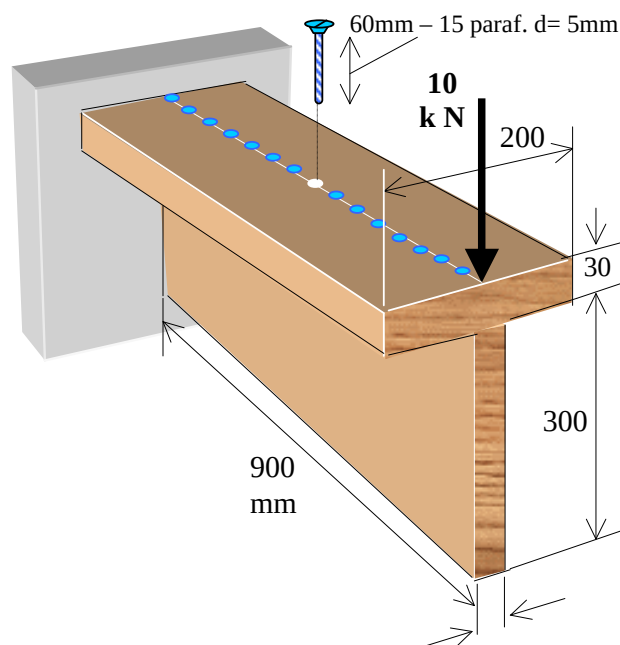


Fig. 6.4.1 – Perfis Compostos

Assim, no perfil de madeira mostrado no *exemplo 1* anterior, se a barra de $200 \times 30 \text{ mm}^2$ que constitui a mesa fosse conectada à barra da alma (300×20) através de 15 parafusos de 60mm de comprimento e com diâmetro de 5mm, distribuídos ao longo dos 900 mm da mesa, com igual espaçamento de 60 mm, poderíamos calcular a força em cada parafuso levando em conta que a tensão longitudinal τ_{yx} entre mesa e alma vale 1,947 MPa, o que corresponde a uma força de valor $1,947 \times 20 \times 60 = 2,336 \text{ kN}$ para cada parafuso.

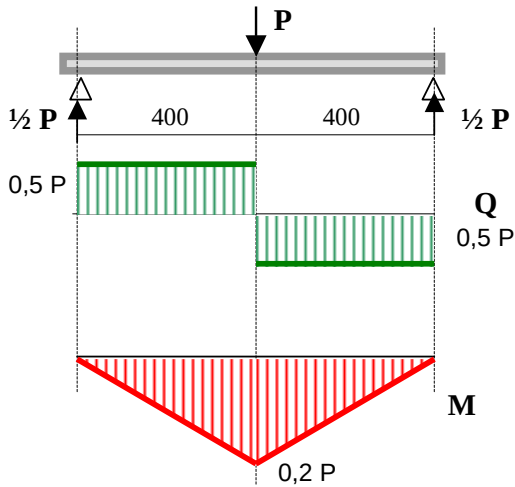
A tensão de cisalhamento no parafuso seria igual a $2,336 \times 10^3 / [\pi(5)^2/4] \times 10^{-6} = 119 \text{ MPa}$.

- compressão lateral do furo (tanto na mesa como na alma) valeria: $2,336 / 5 \times 30 = 15,6 \text{ MPa}$



Exemplo 6.4.1– A viga esquematizada foi construída por soldagem de duas barras chatas de aço, de $150 \times 20 \text{ mm}^2$, a outra barra de mesmo material como nervura, de $200 \times 15 \text{ mm}^2$, através de cordões com 10 mm de largura e 30 mm de extensão. Sabendo-se que as tensões admissíveis tanto para as barras como para os cordões sejam: $\sigma_{adm} = 120 \text{ MPa}$ e

$\tau_{adm} = 70 \text{ MPa}$, calcular $P_{admissível}$.

**Solução**

Os diagramas de esforços solicitantes nos indicam:

$$Q_{MAX} = 0,5P \text{ e } M_{MAX} = 0,5P \times 0,400 = 0,2P.$$

O momento de Inércia da seção vale:

$$I_{LN} = 12 \times 200^3/12 + 2 [150 \times 20^3/12 + 150 \times 20 \times 110^2] = 82,8 \times 10^6 \text{ mm}^4 = 82,8 \times 10^{-6} \text{ m}^4.$$

O valor de $P_{adm.}$ para a tensão normal será calculado com

$$\sigma_{MAX} = 120 \times 10^6 = (0,2P / 82,8 \times 10^{-6}) \times 0,120; \quad (P_{MAX})^I = 414 \text{ kN};$$

O valor de $P_{adm.}$ para a tensão tangencial limite será:

$$\tau_{MAX} = \frac{0,5P (0,150 \times 0,020 \times 0,110 + 0,100 \times 0,015 \times 0,050)}{0,015 \times 82,8 \times 10^{-6}} = 70 \times 10^6 \text{ Pa}$$

$$(P_{MAX})^{II} = 429 \text{ kN};$$

A máxima força que se admite ser transmitida por um dos cordões de solda será:

$$F_C = 70 \times 10^6 \times 16 \times 0,707 \times 100 = 79,18 \text{ kN}$$

Se a viga fosse inteiriça, a tensão na união entre a alma e cada uma das abas seria:

$$\tau_U = 0,5P (0,150 \times 0,020 \times 0,110) / 0,015 \times 82,8 \times 10^{-6} = 132,8P.$$

Na extensão de 400mm (metade do comprimento da viga) a força total na união mesa x alma será:

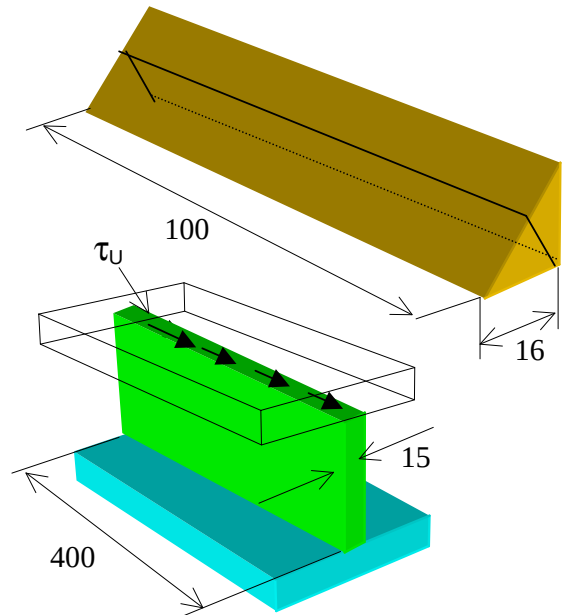
$$F_U = \tau_U \times 0,400 \times 0,015 = 132,8P \times 0,400 \times 0,015 = 0,7968P.$$

Como tal força será transmitida por 4 cordões (dois de cada lado da alma) para cada cordão caberá:

$$F_C = 0,7968P : 4 = 0,1992P.$$

Como $(F_C)^{MAX} = 79,18 \text{ kN}$, teremos $P^{MAX} = 397,5 \text{ kN}$.

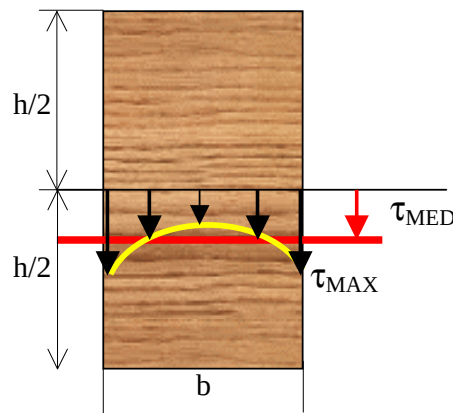
Portanto: $P_{admissivel} = 398 \text{ kN}$ (Resposta)

**6.5 – Análise Crítica**

A suposição de que a distribuição das tensões de cisalhamento na flexão não alteraria a distribuição das tensões normais na seção só é aplicável nos trechos da viga onde a força cortante não varia. O resultado obtido para a distribuição das tensões tangenciais (parabólica na seção retangular) aponta no sentido de que a seção não permanece plana, devido à distorção variável em y .

Estudos mais avançados (Saint-Venant) dão conta de que, para a seção retangular na qual a relação $b/h < 1/4$, o valor da tensão tangencial média calculado pela fórmula de Jourawski não difere mais de 8% do valor máximo alcançado pela tensão na linha neutra.

O erro é grande para o caso de barras largas (para $b/h = 10$, $\tau_{MAX} / \tau_{MED} = 3,77$), sendo, porém, geralmente irrelevante, já que são muito pequenos os valores dessas tensões (valor de b elevado).



6.6 – Vigas de igual resistência

Ao se dimensionar uma viga prismática, levando em conta a seção crítica onde o momento fletor é extremo, a peça ficará superdimensionada para as demais seções.

Assim é que, para uma viga de comprimento L , em balanço, com carga P concentrada na extremidade livre, a seção crítica seria a do engaste e a viga prismática de seção retangular ($b \times h$) teria dimensões tais que:

$$W_{\text{mínimo}} = (bh^2/6)_{\text{mínimo}} = PL / \sigma_{\text{admissível}}.$$

Como o momento fletor em cada seção varia linearmente com a distância da seção à linha de ação da força P , para que a tensão normal máxima seja a mesma em todas as seções, bastaria que, mantida a dimensão h , a dimensão b variasse linearmente com a distância à extremidade livre. Deve-se considerar ainda que, próximo a essa extremidade, a dimensão b não pode ser diminuída até atingir o valor nulo, já que a seção deve ser capaz de suportar a tensão máxima de cisalhamento causada pela força cortante (de valor $1,5 P/bh$). Daí a necessidade do prolongamento prismático na extremidade

O chamado “feixe de molas”, utilizado na suspensão de veículos, adota tal tipo de viga (cortada em fatias longitudinais, superpostas como indicado na figura ao lado e conectadas por cintas).

Se, ao invés de ser adotada invariante a dimensão vertical h , fosse a largura b mantida constante, a dimensão h da seção variaria (numa viga de igual resistência) segundo uma lei quadrática, o que levaria, para uma viga bi-apoiada com uma carga aplicada ao longo do vão, a um formato como o apresentado na figura ao lado.

Exercício proposto: mostre que, para uma viga de igual resistência, bi-apoiada e submetida a um carregamento uniformemente distribuído ao longo de toda a sua extensão, com largura uniforme, a dimensão da alma varia segundo uma função elíptica (exceto nas extremidades, onde se mantém constante, devido à ação da força cortante).

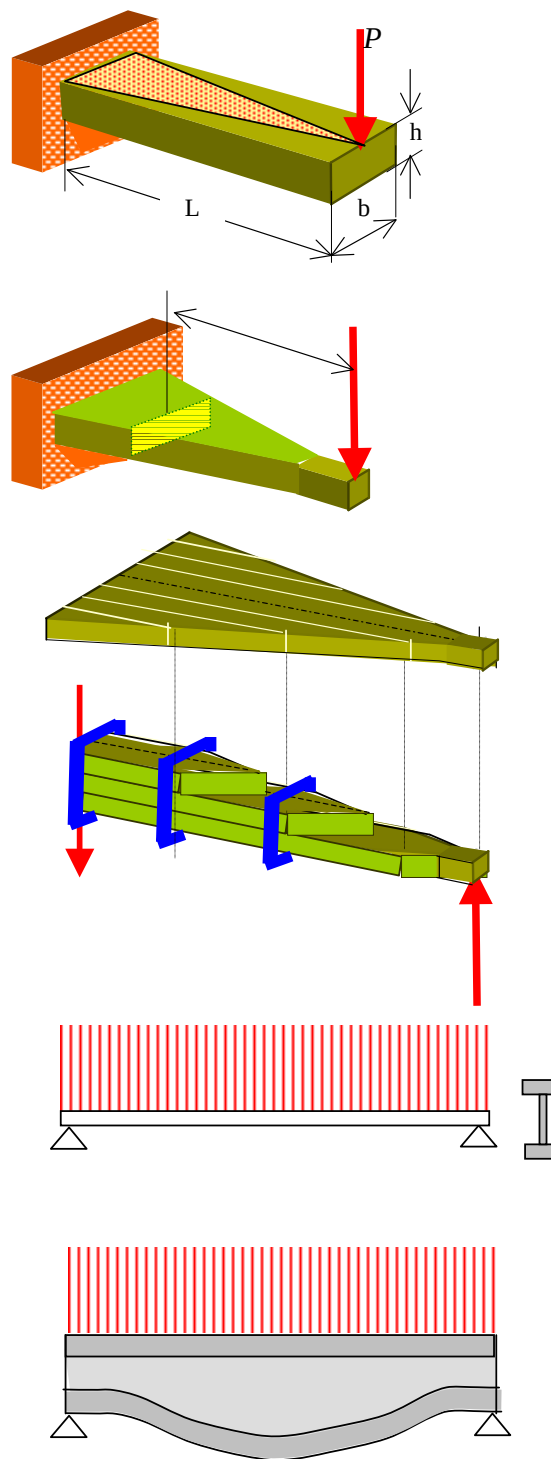
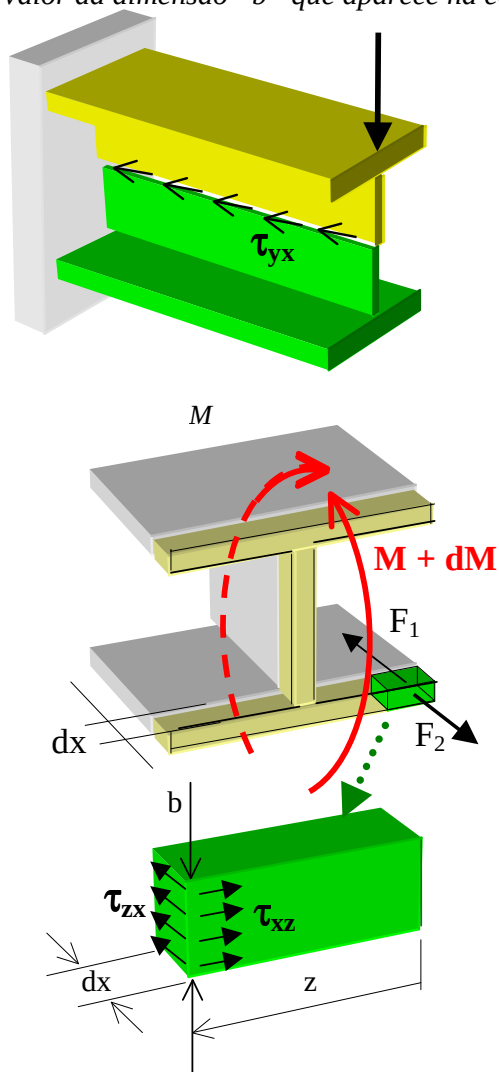


Fig. 6.6.1 – Vigas de igual resistência

6.7 – Perfis Delgados

As tensões de cisalhamento em vigas de paredes finas alcançam valores importantes diante do pequeno valor da dimensão “b” que aparece na equação de Jourawski (6.2.1)



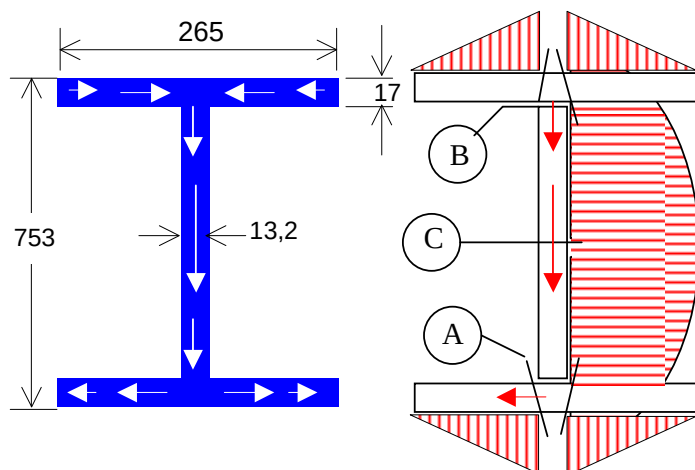
Assim, para a viga esquematizada na figura ao lado, caso a tensão tangencial máxima τ_{xy} , ocorrente à meia altura da seção, fosse suficiente para provocar a ruptura por cisalhamento do material, a fratura seria no sentido longitudinal, ao longo do plano neutro (τ_{yx}).

A componente vertical da tensão τ_{xy} nas mesas será desprezível em presença da ocorrente na alma, devendo-se considerar, no entanto, a existência de uma componente horizontal τ_{xz} , calculada, da mesma forma, pela equação 6.2.1, considerando que o momento estático $\underline{V}$ seria o da parte da área da mesa “cortada” pela tensão longitudinal τ_{zx} e $\underline{b}$ a largura da parte cortada (a tensão τ_{zx} aparece diante do desequilíbrio entre as forças normais $F_1 < F_2$ na parte da mesa, em consequência da diferença entre os momentos fletores $\underline{dM}$).

O valor da tensão τ_{zx} em um ponto da mesa situado a uma distância $\underline{z}$ da sua borda será calculado fazendo:

$\tau_{zx} = \tau_{xz} = Q[b.z.(h/2)] / b I_{LN}$ (variação linear com $\underline{z}$, de zero, na extremidade da aba, até seu encontro com a alma). Interessante notar que o mesmo ocorrerá com a outra metade da aba, tendo a tensão τ_{xz} o sentido inverso, indicando que a distribuição das tensões ao longo da seção do perfil se dá como um escoamento de um fluido ao longo de uma rede hidráulica bifurcada (**fluxo cisalhante**), sendo aplicável a analogia com a equação da continuidade, já mencionada no estudo da torção dos dutos de parede fina.

Fig. 6.7.1 – Tensões tangenciais em perfis delgados.



Exemplo 6.7.1: Para o perfil “duploT” esquematizado, estabelecer a distribuição das tensões tangenciais nos diversos pontos das mesas e da alma, como função da tensão média Q/A .

Solução: As propriedades geométricas do perfil W760x147 (pg.1191 LT) indicam:

$$A = 18.800 \text{ mm}^2, I_z = 1.660 \times 10^{-6} \text{ m}^4.$$

A tensão τ nos entroncamentos entre cada uma das metades da mesa e a alma vale (A):

$$\tau_{xz} = Q(1/2 \times 0,265 \times 0,017 \times 0,368) / 0,017 \times 1660 \times 10^{-6} = 29,37 Q$$

No entroncamento entre cada mesa completa e a alma, a tensão vale (B):

$$\tau_{xz} = Q(0,265 \times 0,017 \times 0,368) / 0,0132 \times 1660 \times 10^{-6} = 75,66 Q$$

Convém repisar que a analogia com a equação da continuidade para os fluidos incompressíveis se aplica ao denominador “fluxo cisalhante”, permitindo-nos escrever que, para o entroncamento (bifurcação) entre cada mesa e a alma, $2 \tau_A b_A = \tau_B b_B$, ou seja, $2 \times 29,37Q \times 17 = 75,66 Q \times 13,2$.

A tensão cisalhante máxima, ocorrente na linha neutra, valerá:

$$\tau_C = Q [0,265 \times 0,017 \times 0,368 + 0,0132 \times 0,3595 \times (1/2) 0,3595] / 0,0132 \times 1660 \times 10^{-6} = 114,6 Q.$$

Como $\tau_{\text{médio}} = Q / A = Q / 18.800 \times 10^{-6} = 53,19 Q$, teremos:

$$\tau_A = 0,552 \tau_{\text{médio}}; \tau_B = 1,42 \tau_{\text{médio}}; \tau_C = \tau_{\text{máximo}} = 2,15 \tau_{\text{médio}}.$$

Nos perfis simétricos, em forma de “caixão”, é fácil compreender que, na linha de simetria, a tensão cisalhante parte do valor zero (*), variando em sentidos opostos para os pontos mais afastados da linha de simetria. A figura 6.7.2 mostra alguns exemplos de distribuição das tensões tangenciais em seção de viga em forma de duto de parede fina, submetido à flexão simples e seus valores máximos em função da tensão média (Q/A).

(*)Observe que o momento estático da área assinalada tende a zero quando $z \rightarrow 0$.

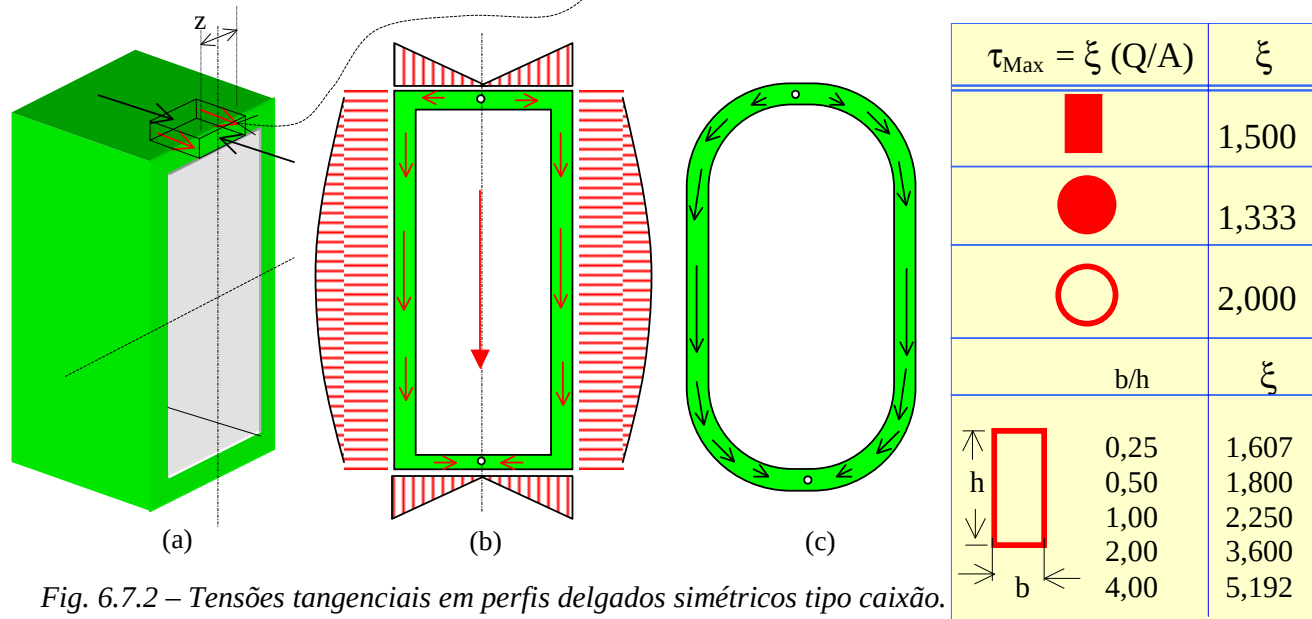


Fig. 6.7.2 – Tensões tangenciais em perfis delgados simétricos tipo caixão.

A utilização da analogia com o “fluxo cisalhante” é muito útil na determinação da distribuição das tensões tangenciais ao longo de perfis delgados, facilitando a visualização das áreas que seriam “cortadas” por ação dessas tensões, propiciando o cálculo correto dos correspondentes momentos estáticos (V) e larguras (b), para aplicação na fórmula de Jourawski. Na figura ao lado, são apresentados dois exemplos de áreas assinaladas e respectivas larguras (b), para o cômputo das tensões tangenciais correspondentes, utilizando-se 6.2.1.

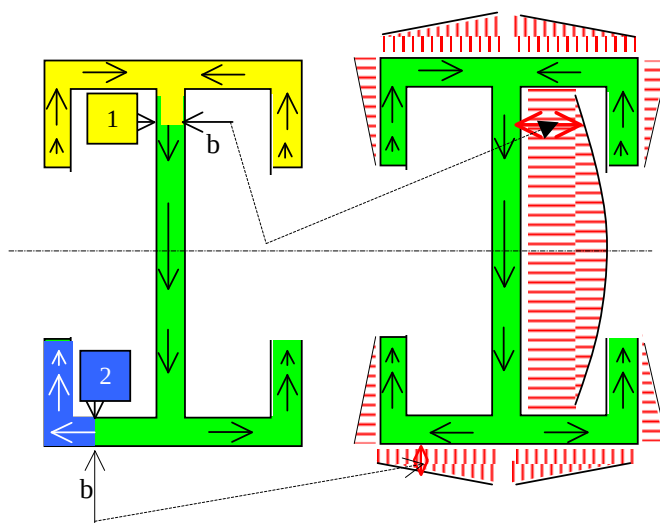
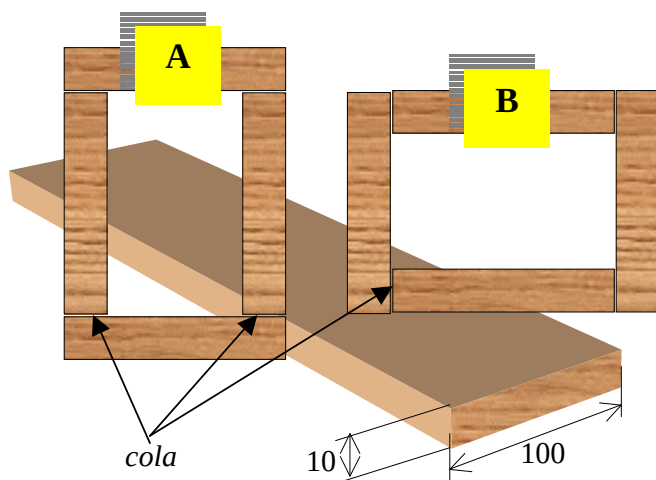


Fig. 6.7.3 – Fluxo cisalhante



Exemplo 6.7.2 – Deseja-se fabricar uma viga caixa com tábuas de madeira ($10 \times 100 \text{ mm}^2$) coladas, havendo duas opções (A e B) quanto a seu posicionamento em relação ao plano vertical do carregamento (peso próprio).

Verificar, para as duas opções, a relação entre a tensão tangencial na cola e a tensão tangencial média na viga para uma força cortante Q .

Solução

Posição A: Área $A = 1.000 \text{ mm}^2$;

$$I_{LN} = 2 \times [10 \times 100^3 / 12 + 100 \times 10^3 / 12 + 10 \times 100 \times 55^2] = 7,733 \times 10^6 \text{ mm}^4 = 7,733 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$\tau_{\text{média}} = Q/A = Q / 1.000 \times 10^{-6} = 1.000 Q;$$

$$\tau_{\text{cola}} = Q \cdot (0,100 \times 0,010 \times 0,055) / (2 \times 0,010) \times 7,733 \times 10^{-6}$$

$$\tau_{\text{cola}} = 355,6 Q \gg \gg \gg \gg \tau_{\text{cola}} = 0,3556 \tau_{\text{média}}$$

Posição B: Área $A = 1.000 \text{ mm}^2$; $I_{LN} = 2 \times [10 \times 100^3 / 12 + 100 \times 10^3 / 12 + 10 \times 100 \times 45^2] = 5,733 \times 10^6 \text{ mm}^4 = 5,733 \times 10^{-6} \text{ m}^4$

$$\tau_{\text{média}} = Q/A = Q / 1.000 \times 10^{-6} = 1.000 Q; \tau_{\text{cola}} = Q \cdot (0,100 \times 0,010 \times 0,045) / (2 \times 0,010) \times 5,733 \times 10^{-6}$$

$$\tau_{\text{cola}} = 392,5 Q \gg \gg \gg \gg \tau_{\text{cola}} = 0,3925 \tau_{\text{média}}$$

6.8 – Centro de Torção.

A distribuição das tensões tangenciais ao longo das paredes de um perfil delgado aberto e **assimétrico**, submetido à flexão simples (com a força ativa aplicada no centróide da área, portanto sem momento de torção, como mostra a Fig. 6.8.1), indica que o perfil sofrerá uma torção (apesar de se ter $T = 0$!). Para se evitar que tal deformação ocorra, a força que ataca o perfil teria que ser aplicada a uma certa distância δ do eixo longitudinal baricêntrico para equilibrar o momento decorrente das forças associadas àquelas tensões.

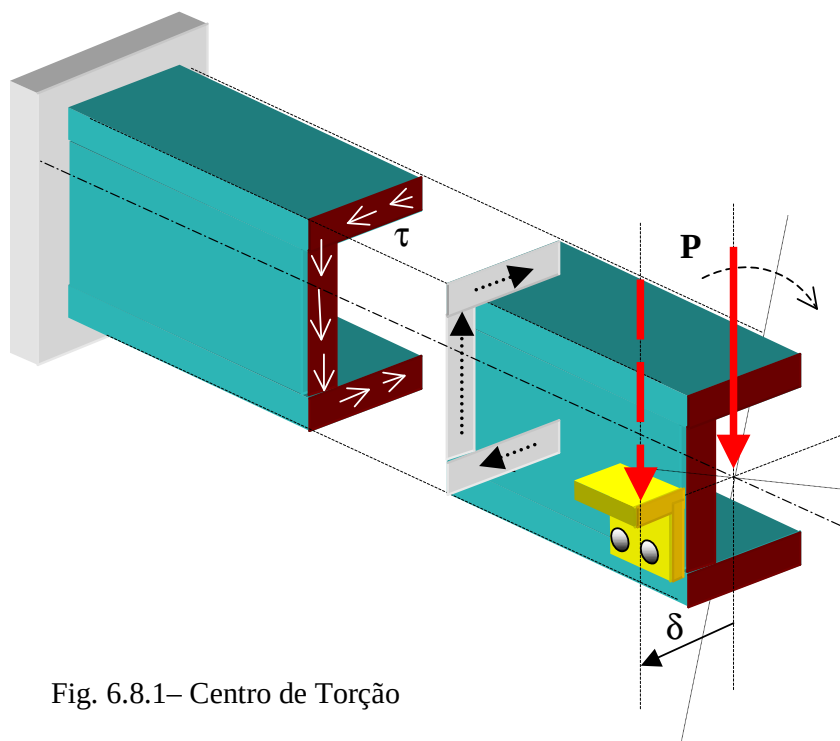
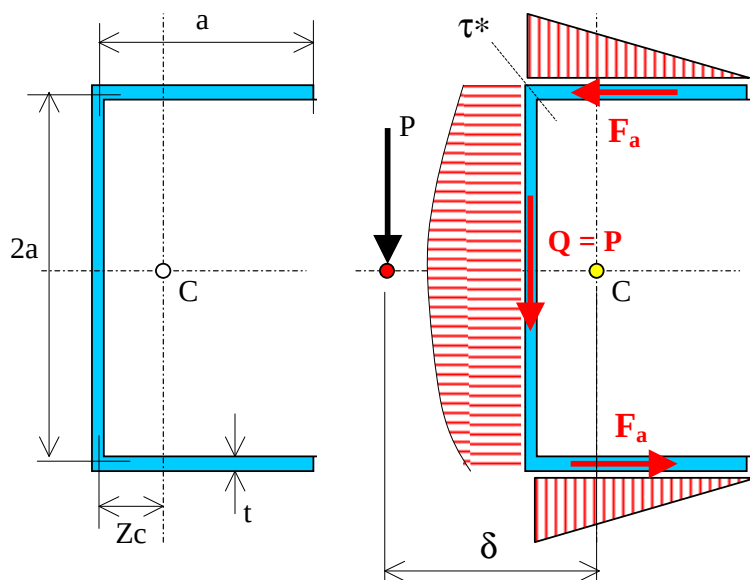


Fig. 6.8.1– Centro de Torção

A determinação do afastamento δ do centro de torção (também chamado “centro de ataque”), em relação ao centróide $\underline{C}$ da seção, é feita igualando os momentos em relação ao eixo longitudinal baricêntrico do perfil, provocados pelas forças associadas às tensões tangenciais ao longo das paredes e pela força que ataca a viga.



Exemplo 6.8.1 - Para o perfil “C” mostrado ao lado (espessura t , largura da aba a e altura da alma $2a$), o centróide $\underline{C}$ estará posicionado em: $Z_c = a / 4$.

O momento de inércia baricêntrico valerá:

$$I_{LN} = t(2a)^3/12 + 2 (t.a)(a)^2 = 8ta^3/3.$$

A tensão tangencial nas abas variará linearmente da extremidade até a junção com a alma, onde valerá:

$$\tau^* = P[a.t.(a)]/t.(8ta^3/3) = 3P / 8t.a$$

A força horizontal F_a atuante em cada aba, resultante dessas tensões, valerá:

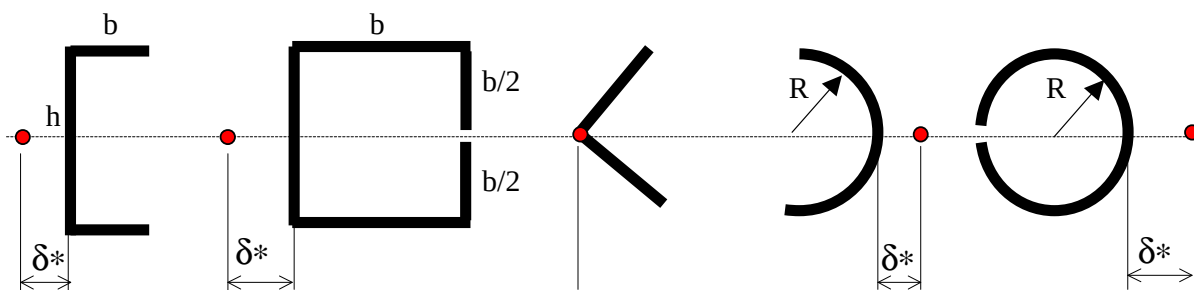
$$F_a = \frac{1}{2} [\tau^*]t.a = (3/16)P$$

Tomando momentos dessas forças em relação ao centróide $\underline{C}$, podemos escrever:

$$P \cdot \delta = F_a \cdot (2a) + P \cdot Z_c = (3/16)P.(2a) + P (a/4), \text{ obtendo-se: } \delta = (3/8)a + (1/4)a.$$

Ou seja: o centro de torção está localizado a uma distância da alma que vale 3/8 da largura da aba.

São apresentados abaixo alguns exemplos de seções transversais de perfis delgados de espessura uniforme e os correspondentes posicionamentos do centro de torção.



δ^*	$\frac{b}{2 + h/3b}$	$(5/8)b$	0	$[(4 - \pi)/\pi] R$	R
------------	----------------------	----------	---	---------------------	---

Verifique no Link www.cesec.ufpr.br/~metalica/08/08.htm a posição indicada para o centro de torção dos perfis lá apresentados.