

LIVRO

UNIDADE 4

Estruturas De Concreto Armado I

Lajes de concreto armado

Kátia Regina Custodio

© 2018 por Editora e Distribuidora Educacional S.A.
Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida ou transmitida de qualquer modo ou por qualquer outro meio, eletrônico ou mecânico, incluindo fotocópia, gravação ou qualquer outro tipo de sistema de armazenamento e transmissão de informação, sem prévia autorização, por escrito, da Editora e Distribuidora Educacional S.A.

2018
Editora e Distribuidora Educacional S.A.
Avenida Paris, 675 – Parque Residencial João Piza
CEP: 86041-100 — Londrina — PR
e-mail: editora.educacional@kroton.com.br
Homepage: http://www.kroton.com.br/

Sumário

Unidade 4 | Lajes de concreto armado 5
Seção 4.1 - Conceito de lajes 7
Seção 4.2 - Comportamento das lajes maciças 27
Seção 4.3 - Dimensionamento das lajes maciças 53

Lajes de concreto armado

Convite ao estudo

Estamos chegando ao final de nosso livro de Estruturas de Concreto Armado I e vamos iniciar o estudo de um novo elemento estrutural, a laje.

Você já consegue discutir de igual para igual com outros engenheiros sobre os conceitos e parâmetros do concreto armado, o dimensionamento e detalhamento das seções transversais das vigas de seção retangular e seção T.

Nessa nossa última etapa sobre lajes, você aprenderá o que são as lajes maciças, como elas podem ser armadas em função das suas dimensões, os tipos de vinculação possíveis nas bordas, as ações, espessuras e recobrimentos mínimos.

Além disso, como são calculadas as reações de apoio das lajes nas vigas, o cálculo, dimensionamento e detalhamento das lajes, o cálculo da armadura longitudinal mínima, diâmetros e espaçamentos mínimos e máximos das armaduras de flexão. Ufa! muito conhecimento nessa última unidade.

Para alcançar todo esse aprendizado, novos desafios serão lançados e seu trabalho e dedicação serão fundamentais nesse percurso. Relembrando que seu grande desafio final é o projeto de uma lavanderia com estrutura em concreto armado para um conjunto de prédios inteligentes a serem implantados em Belo Horizonte, Recife e Cascavel.

Você já finalizou o projeto de vigas e uma nova reunião foi realizada para discutir o projeto das lajes para todo empreendimento. Na reunião, você foi bem sucedido, pois

as lajes serão maciças em concreto armado e você havia previsto esse tipo de laje no projeto básico, inclusive utilizou as mesas colaborantes para o cálculo de uma viga no primeiro pavimento, a V4.

Para fechar nossos estudos, três novos desafios deverão ser vencidos, sendo que o primeiro e mais fácil de todos, será determinar quais as lajes do primeiro pavimento, serão armadas em uma ou em duas direções e explicar se é possível, por meio do enunciado, saber se existe continuidade entre as laje.

Seguindo o cronograma, o passo seguinte será a determinação das ações que serão aplicadas nas lajes. As ações aplicadas foram discutidas na reunião e os dados fornecidos pelo arquiteto tornarão possível a obtenção final das ações e o sucesso desse desafio.

Com o cálculo final das ações você também deverá verificar se as deformações sofridas pelas lajes estão dentro dos limites da norma NBR-6118 e quais as parcelas de carga (rações de apoio) irão para cada viga.

Seu último desafio desta etapa será fazer manualmente o cálculo, dimensionamento das armaduras positivas e negativas e o detalhamento das lajes L1 e L2 do primeiro pavimento para a implantação do projeto em Belo Horizonte.

Vamos em frente, trabalho e dedicação, mãos à obra e bons estudos!

Seção 4.1

Conceito de lajes

Diálogo aberto

Hoje é um dia especial, vamos iniciar nossa última unidade sobre a disciplina de Estruturas de Concreto Armado I.

Você deve comemorar por todo aprendizado adquirido nas unidades anteriores e que certamente contribuíram para o seu desenvolvimento profissional.

Nesse momento, você já está apto a discutir sobre os conceitos do concreto armado e sobre o cálculo, dimensionamento e detalhamento de vigas.

É hora de retomar o seu projeto da lavanderia que fará parte de um conjunto residencial de prédios inteligentes e que serão implantados em três cidades brasileiras com características ambientais distintas: Belo Horizonte, em Minas Gerais; Recife, em Pernambuco; e Cascavel, no Ceará.

Relembrando que o prédio da lavanderia é composto pelo pavimento térreo, primeiro pavimento e cobertura. O acesso ao primeiro pavimento é feito por uma escada externa que parte da viga de fundação VB6 e chega na viga V2, do primeiro pavimento.

Para os cálculos, você está utilizando um renomado software de cálculo de estruturas de concreto armado e alvenaria estrutural, no entanto, ao longo de sua trajetória do projeto, alguns desafios são propostos visando reforçar seu aprendizado.

Após a emissão final das vigas ao cliente, houve a primeira reunião do projeto para a fase de estudo das lajes, juntamente com as demais disciplinas envolvidas (arquitetura, instalações prediais, paisagismo etc.).

Sua função nessa reunião foi coletar o máximo de informações pertinentes ao seu projeto e reforçar o uso de lajes maciças. Após inúmeras discussões, ficou definido que as lajes serão mesmo maciças

em concreto armado, o que deixou você bastante satisfeito, afinal, essa tinha sido sua proposta no projeto básico, inclusive no dimensionamento de algumas vigas, você utilizou as lajes como mesa colaborante.

Além da definição do tipo de laje, ficaram definidas na reunião, as ações que deverão ser utilizadas no cálculo em função dos acabamentos e da utilização do prédio.

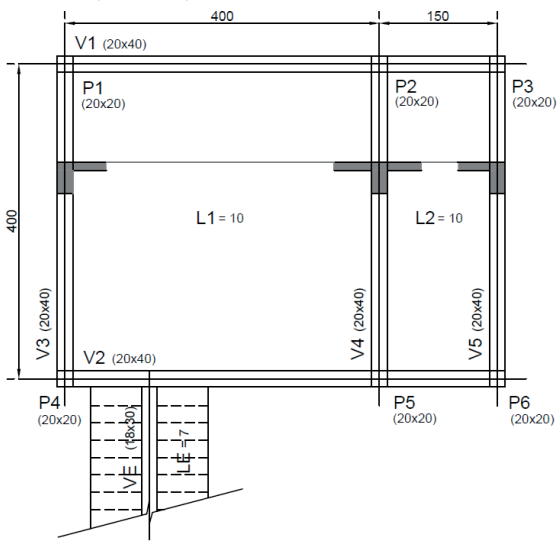
De volta ao escritório e de posse das informações necessárias, você iniciará a verificação da entrada de dados no software para o cálculo das lajes.

O projeto da lavanderia tem apenas duas lajes no primeiro pavimento, conforme a planta de formas (Figura 4.1). A laje L1 é formada por um painel de 4,00x4,00 metros de vão efetivo e a laje L2 tem um painel de 1,50x4,00 metros, ambas com 10 cm de espessura.

Seu primeiro desafio será determinar as condições de apoio de cada laje (apoiada, engastada, livre) e quais lajes desse pavimento serão armadas em uma ou em duas direções.

Para resolver o desafio, serão apresentadas as definições de lajes, como se determina as condições de apoio e a direção da armadura principal.

Figura 4.1 | Formas do primeiro pavimento da lavanderia



Fonte: elaborada pelo autor.

Agora é arregaçar as mangas e bom trabalho!

Não pode faltar

Introdução

Antes de iniciarmos esta seção, vamos relembrar, observando a Figura 4.2, quais são os principais elementos estruturais de uma obra predial: vigas, lajes e pilares.

Figura 4.2 | Principais elementos estruturais - obra predial



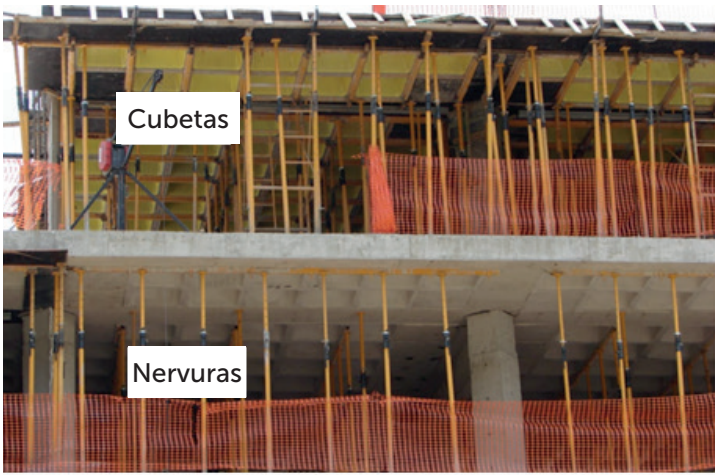
Fonte: iStock.

Após o estudo das vigas de concreto armado na unidade anterior, vamos iniciar o estudo de um novo elemento estrutural: a laje.

Existem inúmeros tipos de lajes, cada um com suas vantagens e desvantagens, sendo que em alguns casos, a escolha do tipo de laje está vinculada ao projeto arquitetônico.

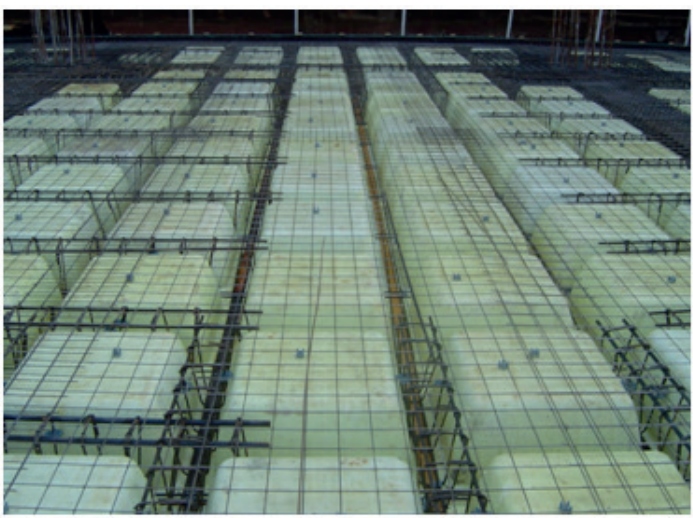
Podemos citar como exemplo real executado, o prédio anexo da Assembléia Legislativa do Estado de São Paulo, que foi projetado e executado internamente com lajes nervuradas (figura 4.3 e 4.4) apoiadas em vigas.

Figura 4.3 | Laje nervurada - Projeto do prédio anexo da Assembléia Legislativa de SP



Fonte: arquivo pessoal do autor.

Figura 4.4 | Armação da laje nervurada - Projeto do prédio anexo da Assembléia Legislativa de SP



Fonte: arquivo pessoal do autor.

Em outros casos, o engenheiro deve orientar o arquiteto quanto a escolha do melhor tipo de laje a ser utilizada em função das necessidades estruturais de dimensionamento e de deformação.

No caso do prédio anexo da Assembléia Legislativa de São Paulo, a laje externa de cobertura do acesso ao piso monumental (Figura 4.5) foi concebida pela arquitetura também em laje nervurada, no entanto, foi projetada e executada com estrutura mista (concreto armado + concreto protendido) proposta pelo engenheiro responsável para vencer o vão livre. Houve também a utilização da laje maciça na passarela de acesso ao prédio.

Figura 4.5 | Laje nervurada - Projeto do prédio anexo da Assembléia Legislativa de SP



Fonte: arquivo pessoal do autor.

Definição de lajes

As lajes são elementos estruturais normalmente apoiadas em vigas e responsáveis por receber a maior parte dos carregamentos de uma edificação. Elas são consideradas elementos bidimensionais em função de sua espessura ser muitas vezes menor que as outras duas dimensões (largura e comprimento).

O fato das lajes receberem ações verticais, normais à superfície, conferem a ela o comportamento de placa que por definição é uma estrutura de superfície (área) e altura, sujeita a esforços perpendiculares à superfície.

As lajes também atuam como diafragmas horizontais rígidos, contribuindo para a estabilidade da estrutura, distribuindo as ações horizontais entre os pilares.

Nesta unidade, trabalharemos com as lajes maciças, mas, para que você se familiarize, vamos apresentar de maneira resumida, os tipos mais comuns de lajes utilizadas no Brasil.

Assimile

Estruturalmente, as lajes funcionam como elementos de placas, com as cargas principais perpendiculares a sua superfície. Ainda, as lajes têm a função de contribuir para a estabilidade estrutural, distribuindo as ações horizontais (por exemplo, a ação do vento) para os pilares. Essa função é comumente conhecida na engenharia civil como comportamento de diafragma horizontal.

Lajes pré-moldadas treliçadas

As lajes pré-moldadas treliçadas (Figura 4.6) são consideradas umas das mais econômicas, pois dispensam os gastos com formas e escoramento na obra. Elas podem ser preenchidas com isopor (EPS), blocos cerâmicos ou de concreto, ou até mesmo sem preenchimento (apenas com treliças pré-moldadas locadas lado a lado). Todas elas recebem uma capa de concreto que varia a espessura, dependendo do carregamento e da altura final da laje.

Figura 4.6 | Lajes pré-moldadas treliçadas preenchidas com blocos cerâmicos, blocos de concreto ou sem preenchimento



Fonte: <https://www.archdaily.com.br/br/889035/tipos-de-lajes-de-concreto-vantagens-e-desvantagens>. Acesso em: 28 ago. 2018.

Lajes alveolares

As lajes alveolares (Figura 4.7) também são pré-moldadas, formadas por painéis de concreto normalmente protendidos e são utilizadas para vencer grandes vãos. Também dispensam escoramento e formas.

Figura 4.7 | Lajes alveolares



Fonte: <https://www.archdaily.com.br/br/889035/tipos-de-lajes-de-concreto-vantagens-e-desvantagens>. Acesso em: 28 ago. 2018.

Lajes nervuradas

As lajes nervuradas (Figura 4.8) são utilizadas normalmente com propósito arquitetônico, mas podem ser utilizadas em qualquer tipo de obra, são ágeis e econômicas, podem vencer vãos consideráveis e as nervuras são em concreto armado moldado *in loco*. Os espaços vazios podem ser em isopor, tijolos ou formas de cubetas plásticas.

Figura 4.8 | Lajes nervuradas



Fonte: <https://www.flickr.com/photos/atex>. Acesso em: 20 jul. 2018.

Lajes Maciças

As lajes maciças (Figura 4.9) em concreto armado simples são o objeto do nosso estudo na Unidade 4, normalmente apoiadas em vigas, também existem as chamadas lajes planas ou lisas, apoiadas somente nos pilares.

As lajes maciças, em sua grande maioria, têm espessura constante, são armadas e concretadas *in loco*. O concreto fresco é lançado sobre as armaduras dimensionadas para o esforço de flexão, assim como as vigas. Suas armaduras principais podem ser em uma ou em duas direções.

As lajes maciças são bastante comuns em obras prediais e industriais, utilizadas como cobertura, pisos, muros de arrimo, caixas de água, escadas, rampas. Sua principal desvantagem é a utilização de formas (madeira ou metálica) e escoramentos durante a execução. Tornam-se mais viáveis, quando há repetição de piso com a reutilização dos materiais.

As dimensões econômicas para obras prediais, giram em torno de 4 a 7 metros de vão, sendo que, em obras prediais de pequeno porte ou obras populares, elas não são vantajosas economicamente, perdendo lugar para as lajes pré-fabricadas/moldadas.

Figura 4.9 | Lajes maciças



Fonte: iStock.

Pesquise mais

Saiba mais sobre as lajes maciças no vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=BSyouznFw6w&t=81s>. Acesso em: 28 ago. 2018.

Aprofunde seus conhecimentos, consultando o livro em nossa biblioteca digital: NETO, E. **Caderno de Receitas de Concreto Armado, Volume 3 Lajes**. LTC, Rio de Janeiro, 2018. No capítulo 4, assunto 4.3 - tipos de lajes. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788521634652/cfi/6/34!/4/30/6/2@0:80.2>. Acesso em: 24 jun. 2018.

Mas lembre-se de acessar a Biblioteca Virtual: clicar em *Minha Biblioteca* antes de utilizar o link.

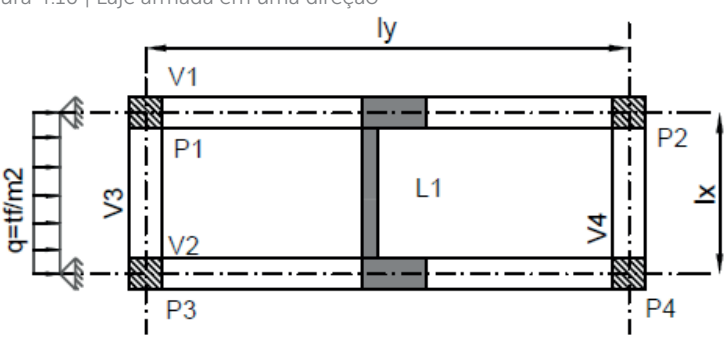
Lajes maciças armadas em uma direção e momentos solicitantes

As lajes maciças são classificadas principalmente quanto a direção da disposição da armadura principal, podendo ser armadas em uma ou em duas direções.

A definição das direções que as armaduras serão dispostas, é determinada em função da relação entre as dimensões da laje.

Considera-se armada em uma direção (Figura 4.10) a laje que tem a relação entre o maior lado (l_y) e o menor lado (l_x), maior que 2, ou seja: $\lambda = \frac{l_y}{l_x} > 2$.

Figura 4.10 | Laje armada em uma direção

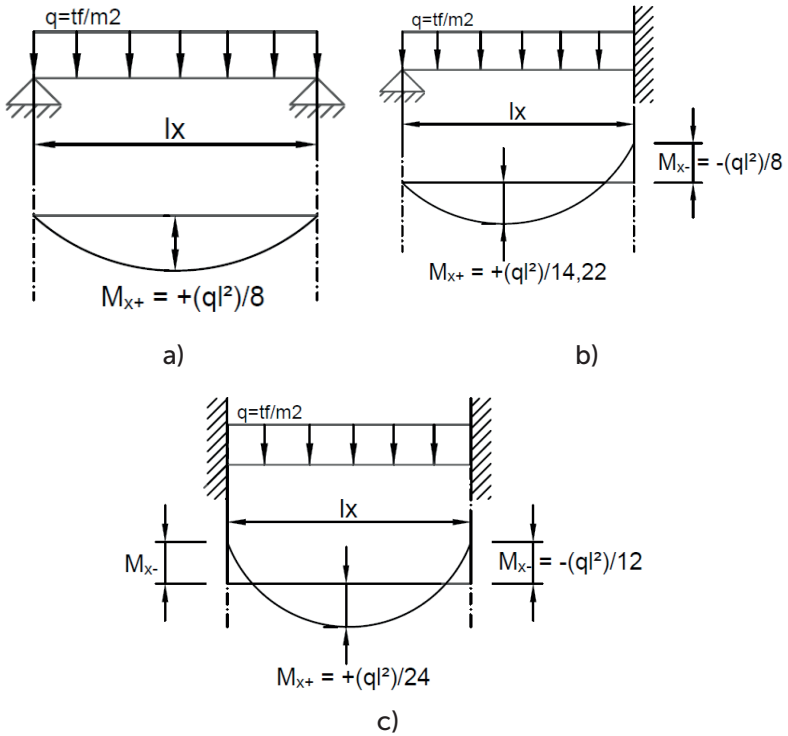


Fonte: elaborada pelo autor.

Quando temos uma laje armada em uma direção (Figura 4.10), consideramos a laje fletida no lado de menor vão (l_x), denominado direção principal. Dessa forma, o cálculo da armadura é feito como se a laje fosse uma viga com largura de 1 m (100 cm).

As possibilidades de vinculação e momentos fletores para as lajes armadas em uma direção são conforme a Figura 4.11:

Figura 4.11 | Laje armada em uma direção - a) bi apoiada, b) apoiada e engastada, c) bi engastada

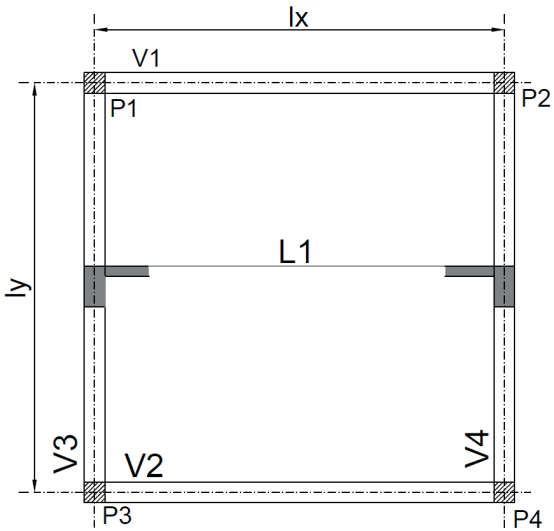


Fonte: elaborada pelo autor.

Lajes maciças armadas em duas direções (ou em cruz), momentos solicitantes e compatibilização dos momentos

Considera-se armada em duas direções ou em cruz (Figura 4.12) a laje que tem a relação entre o maior lado (l_y) e o menor lado (l_x), menor ou igual a 2, ou seja: $\lambda = \frac{l_y}{l_x} \leq 2$.

Figura 4.12 | Laje armada em duas direções



Fonte: elaborada pelo autor.

Pesquise mais

Dada a laje L1 com as seguintes dimensões: menor lado: $l_x = 3\,m$, maior lado $l_y = 7\,m$. Essa laje deverá ser armada em uma ou duas direções?

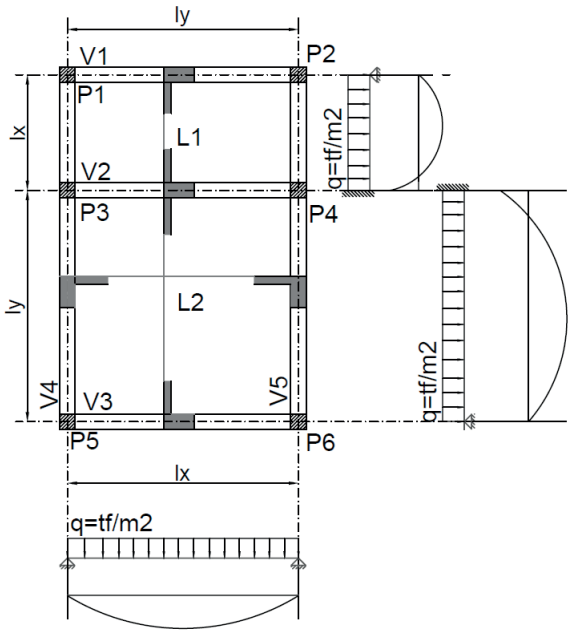
Resolução:

$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \Rightarrow \frac{7}{3} = 2{,}33 > 2$.: a laje será armada em uma direção.

Quando temos uma laje armada em duas direções, consideramos a flexão principal tanto na direção *X* como direção *Y*.

Existem diversas possibilidades de vínculos e de momentos fletores na direção *X* e na direção *Y*. A determinação dos momentos vai depender do tipo de vínculo em cada borda da laje, sendo que, teremos engastamento sempre que houver continuidade entre duas lajes (Figura 4.13). Caso não exista viga em uma das bordas, a vinculação é chamada de borda livre.

Figura 4.13 | Laje armada em duas direções - continuidade L1 com L2



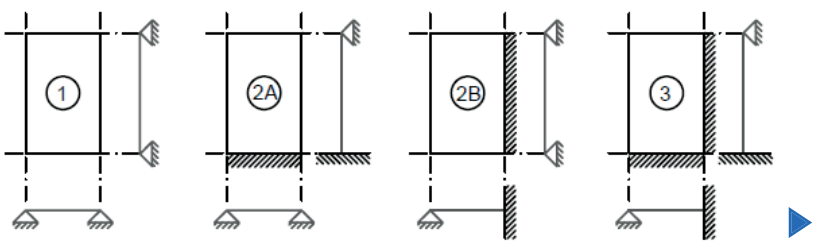
Fonte: elaborada pelo autor.

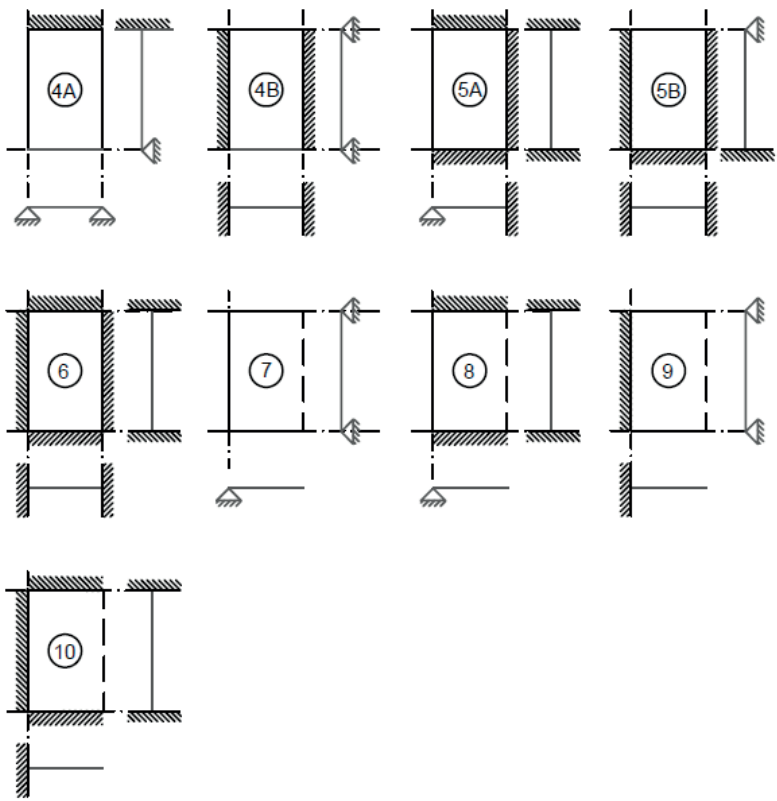
Vinculação nas bordas

A Figura 4.14 apresenta as principais possibilidades de vínculos nas lajes armadas em duas direções.

A numeração das lajes em função dos vínculos nas bordas, pode variar para cada autor. Estamos utilizando como referência as numerações adotadas no livro Concreto Armado: tabelas ábacos (PINHEIRO, 1994).

Figura 4.14 | Laje armada em duas direções - vinculações (carga uniformemente distribuída)





Fonte: Pinheiro (1994).

Compatibilização dos momentos fletores

Como sabemos, os momentos de engastamento são os momentos negativos, ou seja, são os responsáveis pelo dimensionamento das armaduras negativas.

As armaduras negativas são comuns entre duas lajes quando há continuidade entre elas e também são as armaduras principais de lajes em balanço.

O cálculo de uma laje é feito isoladamente, no entanto, quando há continuidade entre duas lajes temos dois valores de momentos negativos. A NBR-6118, item 14.7.6.2, permite que seja utilizado o maior valor de momento negativo no caso de predominância de cargas permanentes, adota-se o maior valor entre os momentos, em vez de equilibrá-los.

Outra opção da norma e também boa prática da engenharia é a compatibilização dos momentos negativos M'_x (ou M'_y), conforme o seguinte critério:

Considerando: $M'_{x1} \geq M'_{x2}$, o momento negativo final (M'_x), será o maior entre os dois valores da Tabela 4.1 e Figura 4.15:

Tabela 4.1 | compatibilização dos momentos fletores

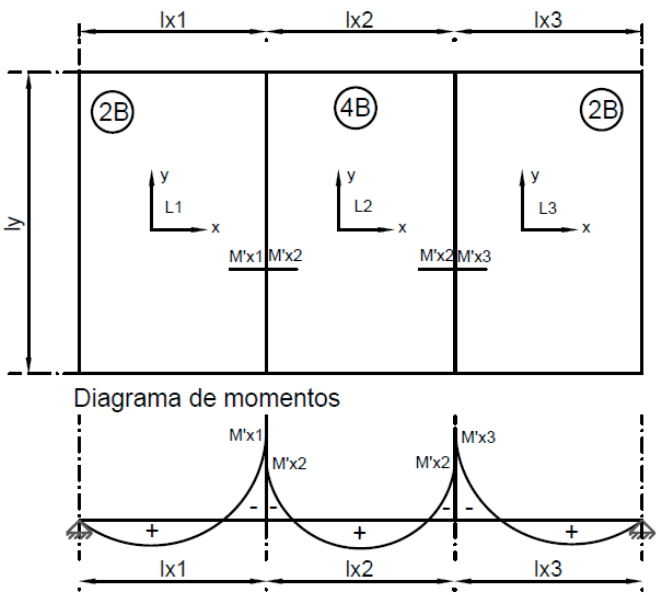
$M'_x \geq$	$0{,}8 \times M'_{x1}$
$M'_x \geq$	$\frac{M'_{x1} + M'_{x2}}{2}$

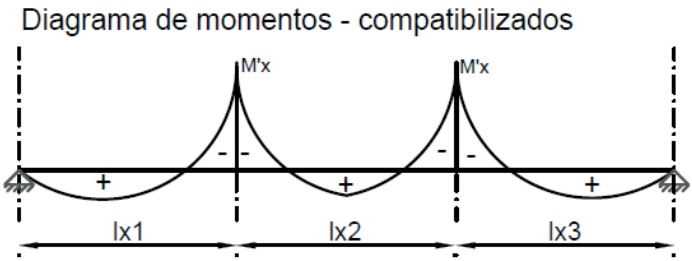
Fonte: elaborada pelo autor.

Reflita

Você saberia dizer qual o valor do momento negativo para o caso de duas lajes que não são contínuas entre si?

Figura 4.15 | Compatibilização dos momentos negativos





Fonte: elaborada pelo autor.

Atenção

Fique atento as unidades. As lajes recebem cargas por metro quadrado (área) e o momento final é por metro (para cada metro de laje).

Exemplificando

Duas lajes contínuas (engastadas) apresentam os momentos negativos: Laje 1: $M'_{y1} = 1500\,kN \times cm/m$ e Laje 2: $M'_{y2} = 1700\,kN \times cm/m$. Qual o valor do momento compatibilizado M'_y ?

Resolução:

$M'_y \geq 0{,}8 \times 1700 = 1360\,kN \times cm/m$ ou

$M'_y \geq \frac{1500 + 1700}{2} = 1600\,kN \times cm/m \Rightarrow$ o valor do momento será o maior entre os dois valores:

Resposta: $M'_y = 1600\,kN \times cm/m$.

Sem medo de errar

Agora está fácil resolver o seu primeiro desafio sobre o assunto lajes! Você já sabe como determinar se uma laje será armada em

uma ou duas direções e também as possibilidades de vínculos (apoios) das bordas.

Relembrando: o projeto da lavanderia tem apenas duas lajes no primeiro pavimento, conforme a planta de formas (Figura 4.1). A laje L1 é formada por um painel de 4,00x4,00 metros de vão efetivo e a laje L2 tem um painel de 1,50x4,00 metros, ambas com 10 cm de espessura.

Seu primeiro desafio será determinar as condições de apoio de cada laje (apoiada, engastada, livre) e quais lajes desse pavimento serão armadas em uma ou em duas direções.

Resolução:

Questão 1:

Devido à continuidade entre as lajes, teremos:

Laje L1: apoiada em três lados e engastada em um lado.

Laje L2: apoiada em três lados e engastada em um lado.

Questão 1:

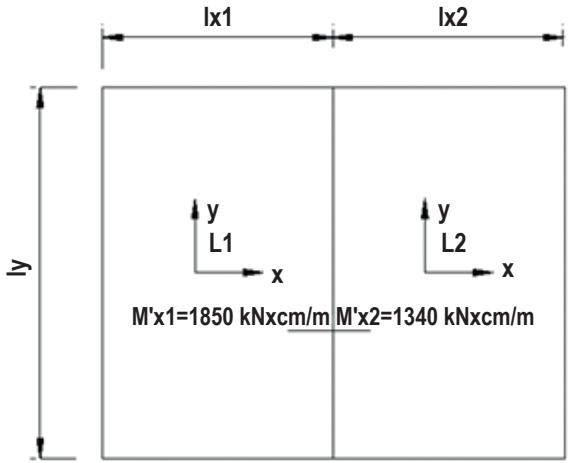
Laje L1: 4,00x4,00 m.: $\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{4,00}{4,00} = 1,00 < 2$.: a laje L1 será armada em duas direções.

Laje L2: 1,50x4,00 m.: $\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{4,00}{1,50} = 2,67 > 2$.: a laje L2 será armada uma direção.

Avançando na prática

Você está trabalhando em um projeto de um piso com duas lajes (L1 e L2) que será utilizado por escritórios. Foram fornecidos pelo cliente: esquema das lajes do local e os valores dos momentos de engastamento de cada laje (Figura 4.16). Sabe-se que as ações permanentes são predominantes.

Figura 4.16 | Esquema e momentos das lajes L1 e L2



Descrição da situação-problema

Sabendo que as lajes L1 e L2 estão niveladas pela face superior, quais os valores de momento fletor negativo que você poderá utilizar para realizar o dimensonamento das lajes? Sabe-se que há predominância dos carregamentos permanentes (NBR-6118, item 4.7.6.2).

Resolução da situação-problema

São conhecidos os momentos negativos isolados de cada laje. A norma permite que se utilize o maior dos dois valores de momento para o cálculo da armadura negativa, caso haja predominância da carga permanente.

Poderá ser utilizado no dimensionamento: momento fletor de 1850 kNxcm/m ou o maior dos dois momentos fletores, compatibilizados:

$$M'_x = 0{,}8 \times 1850 = 1480 kN \times cm / m$$ ou

$$M'_x = \frac{1850 + 1340}{2} = 1595\, kN \times cm / m\,.$$

Resposta: poderá ser utilizado:1850 kNxcm/m ou 1595 kNxcm/m.

Faça valer a pena

1. As lajes são elementos estruturais considerados bidirecionais em função da espessura ser muito menor que a largura e o comprimento. Você aprendeu que existem inúmeros tipos de lajes e que a definição do melhor tipo pode depender de uma exigência do projeto arquitetônico e da viabilidade estrutural e econômica. Seja qual for o motivo, ele deverá ser discutido entre as disciplinas interessadas para a escolha final.

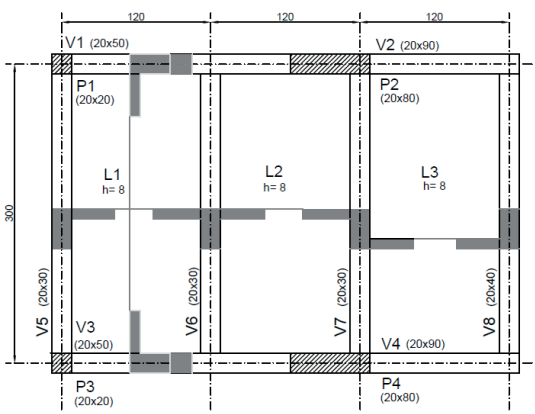
Das lajes citadas nesta seção, qual seria a melhor opção estrutural x econômica a ser implementada em um conjunto residencial popular com prédios de quatro pavimentos e vãos não maiores que 4,00 m?

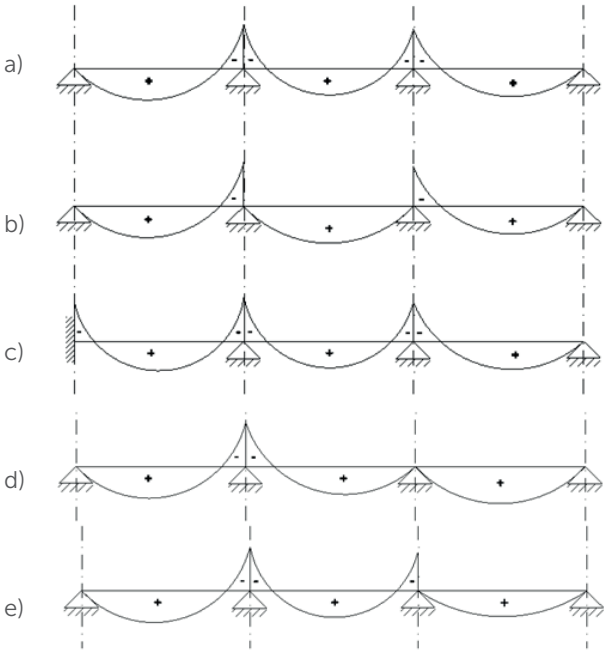
a) Laje tipo alveolar protendida.
b) Laje maciça em concreto armado simples, armada em uma direção.
c) Laje pré-moldada treliçada com preenchimento em bloco cerâmico.
d) Laje nervurada com preenchimento em isopor.
e) laje maciça em concreto armado simples, armada em duas direções.

2. As lajes maciças são dimensionadas para resistir os esforços de flexão, assim como as vigas. O primeiro passo para se dimensionar uma laje é definir se essas lajes serão armadas em uma ou duas direções e quais suas condições de apoio.
Com o projeto de formas em mãos, você já poderá realizar esse estudo.

Dada a planta de formas da Figura 4.17, qual o diagrama de momentos fletores, representa o esquema estático das lajes armadas em uma direção: L1, L2 L3?

Figura 4.17 | Planta de formas hipotética

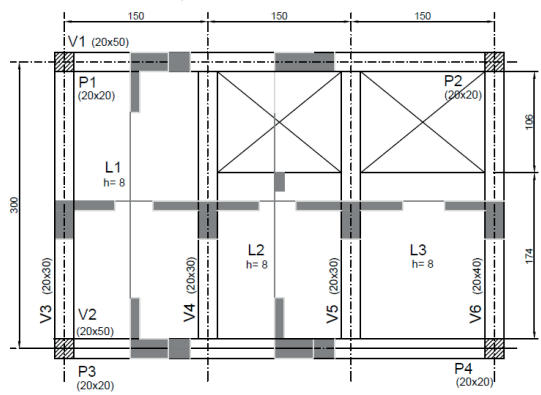




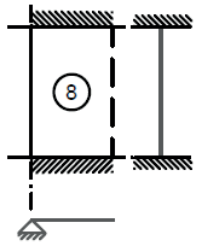
3. As lajes armadas em duas direções são aquelas que a relação entre o maior lado e o menor lado resulta, menor ou igual a 2.
Quando as lajes são armadas em duas direções, a análise de sua vinculação deve ser feita para as quatro bordas (para laje retangular).

Dada a planta de formas da Figura 4.18, qual esquema estático que representa a laje L2?

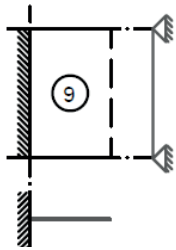
Figura 4.18 | Planta de formas hipotética 2



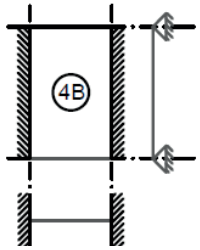
a)



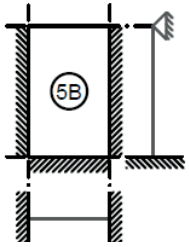
b)



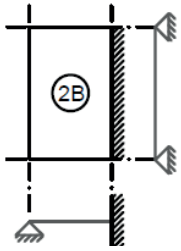
c)



d)



e)



Seção 4.2

Comportamento das lajes maciças

Diálogo aberto

Definidos os tipos de lajes (armadas em uma direção ou armadas em duas direções) e as suas vinculações (apoiada, engastada ou livre) nos quatro lados, você já começa a visualizar quais serão as vigas que receberão mais cargas.

Para proceder com a definição das cargas que irão para as vigas, primeiramente, você deve levantar quais serão as ações atuantes nas lajes, além do seu peso próprio.

Você anotou durante a reunião de seu projeto que as lajes de piso do primeiro pavimento serão inicialmente com espessura de 10 cm, destinadas ao uso da lavanderia e haverá um contra piso de 3 cm de espessura com peso específico da argamassa de 21 KN/m^3. Os pesos específicos dos materiais utilizados podem ser obtidos na norma NBR-6120 (ABNT, 1980).

Também ficou definido que haverá um revestimento cerâmico sobre a laje de 0,15 KN/m^2 e que não haverá alvenaria sobre as lajes.

Não houve definição se haverá revestimento na face inferior da laje ou apenas pintura, então você adotou uma carga adicional de 0,20 KN/m^2.

Com essas informações, você deverá determinar as cargas totais atuantes nas lajes L1e L2 do primeiro pavimento (Figura 4.1), que deverão ser lançadas posteriormente no software para o dimensionamento.

Após as definições das cargas e conhecendo os vãos de cada laje, você está pronto para completar o desafio desta seção, que é definir o lançamento das cargas nas vigas (reações de apoio).

O cálculo das reações de apoio das lajes é automaticamente efetuada pelos softwares de cálculo, mas como essas serão suas

primeiras lajes, você deverá fazer as distribuições de cargas nas vigas do primeiro pavimento manualmente, com o auxílio das tabelas que farão parte dessa seção.

Para obter sucesso, você deverá aumentar ainda mais sua dedicação e atenção, pois esta seção trará muitas informações, incluindo assuntos já estudados nas unidades anteriores.

Não deixe de praticar os exercícios e boa sorte!

Não pode faltar

Introdução:

Iniciamos na seção anterior o estudo de um novo elemento estrutural: a laje!

Você já conhece os tipos mais comuns de lajes utilizadas no Brasil e conhece também um tipo específico de laje em concreto armado, denominado laje maciça, escopo da nossa Unidade 4.

Agora vamos nos aprofundar no estudo das lajes maciças, objetivando o cálculo e dimensionamento dessas lajes.

Nesta seção, vamos abordar as principais ações atuantes nas lajes, as espessuras mínimas de norma e os cobrimentos mínimos. Vamos entender como as cargas são distribuídas nos apoios (vigas), como são calculadas as deformações (flechas) e quais os limites dessas deformações.

Ações nas lajes, espessuras mínimas e cobrimentos mínimos

Os principais carregamentos ou ações que atuam sobre uma laje de projeto predial são: as cargas permanentes, normalmente definidas no projeto de arquitetura nos quais são determinados o tipo de piso e contrapiso, o tipo de revestimento na face inferior e se haverá alvenaria sobre a laje ou não.

Todas essas informações são convertidas em cargas em função das dimensões (espessura, altura, comprimento) e do

peso específico de cada material que pode ser obtido na norma NBR-6120.

Caso a laje seja armada em duas direções e haja alvenaria sobre ela, todo o peso dessa alvenaria deverá ser distribuído pela área total da laje, teremos: $p_{alv.} = \frac{e \times h \times l \times \gamma_{alv.}}{Área\ da\ laje}$, na qual: *e*: espessura da alvenaria, *h*: altura da alvenaria, *l:* comprimento da alvenaria e $\gamma_{alv.}$: peso específico da alvenaria (NBR-6120).

Quando a laje é armada em uma direção e a alvenaria sobre ela é perpendicular a direção principal, considera-se a carga dessa alvenaria como uma carga concentrada: $p_{alv.} = e \times h \times \gamma_{alv.} \times 1m$.

Para o caso das lajes armadas em uma direção, mas com a alvenaria paralela a direção principal, calcula-se a região com alvenaria e a região sem alvenaria, obtendo uma áreas de aço para cada região. Na região onde está a alvenaria, a carga é distribuída por uma área de influência: $A_{\inf l.} = (\frac{2}{3} \times l_x) \times l_x$, na qual l_x é o menor lado da laje, portanto a carga será: $p_{alv.} = \frac{e \times h \times l \times \gamma_{alv.}}{A_{\inf l.}}$.

Além das cargas permanentes, teremos também as cargas variáveis (ou acidentais), que são as sobrecargas de utilização (cozinha, sala etc.) também definidas pela norma NRB-6120.

O engenheiro civil é o responsável pelo lançamento das cargas sobre as lajes, sendo assim, ele deve se certificar com a arquitetura, se, além das cargas mencionadas e do peso próprio da laje, haverá alguma carga extra, proveniente de um móvel específico ou qualquer elemento que possa gerar algum carregamento não previsto inicialmente.

Em projetos industriais, além da arquitetura, as demais disciplinas envolvidas no projeto devem ser analisadas sob o ponto de vista de cargas sobre as lajes, por exemplo, equipamentos mecânicos (estáticos e dinâmicos), bandejas de fiação elétrica penduradas sob as lajes, tubulações industriais, painéis elétricos e de instrumentação etc

Exemplificando

Considere uma laje maciça de vãos efetivos, 4x4 m e espessura de 8 cm, apoiada nas quatro bordas. Essa laje receberá um contrapiso de 4 cm e peso específico de $21 kN/m^3$, piso cerâmico sobre o contrapiso de $0,21 kN/m^2$. A laje será utilizada como sala de visitas e terá um revestimento inferior em argamassa de cal, cimento e areia de 2 cm (peso específico, conforme NBR-6120 de $19\,kN/m^3$).

Sobre a laje, haverá uma parede de alvenaria com espessura de 14 cm, altura de 2,80 m e 3,00 m de comprimento, sendo que o peso específico do bloco cerâmico é de $18\,kN/m^3$ (NBR-6120). Qual será o valor total do carregamento sobre essa laje?

Resolução:

Cargas permanentes:

- peso próprio da laje: $p.p. = h \times \gamma_{conc.} \Rightarrow p.p. = 0,08 \times 25 = 2\,kN/m^2$.

- peso do contra piso: $= h \times \gamma_{cont.} \Rightarrow 0,04 \times 21 = 0,84\,kN/m^2$.

- peso do piso cerâmico $= 0,21 kN/m^2$.

- revestimento inferior $= h \times \gamma_{rev.} \Rightarrow 0,02 \times 19 = 0,38\,kN/m^2$.

- peso da alvenaria sobre a laje $= \dfrac{0,14 \times 2,80 \times 3,00 \times 18}{4,00 \times 4,00} = 1,32\,kN/m^2$.

Obs.: A carga da alvenaria se distribui sobre toda área da laje, por ser armada em 2 direções: $\lambda = \dfrac{4}{4} = 1 < 2 \Rightarrow$ duas direções!

Carga acidental:

- carga acidental (sobrecarga) $= 1,5\,kN/m^2$ (sala de estar - NBR-6120, (ABNT, 1980).

Total do carregamento:

q = carga permanente + carga acidental

$$q = 4,75 + 1,50 = 6,25\,kN/m^2 .$$

Espessuras mínimas das lajes: segundo a NBR-6118, item 13.2.4.1 (ABNT, 2014):

7 cm: lajes de cobertura não em balanço.

8 cm: lajes de piso não em balanço.

10 cm: lajes em balanço.

10 cm: lajes que suportam veículos até 30 kN.

12 cm lajes que suportam veículos com mais que 30 kN.

15 cm: lajes com protensão apoiada em vigas.

16 cm: lajes lisas.

14 cm: lajes cogumelo, fora do capitel.

Cobrimentos mínimos.

Os cobrimentos mínimos são obtidos em função da classe de agressividade ambiental, tabelas 1.1 e 1.2 (Unidade 1, Seção 2).

Reações de apoio nas vigas

As lajes são elementos estruturais que normalmente se apoiam sobre as vigas. A determinação da parcela de carga que vai para cada viga é chamada de reação de apoio.

Se a laje for armada em uma direção, as cargas sobre ela serão distribuídas na direção principal, conforme a Figura 4.19, resultando a reação de apoio em cada viga:

Lajes armadas em uma direção (x):

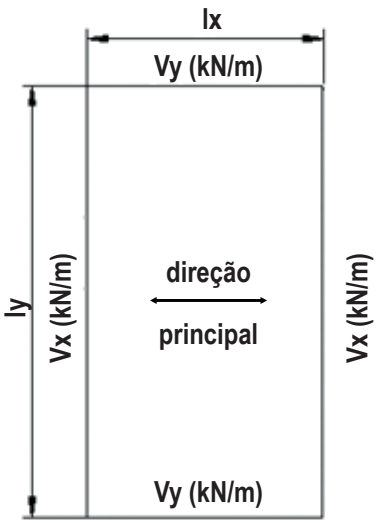
Laje bi apoiada: $v_x = \frac{q \times l_x}{2}$.

Laje engastada e apoiada: $v'_x = \frac{5 \times q \times l_x}{8}$ e $v_x = \frac{3 \times q \times l_x}{8}$ respectivamente.

Laje engastada e engastada: $v'_x = \frac{q \times l_x}{2}$.

Na direção secundária (l_y), adota-se uma parcela de carga de 15%, portanto a reação na direção *y*, será: $v_y = 0{,}15 \times q \times l_x$.

Figura 4.19 | Distribuição de cargas - exemplo de laje armada em uma direção (biapoiada)

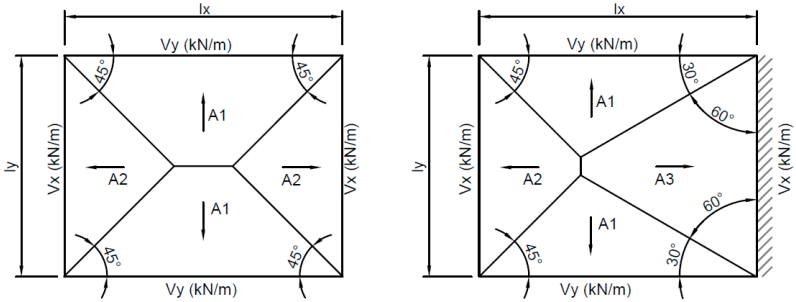


Fonte: elaborada pelo autor.

Caso a laje seja armada em duas direções, as cargas serão distribuídas para todas as bordas, sendo que, a NBR-6118, item 14.7.6.1 (ABNT, 2014) permite aproximações de cálculo, conforme representado na Figura 4.20.

Lajes armadas em duas direções

Figura 4.20 | Distribuição de cargas - áreas de influência



Fonte: elaborada pelo autor.

a) As reações em cada apoio, correspondem a área do triângulo ou trapézio, multiplicada pela carga distribuída sobre a laje, dividido pelo comprimento do apoio: $v_y = \frac{A_1 \times q}{l_x}$, $v_x = \frac{A_2 \times q}{l_y}$ ou $v_x = \frac{A_3 \times q}{l_y}$, na qual: área em m^2, carga em kN/m^2, comprimento do apoio (viga) em *m*.

b) As áreas (A1, A2, A3) para a distribuição da carga da laje são definidas (Figura 4.20):

- 45^0 entre dois apoios do mesmo tipo.
- 60^0 a partir do apoio engastado, se o outro for simplesmente apoiado.
- 90^0 a partir do apoio, quando a borda vizinha for livre.

Além das considerações aproximadas fornecidas pela norma, dispomos de tabelas (Figura 4.21), com coeficientes que permitem o cálculo das reações para diferentes condições de apoio.

As tabelas são para as lajes armadas em duas direções e fornece a equação geral: $V = v \times \frac{q \times l_x}{10}$, na qual: *V*= reação de apoio; *v*=coeficiente tabelado em função do $\lambda = \frac{l_y}{l_x}$ (Figura 4.21) *q*=carga uniformemente distribuída (kN/m^2); *lx*= menor vão da laje.

Figura 4.21 | Trecho da tabela para determinação das reações de apoio das lajes maciças com carga uniformemente distribuída

Tabela 2.2a
REAÇÕES DE APOIO EM LAJES COM CARGA UNIFORME

$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Tipo 1		Tipo 2A			Tipo 2B			$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$
	ν_x	ν_y	ν_x	ν_y	ν'_y	ν_x	ν'_x	ν_y	
1,00	2,50	2,50	1,83	2,75	4,02	2,75	4,02	1,83	1,00
1,05	2,62	2,50	1,92	2,80	4,10	2,82	4,13	1,83	1,05
1,10	2,73	2,50	2,01	2,85	4,17	2,89	4,23	1,83	1,10
1,15	2,83	2,50	2,10	2,88	4,22	2,95	4,32	1,83	1,15
1,20	2,92	2,50	2,20	2,91	4,27	3,01	4,41	1,83	1,20

Fonte: <http://www.gdace.uem.br/romel/MDidatico/EstruturasConcretoII/21%20Tabelas%20de%20lajes.pdf>. Acesso em: 2 ago. 2018.

Para utilizar as tabelas, primeiramente, você deverá definir o tipo de laje e o valor da relação entre os lados $\lambda = \frac{l_y}{l_x}$. Com isso, você obtém os coeficientes *v*, que deverão ser inseridos na equação geral, obtendo assim, as reações em cada apoio (vigas). Observe que, na equação geral, sempre é utilizado l_x.

Atenção

Para o dimensionamento de lajes, muitas tabelas são utilizadas. As tabelas de Pinheiro contidas no link (<http://www.gdace.uem.br/romel/MDidatico/EstruturasConcretoII/21%20Tabelas%20de%20lajes.pdf>. Acesso em: 29 ago. 2018.) e também nos anexos da apostila do professor Paulo Bastos (<http://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/concreto1/Lajes.pdf>. Acesso em: 29 ago. 2018.) são bons exemplos. Os QRCodes no seu livro é uma outra forma de acessá-las. Guarde-as em seus arquivos pessoais pois são muito úteis!

Acessando o link https://cm-kls-content.s3.amazonaws.com/ebook/embed/qr-code/2018-2/estruturas-de-concreto-armado-I/u4/s1/figuras_eca_I.rar ou por meio do QR Code.

Flechas nas lajes

Os deslocamentos verticais sofridos pelas lajes são denominados flechas e devem atender aos limites máximos recomendados pela NBR-6118, item 13.3 (ABNT, 2014) e representados na Tabela 4.3.

De maneira geral, a verificação dos valores limites das flechas deve levar em consideração a armadura do elemento analisado (laje), a existência de fissuras ao longo dessa armadura e as deformações sofridas ao longo do tempo (ABNT, 2014).

A flecha total sofrida por uma laje é composta por duas parcelas, sendo que uma delas refere-se as flechas imediatas, que ocorrem quando aplicado o primeiro carregamento no elemento estrutural e a segunda parcela, refere-se ao acréscimo de deformação que o elemento estrutural sofre ao longo do tempo, nesse caso, chamamos de flecha diferida no tempo.

Flechas imediatas para lajes armadas em duas direções

As flechas imediatas podem ser calculadas admitindo-se o comportamento elástico e podem ser obtidas por meio de tabelas em função das condições de apoio e do tipo de carregamento. Vamos considerar, em nossos estudos, o carregamento uniformemente distribuído e a tabela de Pinheiro (2007) (Figura 4.22).

Equação geral da flecha imediata para lajes armadas em duas direções: $a_i = \frac{\alpha \times b}{100 \times 12} \times \frac{q \times l_x^4}{EI}$, (Tabela 4.22), na qual:

$a_i =$ flecha imediata (*cm*).

$q =$ carregamento da laje (kN/cm^2) para combinações quase permanentes de serviço, item 11.8.3.2, NBR-6118 (ABNT, 2014): $q = F_d = \sum F_g + \sum \psi_2 \times F_q$,

considerando $\psi_2 = 0,3 \Rightarrow$ local sem predominância de pesos de equipamentos fixos (coeficiente foi extraído da tabela 11.2 da NBR-6118).

$l_x =$ menor vão da laje (cm); $l_y =$ maior vão da laje (*cm*).

$\alpha =$ coeficiente tabelado em função do tipo de laje e da relação entre lados, $\lambda = \frac{l_y}{l_x}$ - (tabela da Figura 4.22).

b= largura da laje: 100 cm.

$EI =$ rigidez da laje à flexão (kN/cm^2), sendo:

$E =$ módulo de elasticidade secante do concreto e $I =$ momento de inércia da seção.

O módulo de elasticidade secante do concreto pode ser obtido no item 8.2.8 da NBR-6118 (ABNT, 2014), (revisite a Unidade 1, Seção 1):

O cálculo das flechas deve garantir o ELS (estado limite de serviço). Lembramos que no ELS as estruturas trabalham parcialmente no estádio I (concreto resiste à tração e a peça não está fissurada) e parcialmente no estádio II (concreto não resiste a tração e a peça está fissurada) (revisite a Unidade 1, Seção 3) e a separação entre esses estádios se dá pelo momento fletor de fissuração (M_r), que pode ser calculado pela equação fornecida no item 17.3.1 da NBR-6118 (ABNT, 2014):

$M_r = \frac{\alpha \times f_{ct} \times I_c}{y_t}$ ($kN \times cm$), na qual:

- $\alpha \Rightarrow$ é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta. Os valores de α são dados em função do tipo de seção da peça, conforme item 17.3.1 da NBR-6119 (ABNT, 2014). Para as lajes (seção retangular): $\alpha = 1{,}5$.

- Para a verificação da abertura de fissuras, o cálculo do momento de fissuração será 70% da resistência média à tração do concreto (revisite a Unidade 1, Seção 1) : $f_{ctk,\inf} = 0{,}70 \times f_{ctm}$, na qual:

$f_{ct,m} = 0{,}30 \times \sqrt[3]{f_{ck}^{\,2}} \Rightarrow$ resistência média do concreto à tração (revisite a Unidade 1, Seção 1) com f_{ck} em MPa.

- Para a verificação da flecha (deslocamentos) calculamos o momento de fissuração utilizando a resistência média do concreto à tração ($f_{ct,m}$).

- $y_t = h/2 \Rightarrow$ distância do centro de gravidade (c.g.) da seção até a fibra mais tracionada da laje: *h*= espessura da laje.

- $I_c = \frac{b \times h^3}{12} \Rightarrow$ momento de inércia: (cm^4), $b = 100\,cm$ (1 metro de laje ou 100 cm).

Para uma avaliação aproximada da flecha imediata a NBR-6118, item 17.3.2.1.1, fornece a equação para o cálculo da rigidez (*EI*), neste caso, denominada rigidez equivalente (EI_{eq}).

Portanto, quando o momento máximo atuante (M_a) na seção for maior que o momento fletor de fissuração (M_r) a rigidez será: $EI = EI_{eq}$.

Atenção

Os carregamentos utilizados para determinar o momento atuante na verificação das flechas, devem obedecer às combinações quase permanentes de serviço.

NBR-6118, item 11.8.3.2 - Tabela 1.4 (ABNT, 2014).

Se $M_a > M_r \Rightarrow EI = EI_{eq}$

$$EI_{eq} = E_{cs} \times \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \times I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \times I_{II} \right\} \leq E_{cs} \times I_c \text{ , sendo :}$$

- $I_{II} =$ Momento de inércia para linha neutra (X_{II}), no estádio II: $I_{II} = \frac{b \times X_{II}^{\ 3}}{12} + b \times X_{II} \left(\frac{X_{II}}{2} \right)^2 + \alpha_e \times A_s \times (d - X_{II})^2$, (BASTOS, 2015).

- Posição da linha neutra no estádio II (X_{II}):

$$X_{II}^{\,2} + \left(\frac{2 \times A_s \times \alpha_e}{b}\right) \times X_{II} - \left(\frac{2 \times A_s \times d \times \alpha_e}{b}\right) = 0 \Rightarrow$$ encontra-se X_{II} , (BASTOS, 2015).

$A_s =$ armadura tracionada (cm^2).

$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} \Rightarrow$ A relação entre os materiais (aço e concreto). O coeficiente equivale a contribuição do aço no cálculo do momento de inércia da seção no estádio II.

Lembramos que o módulo de elasticidade do aço utilizado é de:

$E_s = 21000\, kN/cm^2$.

Atenção

Observe que o α_e usado no cálculo do momento de inércia para linha neutra no estádio II (X_{II}), difere do α_e usado no módulo de elasticidade inicial do concreto (E_{ci}) que leva em consideração a brita utilizada.

Quando o momento positivo atuante na laje (M_a) é menor que o momento de fissuração (M_r) (Estádio I), a rigidez da peça (*EI*) é calculada com módulo de elasticidade (*E)* de acordo com a NBR-6118, item 8.2.8 (ABNT, 2014) e pode ser revisto na Unidade 1, Seção 1 deste livro.

O momento de inércia (*I)* é parte do estudo de resistência dos materiais.

$$M_a < M_r \Rightarrow EI = E_{cs} \times I_c$$

- Módulo de elasticidade secante do concreto: $E_{cs} = \alpha_i \times E_{ci}$ (kN/cm^2), sendo:

$$\alpha_i = 0{,}8 + 0{,}2 \times \frac{f_{ck}}{80}$$.

$E_{ci} = \alpha_e \times 5600 \times \sqrt{f_{ck}} \Rightarrow f_{ck}$ em MPa - para f_{ck} de 20 a 50 MPa.

$\alpha_e =$ coeficiente em função do tipo de brita (visto na Unidade 1, Seção 1):

Flechas imediatas para lajes armadas em uma direção: são calculadas pelas equações (resistência dos materiais):

- laje biapoiada: $a_i = \dfrac{5 \times q \times l^4}{384 \times E_{cs} \times I_c}$.

- laje engastada e apoiada: $a_i = \dfrac{1 \times q \times l^4}{185 \times E_{cs} \times I_c}$.

- laje engastada e engastada: $a_i = \dfrac{1 \times q \times l^4}{384 \times E_{cs} \times I_c}$.

Flechas diferida no tempo (deformação lenta)

A NBR-6118, item 17.3.2.1.2, especifica para a flecha adicional decorrente de cargas de longa duração em função da fluência, a equação para verificação aproximada (ABNT, 2014):

$\alpha_f = \dfrac{\Delta\xi}{1 + 50 \times \rho'} \Rightarrow \rho' = \dfrac{A'_s}{b \times d}$, sendo:

- área de armadura comprimida (caso exista): A'_s.

- largura da seção transversal: *b* (100 cm).

- altura útil: *d*.

- coeficiente em função do tempo: $\xi \Rightarrow$ obtido na Tabela 4.2.

- $\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \Rightarrow \xi_t = 0{,}68 \times (0{,}996^t) \times t^{0{,}32} \Rightarrow$ para tempo ($t \leq 70$ meses).

Para o tempo $t > 70$ meses: $\xi_t = 2$.

Tabela 4.2 | Valores do coeficiente ξ em função do tempo

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
Coeficiente ξ (t)	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

Fonte: Tabela 17.1, NBR-6118 (ABNT, 2014).

- sendo $t_0 =$ a idade que se aplicou a carga, obtemos o $\xi(t_0)$, na Tabela 4.2.

Flecha total

A flecha total é o resultado da soma da flecha imediata mais uma parcela adicional (α_f) dessa flecha (imediata) que leva em conta o efeito do tempo, portanto:

$$a_t = a_i \times (1 + \alpha_f).$$

Assimile

Além do dimensionamento das lajes no ELU, obrigatoriamente deve-se verificar a deformação total (da ordem de aproximadamente 3x a deformação imediata) e compará-la com os limites da norma brasileira.

Figura 4.22 | Trecho da tabelas para valores de α - cálculo de flecha imediata

Tabela 2.5a

FLECHAS EM LAJES COM CARGA UNIFORME – VALORES DE α

$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Tipo de Laje								
	1	2A	2B	3	4A	4B	5A	5B	6
1,00	4,76	3,26	3,26	2,46	2,25	2,25	1,84	1,84	1,49
1,05	5,26	3,68	3,48	2,72	2,60	2,35	2,08	1,96	1,63
1,10	5,74	4,11	3,70	2,96	2,97	2,45	2,31	2,08	1,77
1,15	6,20	4,55	3,89	3,18	3,35	2,53	2,54	2,18	1,90

Fonte: <http://www.gdace.uem.br/romel/MDidatico/EstruturasConcretoII/21%20Tabelas%20de%20lajes.pdf>. Acesso em: 2 ago. 2018.

Exemplificando

Calcular a flecha imediata e verificar se haverá formação de fissuras para a laje armada em duas direções com os seguintes dados:

- Laje apoiada nos quatro lados com $l_x = 400\,cm$ e $l_y = 420\,cm$.

- Momento atuante na direção x: $M_a = 890\,kN \times cm$ (adotar o valor do momento para verificação de fissuração e flecha); carga $q = 12\,kN/m^2$.

- Concreto classe:C30; área de aço tracionada: $7{,}00\,cm^2$.

- Altura da laje 10 cm (adotar a altura útil: d= 7 cm).

- Módulo de elasticidade do aço: $E_s = 210000\,MPa$.

- Coeficiente α para o cálculo do momento de fissuração (seção retangular): $\alpha = 1{,}5$.

- Utilizar a fórmula geral para cálculo da flecha inicial e determinação de α constante na tabela da Figura 4.22.

- As unidades finais devem estar em kN e cm.

Resolução:

1. Cálculo do momento fletor de fissuração da laje para verificação da formação de fissuras:

1. Resistência média do concreto à tração:

$$f_{ct} = f_{ct,m} = 0{,}30 \times \sqrt[3]{f_{ck}^{\,2}} \Rightarrow$$

$$f_{ct,m} = 0{,}30 \times \sqrt[3]{30^2} = 2{,}90\,MPa = 0{,}29\,kN/cm^2$$

2. Resistência do concreto à tração inferior:

$$f_{ct} = 0{,}7 \times f_{ct,m} \Rightarrow \; f_{ct} = 0{,}7 \times 0{,}29 = 0{,}20\,kN/cm^2$$

3. Distância do centro de gravidade da seção da laje até a fibra mais tracionada:

Para a laje de 10 cm (dado): $y_t = h/2 \Rightarrow \; y_t = 10/2 = 5\,cm$

4. Momento de inércia da laje (para a faixa de 1 metro de largura):

$$I_c = \frac{b \times h^3}{12} \Rightarrow \quad I_c = \frac{100 \times 10^3}{12} = 8333\, cm^4$$

5. Coeficiente α para o cálculo do momento de fissuração: para seção retangular: $\alpha = 1,5$ (dado).

5. Momento de fissuração:

$$M_r = \frac{\alpha \times f_{ct} \times I_c}{y_t} \Rightarrow \quad M_r = \frac{1,50 \times 0,20 \times 8333}{5} = 500\, kN \times cm$$

2. Verificação quanto a fissuração:

O momento atuante na direção x : $M_a = 890\, kN \times cm$ (dado)

$$M_a > M_r \Rightarrow \quad 890\, kN \times cm > 500\, kN \times cm$$

como o momento atuante é maior que o momento de fissuração, haverá fissura em serviço (ELS).

3. Cálculo do momento fletor de fissuração da laje para verificação da flecha (deslocamento):

1. Usa-se a resistência média do concreto à tração (já calculado):

$$f_{ct,m} = 0,29\, kN / cm^2$$

$$M_r = \frac{\alpha \times f_{ct} \times I_c}{y_t} \Rightarrow M_r = \frac{1,50 \times 0,29 \times 8333}{5} = 725\, kN \times cm$$

4. Momento atuante: $M_a = 890\, kN \times cm$ (dado)

$M_a > M_r \Rightarrow 890\, kN \times cm > 725\, kN \times cm$ (devemos calcular EI_{eq}).

- Módulo de elasticidade do aço:

$$E_s = 210000\, MPa = 21000\, kN \times cm^2$$

- Módulo de elasticidade secante do concreto:

$$E_{cs} = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{f_{ck}} \Rightarrow f_{ck} = 30\, MPa$$

$$E_{cs} = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{30} = 26072\, MPa = 2607,20\, kN \times cm^2$$

- Área de aço da laje: $7{,}00\,cm^2/m$ (dado)

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} \Rightarrow \alpha_e = \frac{210000}{26072} = 8{,}05$$

- Cálculo da linha neutra no estádio II - (determinação de: X_{II})

$$X_{II}^{\,2} + \left(\frac{2 \times A_s \times \alpha_e}{b}\right) \times X_{II} - \left(\frac{2 \times A_s \times d \times \alpha_e}{b}\right) = 0$$

$$X_{II}^{\,2} + \left(\frac{2 \times 7{,}00 \times 8{,}05}{100}\right) \times X_{II} - \left(\frac{2 \times 7{,}00 \times 7 \times 8{,}05}{100}\right) = 0$$

$X_{II}^{\,2} + 1{,}13 \times X_{II} - 7{,}89 = 0 \Rightarrow$ equação de 2^0 grau.

$\Rightarrow x_1 = 2{,}30$

7-2,3- Cálculo do momento de inércia no estádio II (I_{II}):

$$I_{II} = \frac{b \times X_{II}^{\,3}}{12} + b \times X_{II} \times \left(\frac{X_{II}}{2}\right)^2 + \alpha_e \times A_s \times (d - X_{II})^2$$

$$I_{II} = \frac{100 \times 2{,}30^3}{12} + 100 \times 2{,}30 \times \left(\frac{2{,}30}{2}\right)^2 + 8{,}05 \times 7{,}0 \times (7 - 2{,}30)^2 = 1650{,}34\,cm^4$$

- Cálculo do momento de inércia equivalente: $EI = EI_{eq}$

$$EI_{eq} = E_{cs} \times \left\{\left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 \times I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] \times I_{II}\right\} \leq E_{cs} \times I_c$$

$$EI_{eq} = 2607{,}2 \times \left\{\left(\frac{725}{890}\right)^3 \times 8333 + \left[1 - \left(\frac{725}{890}\right)^3\right] \times 1650{,}34\right\} \leq 2607{,}2 \times 8333$$

$$EI_{eq} = 2607{,}2 \times \{0{,}54 \times 8333 + [1 - 0{,}54] \times 1650{,}34\} \leq 21725798$$

$$EI_{eq} = 2607{,}2 \times \{4500 + [0{,}46] \times 1650{,}34\} \leq 21725798$$

$$EI_{eq} = 13711673\,kN \times cm^2 \leq 21725798\,kN \times cm^2 \text{ - ok}$$

- Cálculo da flecha imediata:

α : obtido na tabela da Figura 4.22, para laje apoiada nas quatro bordas:

$\alpha = 5,26$; $\lambda = \frac{l_y}{l_x} \Rightarrow \lambda = \frac{420}{400} = 1,05$; $q = 12\,kN/m^2 \Rightarrow$

$q = 0,0012\,kN/cm^2$ (dado)

$$a_i = \frac{\alpha \times b}{100 \times 12} \times \frac{q \times l_x^{\,4}}{EI}$$

$$a_i = \frac{5,26 \times 100}{100 \times 12} \times \frac{0,0012 \times 400^4}{13711673} = 0,98\,cm\ .$$

Resposta: Flecha imediata = 0,98 cm.

Obs.: a fórmula final do cálculo da flecha imediata, utilizada aqui, é encontrada no final da Tabela 2.2a (Figura 4.22 desta seção com acesso pelo link/QRCode).

Acessando o link https://cm-kls-content.s3.amazonaws.com/ebook/embed/qr-code/2018-2/estruturas-de-concreto-armado-I/u4/s2/tabelas-de-lajes.pdf ou por meio do QR Code.

Pesquise mais

Para entender o que é contra flecha, acesse o vídeo pelo link: <https://www.youtube.com/watch?v=W745mJVjlmc>. Acesso em? 29 ago. 2018.

Deformações (flechas) limites de norma:

A norma brasileira NBR-6118 estabelece alguns limites de deslocamentos que são valores práticos utilizados para verificar o ELS, conforme Tabela 4.3.

Esses valores são classificados em quatro grupos, segundo o item 13.3 da NBR-6118 (ABNT, 2014):

a) aceitabilidade sensorial: a limitação visa prevenir vibrações indesejáveis ou efeito visual indesejável.

b) efeitos específicos: deslocamentos que podem impedir a utilização adequada da **construção.**

c) efeitos em elementos não estruturais: deslocamentos estruturais que podem afetar o funcionamento de elementos não estruturais por estar ligados a eles.

d) efeitos em elementos estruturais: deslocamentos que podem afetar o comportamento estrutural.

Tabela 4.3 | Tabela para determinar os limites de deslocamentos (flechas finais)

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$l/250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	$l/350$

Fonte: ABNT (2014, p. 146).

Para elementos de superfície (lajes) adota-se o menor vão ($l = l_x$).

Os demais valores de *l* e os demais tipos efeitos podem ser obtidos na tabela 13.3 da NBR-6118 (ABNT, 2014).

Reflita

Que tipos de desconfortos e problemas uma laje mal dimensionada com uma flecha excessiva pode causar ao usuário?

Sem medo de errar

Você adquiriu muitas informações novas nessa seção: ações atuantes, espessuras mínimas, cobrimentos mínimos, flechas! Com muito treino e atenção você dominará os assuntos abordados e poderá prosseguir para nossa última seção do livro, mas, antes disso, vamos colocar a mão na massa e resolver o desafio dessa seção.

Relembrando: você participou da reunião do projeto para definição das lajes e retornou com as seguintes informações:

Espessura das lajes está confirmada e será de 10 cm, haverá um contra piso de 3 cm de espessura com peso específico da argamassa de 21 KN/m^3 e revestimento cerâmico de 0,15 KN/m^2, não houve especificação de revestimento da face inferior e você adotou uma carga de 0,2 KN/m^2. Ficou definido que não existirão alvenarias sobre as lajes.

Seu desafio é determinar as caras totais atuantes e as reações de apoio das lajes L1 e L2 do primeiro pavimento, conforme a planta de formas (Figura 4.1).

Resolução:

1. Cálculos da ações atuantes nas lajes: L1 e L2 do primeiro pavimento

Cargas permanentes:

- peso próprio: $p.p. = h \times \gamma_{conc.} \Rightarrow p.p. = 0,10 \times 25 = 2,5\, kN/m^2$.

- peso do contra piso $= h \times \gamma_{cont.} \Rightarrow 0,03 \times 21 = 0,63\, kN/m^2$.

- peso do piso cerâmico $= 0,15\, kN/m^2$.

- revestimento inferior adotado $= 0,20\, kN/m^2$.

- peso da alvenaria sobre a laje=não há alvenaria sobre as lajes.

Total de cargas permanentes: $3,48\, kN/m^2$

Carga acidental (sobrecarga) $= 3,0\, kN/m^2$ (lavanderia) (NBR-6120, 1980).

Total de carregamentos:

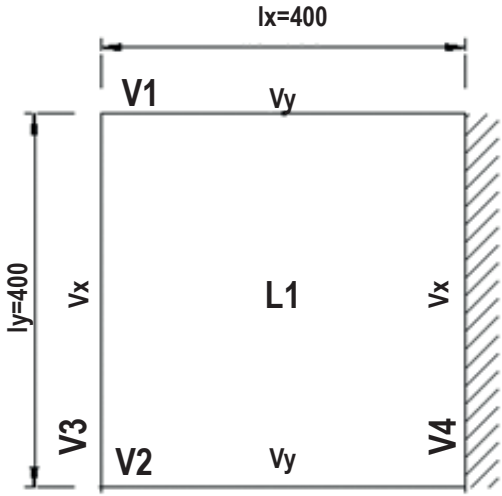
q = carga permanente + carga acidental

$q = 3,48 + 3,00 = 6,48\, kN/m^2$.

2. Cálculo das rações de apoio nas vigas:

Laje L1: 4,00 x 4,00 m - Figura 4.23

Figura 4.23 | Esquema estático da L1



Fonte: elaborada pelo autor.

Determinar o λ:

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{4,00}{4,00} = 1 < 2 \Rightarrow$$ armada em duas direções

Obter os coeficientes *v* em função de $\lambda = 1$ (tabela da Figura 4.21):

Laje tipo 2B: $v_x = 2,75$; $v'_x = 4,02$; $v_y = 1,83$

$$V = v \times \frac{q \times l_x}{10} \Rightarrow$$ equação geral

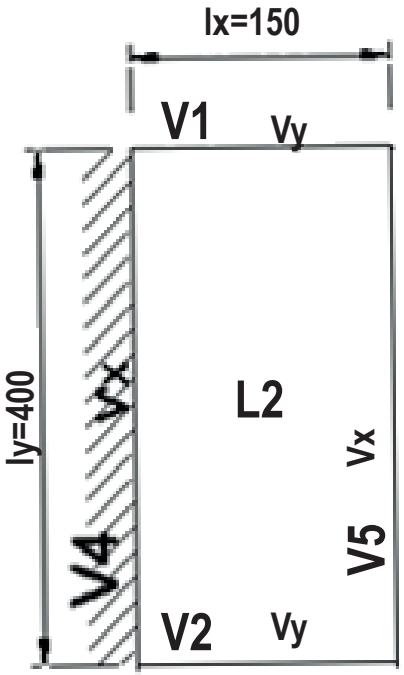
Reação na viga V3: $V_x = 2,75 \times \frac{6,48 \times 4,00}{10} = 7,13\,kN/m$

Reação na viga V4: $V'_x = 4,02 \times \frac{6,48 \times 4,00}{10} = 10,42\,kN/m$

Reação na viga V1 e V2: $V_y = 1,83 \times \frac{6,48 \times 4,00}{10} = 4,74\,kN/m$

Laje L2: 1,50 x 4,00 m - Figura 4.24

Figura 4.24 | Esquema estático da L2



Fonte: elaborada pelo autor.

Determinar o λ:

$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{4,00}{1,50} = 2,67 > 2 \Rightarrow$ armada em uma direção

Laje engastada e apoiada:

$v'_x = \frac{5 \times q \times l}{8}$, $v_x = \frac{3 \times q \times l}{8}$ e $v_y = 0,15 \times q \times l_x$

Reação na viga V4: $v'_x = \frac{5 \times 6,48 \times 1,50}{8} = 6,08\, kN/m$

Reação na viga V5: $v_x = \frac{3 \times 6,48 \times 1,50}{8} = 3,65\, kN/m$

Reação na viga V1 e V2: $v_y = 0,15 \times 6,48 \times 1,50 = 1,46\, kN/m$.

Avançando na prática

Cálculo de flecha

Descrição da situação-problema

Em um trabalho de verificação das lajes de um edifício de 16 andares, você notou que no primeiro andar uma das lajes está com uma deformação superior as demais, por esse motivo, você decidiu verificar qual a flecha provocada pelos carregamentos atuais, considerando a deformação lenta para 10 anos e início do carregamento de longa duração após 1 mês. Foram fornecidos: condição de apoio da laje: apoiada em 4 lados; vãos: 5,88 x 6,10 m; altura da laje: 12 cm, carga permanente: 3,69 kN/m^2, carga acidental: 2,0 kN/m^2; concreto C25. A laje não tem armadura dupla e o momento positivo atuante é de 9,10 $kN \times m$.

Utilizar brita em granito: $\alpha_e = 1,0$.

Resolução da situação-problema

1. Determinação de $\lambda = \frac{l_y}{l_x} \Rightarrow \frac{610}{588} = 1,04 < 2 \Rightarrow$ laje armada em 2 direções

2. Cálculo do momento de fissuração: $M_r = \frac{\alpha \times f_{ct} \times I_c}{y_t}$

$$f_{ct} = f_{ct,m} = 0,30 \times \sqrt[3]{f_{ck}^{\ 2}} \Rightarrow$$

$$f_{ct} = f_{ct,m} = 0,30 \times \sqrt[3]{25^2} = 2,56\,MPa = 0,256\,kN/cm^2$$

$$y_t = h/2 \Rightarrow \quad y_t = 12/2 = 6\,cm$$

$$I_c = \frac{b \times h^3}{12} \Rightarrow \quad I_c = \frac{100 \times 12^3}{12} = 14400\,cm^4 .:$$

$$M_r = \frac{\alpha \times f_{ct} \times I_c}{y_t} \Rightarrow$$

$$M_r = \frac{1,50 \times 0,256 \times 14400}{6} = 921,6\, kN \times cm$$ - $\alpha = 1,5 \Rightarrow$ para seção retangular.

Dado $M_a = 9,10\, kN \times m = 910\, kN \times cm$, teremos: $M_a < M_r \Rightarrow$ $9,10\, kN \times m < 9,21 kN \times m$

3. Cálculo da rigidez da laje a flexão (EI)

Para : $M_a < M_r \Rightarrow EI = E_{cs} \times I_c$

$$E_{cs} = \alpha_i \times E_{ci}$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \times \frac{f_{ck}}{80} \Rightarrow \alpha_i = 0,8 + 0,2 \times \frac{25}{80} = 0,86$$

$$E_{ci} = \alpha_e \times 5600 \times \sqrt{f_{ck}} \Rightarrow$$

$$E_{ci} = 1 \times 5600 \times \sqrt{25} = 28000\, MPa = 2800\, kN / cm^2$$

$$E_{cs} = 0,86 \times 28000 = 24080\, MPa = 2408\, kN / cm^2$$

$$EI = E_{cs} \times I_c \Rightarrow EI = 2408 \times 14400 = 34675200\, kN \times cm^2$$

4. Cálculo da flecha imediata:

$$a_i = \frac{\alpha}{12} \times \frac{q \times l^4}{EI}$$

$\alpha = 5,26$ (Figura 4.22). - laje tipo 1 e $\lambda = 1,03$)

$q = F_d = \sum F_g + \sum \psi_2 \times F_q$; considerando $\psi_2 = 0,3$ temos que:

$$q = 3,69 + 0,3 \times 2,0 = 4,29\, kN / m^2 = 0,000429\, kN / cm^2$$

$$a_i = \frac{\alpha}{12} \times \frac{q \times l_x^{\,4}}{EI} \Rightarrow a_i = \frac{5,26}{12} \times \frac{0,000429 \times 588^4}{34675200} = 0,65 cm$$

5. Cálculo da flecha diferida no tempo

$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1+50\times\rho'}$, sendo $\rho' = \frac{A'_s}{b\times d} \Rightarrow$ 0 - não temos armadura comprimida na laje (dupla).:

$\alpha_f = \Delta\xi$

$para\ t = 10\,anos = 120\,meses \Rightarrow \xi(t) = 2$ (tabela 4.2).

$para\ t = 1mês \Rightarrow \xi(t_0) = 0,68$ (tabela 4.2).

$\alpha_f = \Delta\xi \Rightarrow \quad \Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \Rightarrow \quad \Delta\xi = 2 - 0,68 = 1,32$

$\alpha_f = 1,32\,cm$

6. Cálculo da flecha total:

$a_t = a_i \times (1+\alpha_f) \Rightarrow a_t = 0,65\times(1+1,32) = 1,50\,cm$

7. Verificação da flecha calculada com a flecha máxima permitida pela norma (Tabela 4.3).

Da Tabela 4.3, tipo de efeito: aceitabilidade sensorial, teremos:

Para deslocamentos visíveis o limite de flecha é:

$a = \frac{l}{250} \Rightarrow a = \frac{588}{250} = 2,35\,cm$ > 1,50 cm.: ok!

Para vibração devido as cargas acidentais:

$a = \frac{l}{250} \Rightarrow a = \frac{588}{350} = 1,68\,cm$ > 1,50 cm.: ok!

Faça valer a pena

1. Quando iniciamos um projeto estrutural em concreto armado, todas as dimensões dos elementos estruturais devem ser pré-dimensionadas, ou seja, o engenheiro adota as dimensões e verifica.
Um engenheiro experiente muitas vezes já sabe qual espessura de laje adotar, principalmente se forem projetos prediais que seguem um padrão.

Quando não se sabe qual valor adotar, uma boa ideia é iniciar pela a espessura mínima da norma.

Qual espessura mínima você adotaria para o subsolo de um prédio residencial?

a) 7 cm.
b) 8 cm.
c) 12 cm.
d) 14 cm.
e) 15 cm.

2. A verificação da flecha de uma laje é tão importante quanto o seu dimensionamento. A flecha total deve levar em consideração a deformação imediata e a deformação lenta da laje. Para o cálculo da deformação inicial você deve verificar se o momento atuante na laje é maior ou menor que o momento de fissuração dela.

Se o momento atuante for maior que o momento de fissuração, a rigidez da laje deve ser calculada considerando:

a) O momento de inércia da seção cheia.
b) O momento de inércia da seção no estádio III.
c) Não considera o momento de inércia.
d) O momento de inércia da seção fissurada.
e) O momento de inércia da seção transversal.

3. Os deslocamentos provocados pelas ações atuantes devem ser verificados em atendimento ao estado limite de serviço (ELS), ou seja, aqueles relacionados ao conforto, durabilidade e aparência do elemento estrutural. No caso das flechas, o que geralmente causa grande impacto ao usuário é o deslocamento excessivo.

Para evitar impacto visuais e outros fatores, a norma estabelece valores limites para os deslocamentos. Em um edifício residencial, qual a fecha máxima admitida para as lajes dos pavimentos?

a) l/250.
b) l/350.
c) l/400.
d) l/500.
e)l/600.

Seção 4.3

Dimensionamento das lajes maciças

Diálogo aberto

Chegamos à etapa final do nosso objetivo!

Perceba sua evolução nessas quatro unidades: você conhece as propriedades dos materiais e os conceitos fundamentais do concreto armado, é capaz de analisar os possíveis domínios de um elemento estrutural, tem propriedade e conhecimento para determinar a armadura longitudinal e o detalhamento da seção transversal de uma viga de seção retangular e seção T e, no final desta seção, você será capaz de elaborar o dimensionamento completo de uma laje maciça, detalhando as armadura positivas e negativas.

Nesta seção, está seu último desafio para a finalização do projeto de lajes da lavanderia, além disso, você completa seus estudos sobre os elementos estruturais de concreto armado sujeitos à flexão.

Relembrando que o projeto da lavanderia é parte de um projeto maior, composto por um conjunto de prédios inteligentes que será implantado em três localidades brasileiras distintas.

Desta vez, você começará o processamento do cálculo das lajes, com a utilização do software de cálculo, para implantação nas regiões litorâneas, por terem maior cobrimento em função da agressividade ambiental, o que diminui a altura útil (*d)* da peça e pode resultar em inconsistências no dimensionamento.

Enquanto o software efetua o processamento para as regiões litorâneas, você deverá exercitar o que aprendeu nesta seção, cumprindo seu último desafio que será efetuar manualmente o cálculo, dimensionamento e detalhamento das lajes L1 e L2 do projeto de formas do primeiro pavimento da lavanderia (Figura 4.1), para a implantação em Belo Horizonte.

Lembrando que as ações totais atuantes nas lajes foram obtidas no desafio anterior e resultaram em 6,48 KN/m^2 incluindo o peso próprio.

Dados obtido na planta de formas da Figura 4.1: L1 = 4x4 metros, apoiada em 3 lados e engastada em um lado (Figura 4.23) e L2 =1,5x4 metros, apoiada em 3 lados e engastada no menor lado (Figura 4.24), espessura da laje 10 cm (adotar d= 7 cm).

Da Unidade 2, Seção 1, foram obtidos os seguintes parâmetros em função da agressividade ambiental: concreto:C25, cobrimento das lajes 2,5 cm.

Não pode faltar

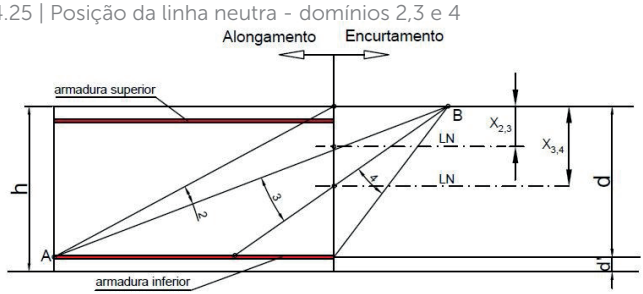
Introdução

Vamos iniciar o aprendizado sobre o cálculo e dimensionamento das armaduras das lajes maciças em concreto armado. Nos cálculos das armaduras, assim como nas flechas e reações de apoio, usaremos as tabelas de BARES, adaptada por PINHEIRO (1994).

Assimile

As lajes maciças de concreto armado, seguem as mesmas orientações normativas das vigas quanto ao Estado limite último (ELU), obedecendo os domínios de dimensionamento (Figura 4.25), incluindo os limites para redistribuição de momentos e condição de dutilidade: $\frac{x}{d} = 0,45$ (concreto com $f_{ck} \leq 50\,MPa$) (revisitar a Unidade 1, Seção 3)

Figura 4.25 | Posição da linha neutra - domínios 2,3 e 4



Fonte: elaborada pelo autor.

Pesquise mais

Para análise linear das lajes, devem ser atendidas as condições gerais expressas nos itens 14.5.2 e 14.5.3 e as condições específicas nos itens 14.7.3.1 e 14.7.3.2, da NBR-6118 (ABNT, 2014).

Além dos itens citados, a NBR-6118, item 14.7.1, estabelece duas hipóteses específicas para os elementos de placa (laje):

a) manutenção da seção plana após a deformação, em faixas suficientemente estreitas.

b) representação dos elementos por seu plano médio.

Armadura mínima

As armaduras longitudinais mínimas devem ser consideradas, de modo que, não haja a ruptura frágil do elemento estrutural e sejam atendidas as condições de abertura de fissuras da norma.

A NBR-6118, item 17.3.5.2.1 apresenta uma formulação para determinar a armadura mínima de tração na flexão das lajes.

Uma alternativa mais simples, inclusive abordada no cálculo das armaduras mínimas das vigas (Unidade 2, Seção 1) é o cálculo da armadura mínima de lajes em função da taxa de armadura e da resistência do concreto à compressão (Tabela 4.4).

Tabela 4.4 | Taxas mínimas de armadura de flexão para lajes

Forma da seção	Valores de $\rho_{mín}$ = ($A_{s,mín}/A_c$) em %									
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
Retangular	0,15	0,15	0,15	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226

Fonte: ABNT (2014, p.130).

$\rho_{mín} = \frac{A_{s,mín}}{A_c}$, portanto, a armadura mínima equivale a:

$A_{s,mín} = \rho_{mín} \times A_c$, em que o $\rho_{mín}$, pode ser obtido na Tabela 4.4 em função do valor do f_{ck} .

$A_c =$ equivale a área de concreto da seção transversal: $A_c = bw \times h$

Diâmetro máximo das armaduras, espaçamentos mínimo e máximo das armaduras principais

A NBR-6118, item 20.1, prescreve que a armadura de flexão tenha diâmetro de no máximo $h/8$, (h a espessura da laje) e o espaçamento máximo (s) entre as barras deve ser o menor entre os dois valores da Tabela 4.5.

Tabela 4.5 | Espaçamento máximo entre barras longitudinais

s	$\leq 2 \times h$
	$\leq 20\,cm$

Fonte: elaborada pelo autor.

Com relação ao espaçamento mínimo entre as barras sujeitas à flexão, não há especificação da NBR-6118, no entanto, não podemos esquecer que o espaçamento mínimo deve garantir que toda armadura esteja envolvida pelo concreto e que não tenha espaços vazios na concretagem do elemento estrutural, podendo acarretar patologias nas armaduras.

Reflita

Baseado no conteúdo abordado até o momento, você saberia dizer o significa "bicheira" nos elementos de concreto armado e como evitá-la?

Na prática, em projetos prediais, é comum a utilização de espaçamentos mínimos de 10 cm entre as barras.

Em obras industriais, uma boa prática da engenharia é utilizar como espaçamento mínimo o mesmo recomendado para a armadura longitudinal das vigas, ou seja, o maior entre os valores da Tabela 4.6.

Tabela 4.6 | Espaçamentos mínimos entre barras longitudinais

s	$\geq$ 20 mm ou 2 cm;
	$\geq$ diâmetro da barra (ϕ_l);
	$\geq 1,2 \times \phi_{agregado}$ (brita)

Fonte: elaborada pelo autor.

O espaçamento entre as barras pode ser calculado pela equação: $s = \frac{A_{1\phi}}{A_s}$ (resposta em metros. Para resposta em cm, basta multiplicar por 100).

A quantidade de barras para uma dada área de aço, será: $Q = \frac{l_0}{s} + 1$ barra, sendo l_0 a distância entre as faces dos apoios (vigas).

Atenção

Os diâmetros usuais para armadura principal das lajes em estruturas prediais são: $\phi 6,3\,mm; \phi 8\,mm; \phi 10\,mm; \phi 12,5\,mm; \phi 16\,mm; \phi 20\,mm$.

Os espaçamentos usuais são: 10 cm;12,5 cm;15 cm; 17,5 cm; 20 cm.

Dimensionamento das armaduras

Nos softwares de cálculo estrutural, você pode determinar qual o melhor método de dimensionamento das lajes para seu projeto, sendo que o método mais comum entre os projetistas e que mais se aproxima da realidade do funcionamento da estrutura é o método integrado e flexibilizado de pórtico espacial. Nesse método, os elementos estruturais não são independentes (como fazemos manualmente), há uma integração entre eles fazendo com que a estrutura trabalhe de forma conjunta.

No nosso curso, o dimensionamento das armaduras longitudinais principais (positivas e negativas) das lajes maciças

armadas em duas direções, será feito pelo método simplificado com a utilização de tabelas.

Equação 1:

$M = \mu \times \frac{p \times l_x^{\,2}}{100}$, em que: $\mu =$ coeficiente tabelado em função dos tipo de laje (vínculos) e da relação: $\lambda = \frac{l_y}{l_x}$.

Atenção

A tabela para obtenção dos momentos fletores em laje com carga uniforme é a mesma utilizada na seção anterior disponibilizada por meio de link e QR Code.

O cálculo das armaduras pode ser efetuado utilizando as equações de cálculo das armaduras das vigas de seção retangular, onde a largura $b_w = 100\,cm$ (1 metro).

Uma outra opção, mais simples e que será utilizada em nossos cálculos, é a utilização de tabelas para obtenção dos coeficientes k_c e k_s (em algumas bibliografias os coeficientes são chamados de k_6 e k_3), que a partir das equações 2 e 3 nos permite facilmente calcular as armaduras.

Equação 2:

$k_c = \frac{b_w \times d^2}{M_d}$, em que:

$b_w = 100\,cm$; d= altura útil da laje e M_d = momento de cálculo.

Equação 3:

$A_s = \frac{K_s \times M_d}{d}$, em que: $k_s =$ obtido na tabela de obtenção do k_c e k_s, em função do k_c calculado e do que f_{ck}. O resultado de A_s é dado em cm^2/m.

Atenção

As equação que fornecem os valores de k_c e k_s, também são válidas para o cálculo das vigas. Sugerimos que você faça um teste de comparação dos resultados entre o dimensionamento com as equações e com o método dos k_c e k_s !

Você poderá acessar a tabela para obtenção de k_c e k_s nos anexos da apostila do professor Paulo Bastos pelo link: (http://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/concreto1/Lajes.pdf) (https://cm-kls-content.s3.amazonaws.com/ebook/embed/qr-code/2018-2/estruturas-de-concreto-armado-I/u4/s3/tabela-kc.pdf) ou QR Code.

Observe que a tabela apresenta na última coluna em qual domínio estamos trabalhando.

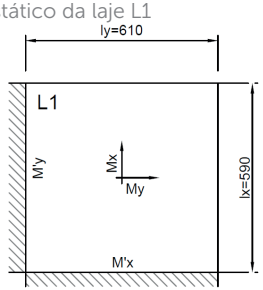
Lembramos que os domínios de cálculo são os domínios 2 e 3.

Caso o coeficiente esteja no domínio 4 ou tenha um valor não constante na tabela, deve-se aumentar a espessura da laje ou o f_{ck} (não é usual alterar a resistência do concreto adotada no projeto).

Exemplificando

Para uma laje L1 (Figura 4.26) com espessura *h=11 cm* e altura útil *d=7* cm e que recebe um carregamento uniforme $q = 6{,}60\,kN/m$, qual a área de armadura necessária para garantir o ELU? Sabe-se que o $f_{ck} = 30\,MPa$ e o aço CA-50.

Figura 4.26 | Esquema estático da laje L1



Fonte: elaborada pelo autor.

1- Verificação da laje quanto a direção das armaduras principais:

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{610}{590} = 1{,}03 < 2.$$: armada em duas direções

2- Determinação do tipo de laje (tabela)

Laje tipo 3: dois lados engastados e 2 lados apoiados

3- Determinação dos momentos fletores (tabela)

Para $\lambda = 1{,}03$, obtemos : $\mu_x = 2{,}94$, $\mu'_x = 7{,}43$, $\mu_y = 2{,}68$, $\mu'_y = 7{,}18$

Equação 1: $M = \mu \times \frac{p \times l_x^{\,2}}{100}$

$$M_x = \mu_x \times \frac{p \times l_x^{\,2}}{100} = \frac{2{,}94 \times 6{,}60 \times 5{,}90^2}{100} = 6{,}75\,kN \times m = 675\,kN \times cm$$

$$M'_x = \mu'_x \times \frac{p \times l_x^{\,2}}{100} = \frac{7{,}43 \times 6{,}60 \times 5{,}90^2}{100} = 17{,}08\,kN \times m = 1707\,kN \times cm$$

$$M_y = \mu_y \times \frac{p \times l_x^{\,2}}{100} = \frac{2{,}68 \times 6{,}60 \times 5{,}90^2}{100} = 6{,}15\,kN \times m = 615\,kN \times cm$$

$$M'_y = \mu'_y \times \frac{p \times l_x^{\,2}}{100} = \frac{7{,}18 \times 6{,}60 \times 5{,}90^2}{100} = 16{,}50\,kN \times m = 1650\,kN \times cm$$

4- Cálculo das armaduras (positivas e negativas)

Equação 2: $k_c = \frac{b_w \times d^2}{M_d}$

Para momento positivo em x: $M_x \Rightarrow$

$$k_c = \frac{100 \times 7^2}{675 \times 1{,}4} = 5{,}19\,cm^2/kN$$

da tabela $\Rightarrow$ $k_s = 0{,}024\ kN/cm^2$

Equação 3: $A_s = \frac{K_s \times M_d}{d}$

$$A_s = \frac{0,024 \times 675 \times 1,4}{7} = 3,24 cm^2/m$$ >

$$A_{s_{mín}} = \frac{0,15}{100} \times 100 \times 11 = 1,65\, cm^2/m$$

Para momento negativo em x: $M'_x \Rightarrow$

$$k_c = \frac{100 \times 7^2}{1707 \times 1,4} = 2,05\, cm^2/kN$$

da tabela $\Rightarrow k_s = 0,027\ kN/cm^2$

$$A_s = \frac{0,027 \times 1707 \times 1,4}{7} = 9,21 cm^2/m > A_{smín}$$

Para momento positivo em y: $M_y \Rightarrow$

$$k_c = \frac{100 \times 7^2}{615 \times 1,4} = 5,69\, cm^2/kN$$

da tabela $\Rightarrow k_s = 0,024\ kN/cm^2$

$$A_s = \frac{0,024 \times 615 \times 1,4}{7} = 2,95\, cm^2/m > A_{smín}$$

Para momento negativo em y: $M'_y \Rightarrow$

$$k_c = \frac{100 \times 7^2}{1650 \times 1,4} = 2,12\, cm^2/kN$$

da tabela $\Rightarrow k_s = 0,027\ kN/cm^2$

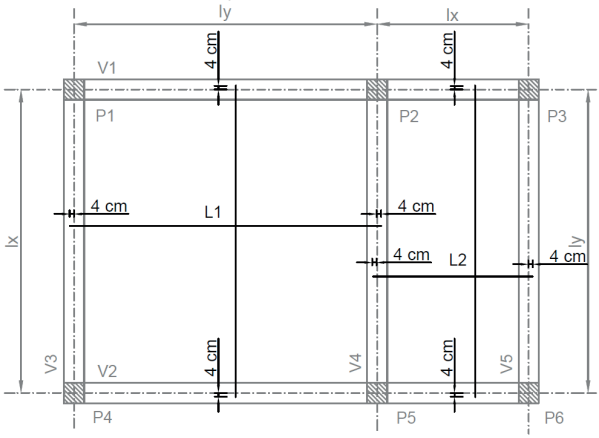
$$A_s = \frac{0,027 \times 1650}{7} = 6,36\, cm^2/m > A_{smín}$$

Detalhamento das armaduras positivas

Para as lajes armadas em uma ou duas direções, a NBR-6118, item 20.1, prescreve que a armadura positiva deve ser prolongada até

no mínimo 4 cm além do eixo do apoio (Figura 4.27), caso não haja armadura transversal e acréscimo de armadura devido aos momentos volventes (ABNT, 2014).

Figura 4.27 | Detalhe da armadura positiva



Fonte: elaborada pelo autor.

Detalhamento das armaduras negativas

A NBR-6118/2014 não apresenta um item específico para detalhamento de lajes maciças apoiadas em vigas, neste caso, vamos adotar os comprimentos e as disposições prescritas para lajes sem vigas, item 20.3 da NBR-6118.

Dessa forma, o comprimento da armadura negativa, representada na Figura 4.28 será $a \geq 0{,}25 \times l$. O valor de l será o maior dos dois menores vãos (entre duas lajes contínuas).

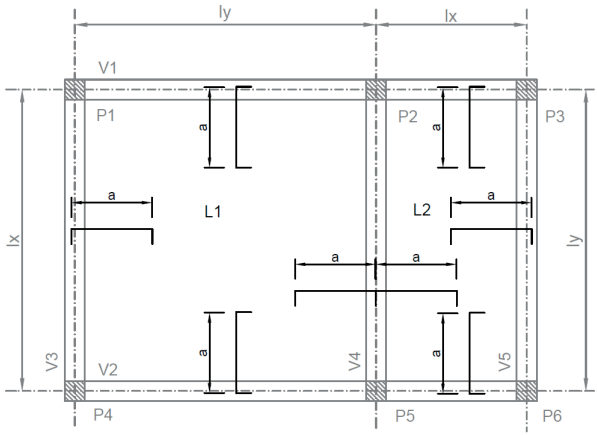
Observe a Figura 4.28, na qual temos l_{x1} e l_{x2} como os menores vãos de cada laje, neste caso, entre esses dois valores o l_{x1} é o maior, portanto, o comprimento da armadura negativa para cada laje será: $a = 0{,}25 \times l_{x1}$ ($l_{x1} > l_{x2}$) + as dobras.

Embora o item 20.3 da NBR-6118, não especifique dobras nas armaduras negativas, é uma prática comum sua utilização nos projetos. Vamos adotar o valor da dobra: $h - (2 \times c)$, sendo c é o cobrimento da armadura e h é a altura da laje.

Embora o momento fletor nas bordas das lajes seja nulo, é usual detalhar com armadura negativa de borda com barras de $\phi 6{,}3\,mm\,c/\,20\,cm$.

Devido às diferenças de culturas regionais, é possível encontrar projetos que não contemplam a armadura de borda.

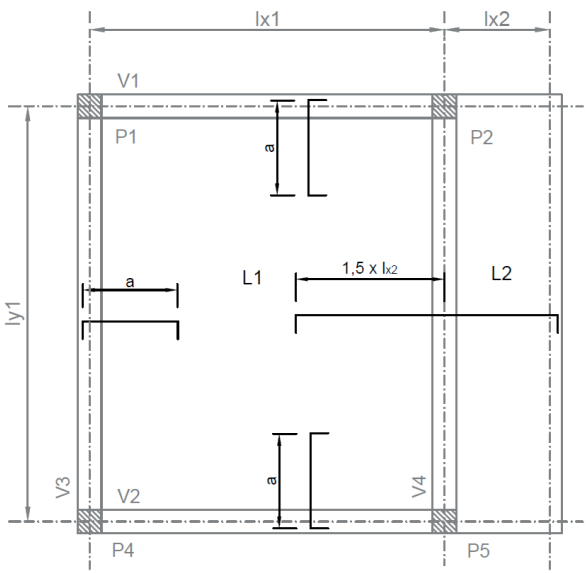
Figura 4.28 | Detalhe da armadura negativa (bordas e continuidade de laje)



Fonte: elaborada pelo autor.

Para as lajes em balanço, como no caso da L2 da Figura 4.29, vamos adotar o comprimento de ancoragem de $1,5 \times l_2$.

Figura 4.29 | Detalhe da armadura negativa - laje em balanço



Fonte: elaborada pelo autor.

Detalhamento final das armaduras positivas e negativas

O detalhamento final das armaduras positivas e negativas deve ser representado sobre uma cópia do projeto de formas (base do projeto). Normalmente, no detalhamento, a base do projeto contém apenas as informações as básicas das formas (numeração de vigas e pilares) que são usadas como referência para locação correta das armaduras.

A base do projeto é representada no desenho por uma espessura de linha mais fina ou até mesmo em um tom mais claro, evidenciando as armaduras.

As barras representadas no desenho devem conter todas as informações necessárias para sua fabricação (corte e dobra) e locação na obra. Para isso, utiliza-se uma nomenclatura que deve conter no mínimo:

- A posição da armadura normalmente chamada de *N*. A posição deve ser numerada conforme os critérios adotados nos desenhos técnicos, ou seja, de cima para baixo e da esquerda para a direita.

- A quantidade de armadura ($Q = \frac{l_0}{s} + 1$) para uma faixa de laje calculada.

- O diâmetro calculado representado por ϕ (mm).

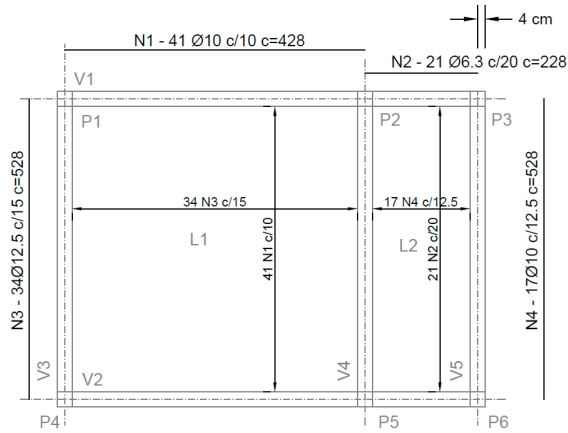
- O espaçamento entre as barra ($s = \frac{A_{1\phi}}{A_s}$) representado por *c/* .

- O comprimento parcial (barras com dobras) e o comprimento total representado pela letra *c=*.

As Figuras 4.30 e 4.31 contêm exemplos de detalhamento final das armaduras das lajes.

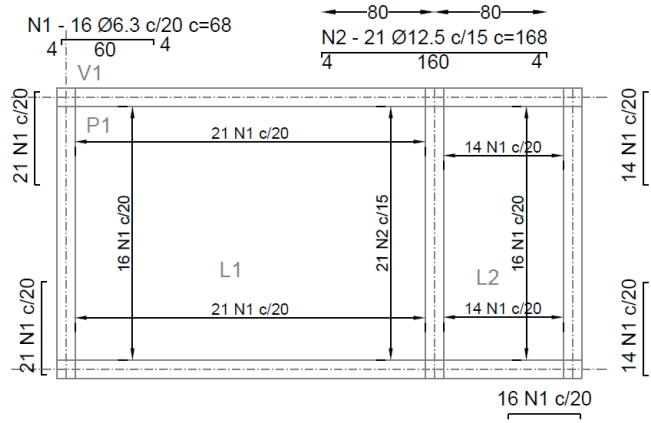
Para que o desenho não fique sobrecarregado, alguns projetistas preferem representar as barras fora da base do projeto (formas) e as distribuições das barras dentro da base do projeto (Figuras 4.30 e 4.31).

Figura 4.30 | Exemplo genérico de detalhamento final das armaduras positivas



Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 4.31 | Exemplo genérico de detalhamento final das armaduras negativas

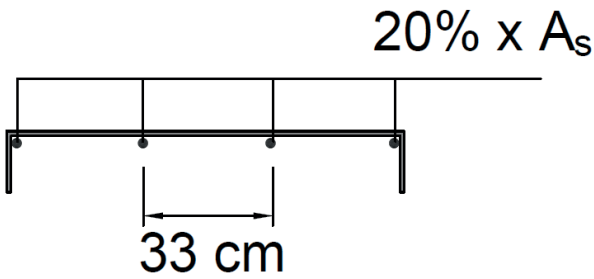


Fonte: elaborada pelo autor.

As armaduras secundárias (ou de distribuição) de flexão (positiva e negativa) são aquelas que permitem manter o posicionamento das armaduras principais durante a concretagem. A NBR 6118 prescreve que as armaduras secundárias (Figura 4.32) devem ser iguais ou maiores que 20% da área de aço da armadura principal e o espaçamento de no máximo 33 cm (ABNT,2014).

Essas armaduras são representadas conforme a Figura 4.32 e também devem receber nomenclatura específica (posição *N*).

Figura 4.32 | Armadura secundária - (negativa)



Fonte: elaborada pelo autor.

Medidas em centímetros.

Sem medo de errar

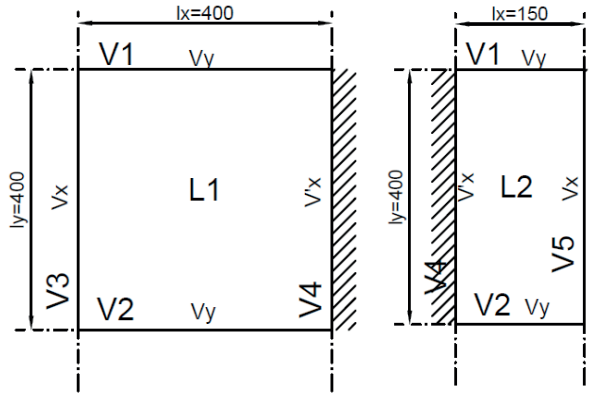
Finalizando nossa unidade, você aprendeu a calcular a armadura mínima das lajes, os espaçamentos mínimos e máximo entre as barras, a calcular a armadura principal, os espaçamentos e quantidade de barras e o detalhamento das armaduras positivas e negativas.

Com todo esse aprendizado está fácil para você cumprir seu último desafio: efetuar manualmente o cálculo, dimensionamento e detalhamento das lajes L1 e L2 do projeto da lavanderia (Figura 4.1) para a implantação em Belo Horizonte.

Você sabe que as ações totais atuantes foram obtidas no desafio anterior e resultaram em 6,48 KN/m^2 , incluindo o peso próprio da laje. Os dados complementares para a região de Belo Horizonte são (Unidade 1, Seção 2): $f_{ck} = 25\,MPa$, cobrimento das armaduras das lajes, de acordo com a agressividade ambiental classe II, será 2,5 cm. As espessuras das lajes são de 10 cm e a altura útil adotada: d = 7 cm.

Do projeto de formas do primeiro pavimento da lavanderia (Figura 4.1), obtemos as características geométricas das lajes: L1 = 4,0 x 4,0 metros apoiada em 3 lados e engastada em um lado (Figura 4.33 a) e L2 =1,5 x 4,0 metros, apoiada em 3 lados e engastada no menor lado (Figura 4.33 b)

Figura 4.33 | laje L1 (a); laje L2 (b)



Fonte: elaborada pelo autor.

Cálculo da laje L1:

1- Verificação da laje quanto a direção das armaduras principais:

$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{400}{400} = 1{,}00 < 2$.: armada em duas direções

2- Determinação do tipo de laje (tabela)

Laje tipo 2B: 1 lado engastado e 3 lados apoiados.

3- Determinação dos momentos fletores (tabela)

Para $\lambda = 1{,}00$, obtemos : $\mu_x = 3{,}54$, $\mu'_x = 8{,}40$, $\mu_y = 2{,}91$.

O sinal negativo dos momentos significa que a armadura estará posicionada na face superior da laje. O sinal de negativo não é considerado nos cálculos

Equação 1: $M = \mu \times \frac{p \times l_x^{\,2}}{100}$

Momento positivo em x:

$$M_x = \mu_x \times \frac{p \times l_x^{\,2}}{100} = \frac{3{,}54 \times 6{,}48 \times 4{,}00^2}{100} = 3{,}67\, kN \times m = 367\, kN \times cm$$

Momento negativo em x:

$$M'_x = \mu'_x \times \frac{p \times l_x^{\,2}}{100} = \frac{8{,}40 \times 6{,}48 \times 4^2}{100} = -8{,}70\, kN \times m = -870\, kN \times cm$$

Momento positivo em y:

$$M_y = \mu_y \times \frac{p \times l_x^{\,2}}{100} = \frac{2,91 \times 6,48 \times 4^2}{100} = 3,02\,kN \times m = 302\,kN \times cm$$

4- Cálculo das armaduras (positivas e negativas)

Equação 2: $k_c = \frac{b_w \times d^2}{M_d}$

Para momento positivo em x: $M_x \Rightarrow$

$$k_c = \frac{100 \times 7^2}{367 \times 1,4} = 9,54\,cm^2/kN$$

da tabela $\Rightarrow$ $k_s = 0,024\ kN/cm^2$

Equação 3: $A_s = \frac{K_s \times M_d}{d}$

$$A_s = \frac{0,024 \times 367 \times 1,4}{7} = 1,76\,cm^2/m$$ >

$A_{s_{min}} = \frac{0,15}{100} \times 100 \times 10 = 1,50\,cm^2/m$.:adotamos $A_s = 1,76\,cm^2/m$

.

Bitola adotada: $\phi 6,3\,mm$, espaçamento: $s = \frac{A_{1\phi}}{A_s} \Rightarrow$

$s = \frac{0,31}{1,76} = 0,176\,m = 17,5\,cm$, dentro dos parâmetros de espaçamento máximo e mínimo (Tabelas 4.5 e 4.6).

Quantidade de barras de $\phi 6,3\,mm$: $Q = \frac{l_0}{s} + 1 \Rightarrow$

$Q = \frac{400}{17,5} + 1 \Rightarrow 24$ barras.

Resumo: $24\phi 6,3\,mm\,c/\,17,5cm$.

Para momento negativo em x: devemos primeiramente calcular o momento da laje L2 e fazer a compatibilização dos momentos L1 com L2.

Para momento positivo em y: $M_y \Rightarrow$

$$k_c = \frac{100 \times 7^2}{302 \times 1,4} = 11,59\, cm^2/kN$$

da tabela $\Rightarrow$ $k_s = 0,024\ kN/cm^2$

$$A_s = \frac{0,024 \times 302 \times 1,4}{7} = 1,45 cm^2/m < A_{smín}$$.: adotar armadura mínima .: $\phi 6,3\, c/20$.

Quantidade de barras de 6.3 mm: $Q = \frac{l_0}{s} + 1 \Rightarrow$

$$Q = \frac{400}{20} + 1 \Rightarrow 21 \text{ barras.}$$

Resumo: $21\phi 6,3\, mm\, c/20 cm$.

Cálculo de L2:

1- Verificação da laje quanto a direção das armaduras principais:

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{400}{150} = 2,66 > 2$$

2- Determinação do tipo de laje

.: armada em uma direção (engastada e apoiada)

3- Determinação dos momentos fletores (ver seção 1- momentos fletores para lajes armadas em uma direção)

Momento negativo:

$$M_{x-} = -\frac{q \times {l_x}^2}{12} \Rightarrow M_x = \frac{6,48 \times 1,50^2}{12} = -1,22\, kN \times cm = -122\, kN \times m$$

(determinado o momento negativo da L2, fazemos a compatibilização com momento negativo de L1).

Momento positivo:

$$M_{x+} = +\frac{q \times {l_x}^2}{24} \Rightarrow M_{x+} = \frac{6,48 \times 1,5^2}{24} = 0,61 kN \times cm = 61 kN \times m$$.

$$k_c = \frac{100 \times 7^2}{61 \times 1,4} = 57\, cm^2/kN$$ e

$$A_s = \frac{0,023 \times 61 \times 1,4}{7} = 0,28\, cm^2/m < A_{smín}$$.: adotar armadura mínima de $\phi 6,3\, c/20$.

Quantidade de barras de 6.3 mm: $Q = \frac{l_0}{s} + 1 \Rightarrow$ $Q = \frac{400}{20} + 1 \Rightarrow 21$ barras.

Resumo: $21\phi 6,3\, mm\, c/20 cm$.

4-Compatibilização os momentos negativos:

$L1 \Rightarrow M'_x = -8,70\, kN \times m = -870\, kN \times cm$

$L2 \Rightarrow M'_x = -1,22\, kN \times cm = -122\, kN \times m$

$M'_x = 870 \times 0,8 = 696\, kN \times cm$ ou

$$M'_x = \frac{870 + 122}{2} = 496\, kN \times cm$$.:

Na compatibilização adotamos o maior momento negativo entre os dois acima: $M'_x\, final = 696\, kN \times cm$

5- Cálculo da armadura negativa final:

Para momento negativo final em x (L1 e L2): $M'_x \Rightarrow$ $k_c = \frac{100 \times 7^2}{696 \times 1,4} = 5,03\, cm^2/kN$

da tabela $\Rightarrow$ $k_s = 0,025\ kN/cm^2$

$$A_s = \frac{0,025 \times 696 \times 1,4}{7} = 3,48\, cm^2/m > A_{smín}$$.: adotamos o maior valor de $A_s = 3,48\, cm^2/m$

Adotamos barras de $\phi 8\,mm$.

Espaçamento entre as barras $\phi 8\,mm$: $s = \frac{A_{1\phi}}{A_s} \Rightarrow$

$s = \frac{0,50}{3,48} = 0,144\,m = 14\,cm$, dentro dos parâmetros de espaçamento máximo e mínimo (Tabelas 4.5 e 4.6).

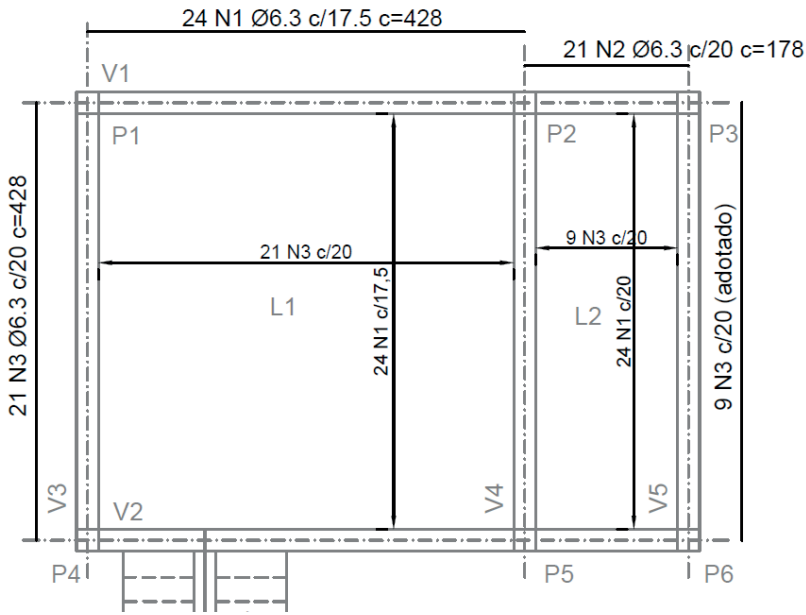
Quantidade de barras de 8mm: $Q = \frac{l_0}{s} + 1 \Rightarrow$

$Q = \frac{400}{14} + 1 \Rightarrow 30$ barras.

Resumo: $30\phi 8\,mm\,c/14cm$.

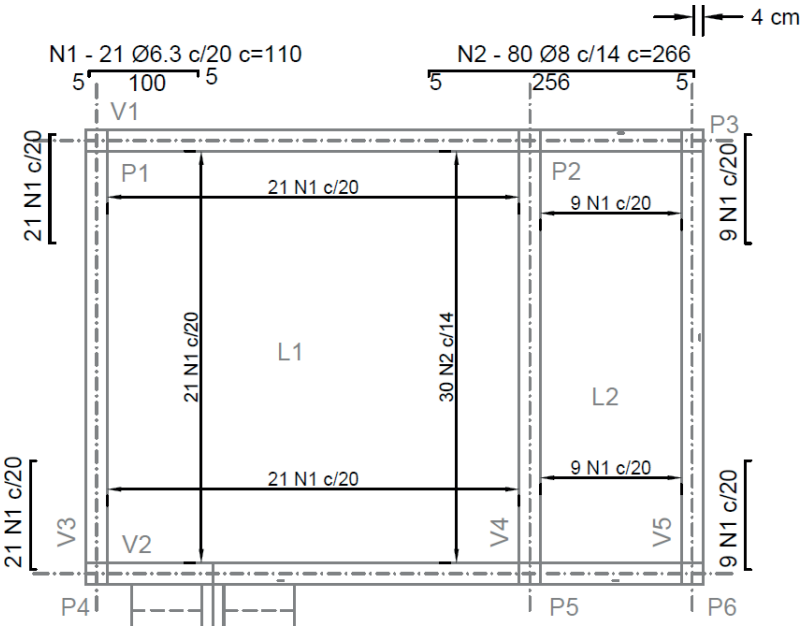
6- Detalhamento das armaduras: (figuras 4.34 e 4.35)

Figura 4.34 | Detalhamento das armaduras positivas



Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 4.35 | Detalhamento das armaduras negativas



Medidas em cm.

Fonte: elaborada pelo autor.

Não foram detalhadas as armaduras secundárias.

Avançando na prática

Cálculo da armadura de laje armada em uma direção

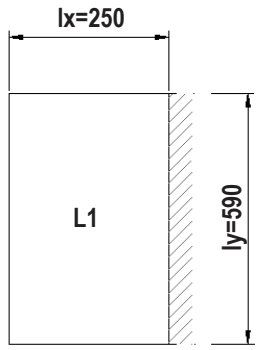
Descrição da situação-problema

Você recebeu o projeto de estruturas de uma laje de cobertura que está armada com armadura mínima positiva e negativa. A laje tem 8 cm de espessura (adotar d=5 cm) e foi executada com concreto C30, aço CA-50 e cobrimento 2,5 cm. O esquema estático dessa laje está representado na Figura 4.36.

Sua função é verificar se essa laje poderá receber um carregamento adicional (equipamento de ar condicionado) sem que seja necessário reforçar a armadura existente.

O carregamento adicional resultará no carregamento final (incluindo o peso próprio da laje) de $5\,kN/m^2$ distribuídos uniformemente.

Figura 4.36 | Esquema estático da laje



Fonte: elaborada pelo autor.

Medidas em centímetros

Resolução da situação-problema

O primeiro passo é verificar se a laje é armada em uma ou duas direções: $\lambda = \frac{590}{250} = 2,36 > 2$.: a laje será armada em uma direção.

Sendo uma laje armada em uma direção, apoiada e engastada, os momentos serão:

Momento negativo:

$$M_{x-} = -\frac{5 \times 2,50^2}{8} = -3,90\,kN \times m = -390 kN \times cm$$.

Momento positivo:

$$M_x = \frac{5 \times 2,50^2}{14,22} = 2,20\,kN \times m = 220 kN \times cm$$

Cálculo das armaduras principais:

Armadura negativa:

$$k_c = \frac{100 \times 5^2}{390 \times 1,4} = 4,58\,cm^2/kN \Rightarrow$$ tabela, obtemos $k_s = 0,025\,cm^2/kN$

$$A_s = \frac{0,025 \times 390 \times 1,4}{5} = 2,73\, cm^2/m$$ (armadura necessária)

> $A_{s_{mín}} = \frac{0,15}{100} \times 100 \times 8 = 1,20\, cm^2/m$ (armadura existente).: **a armadura negativa existente não é suficiente para receber o carregamento adicional.**

Armadura positiva:

$$k_c = \frac{100 \times 5^2}{220 \times 1,4} = 8,12\, cm^2/kN \Rightarrow$$ tabela, obtemos

$$k_s = 0,024\, cm^2/kN$$

$$A_s = \frac{0,024 \times 220 \times 1,4}{5} = 1,47\, cm^2/m$$ (armadura necessária)

> $A_{s_{mín}} = \frac{0,15}{100} \times 100 \times 8 = 1,20\, cm^2/m$ (armadura existente) .: **a armadura positiva existente não é suficiente para receber o carregamento adicional.**

Faça valer a pena

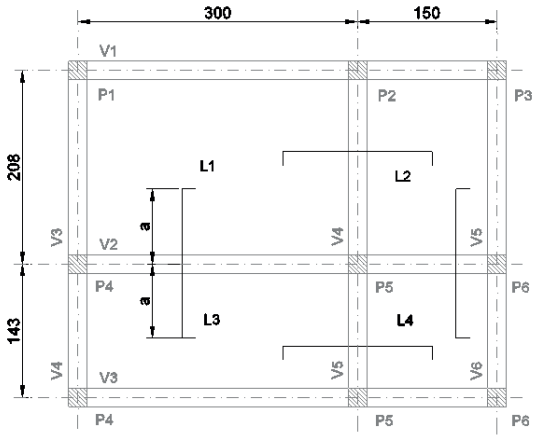
1. As lajes maciças são os elementos responsáveis por receber a maior parte dos carregamentos de uma edificação. Seu cálculo pode ser facilitado pela utilização de tabelas para a definição de flechas, reações e momentos fletores. Além disso, a partir das tabelas dos coeficientes k_c e k_s, podemos determinar a armadura necessária de uma laje atendendo ao ELU.

Caso o coeficiente k_c resulte em um valor fora da tabela, significa que a laje não atende ao ELU. Nesse caso, o que você deverá fazer?

a) Aumentar a área de aço.
b) Propor contra flecha para a laje.
c) Aumentar a altura da laje.
d) Aumentar o cobrimento das armaduras.
e) Diminuir a altura da laje.

2. Você como engenheiro deve saber que o detalhamento das armaduras de um elemento estrutural é tão importante quanto o seu dimensionamento. Por esse motivo, você deve estar atento às recomendações da norma brasileira e às boas práticas da engenharia estrutural.

Figura 4.37 | Detalhe genérico de armadura negativa principal



Fonte: elaborada pelo autor.

Medidas em centímetros.

Para as lajes da Figura 4.37, qual deverá ser o valor de *a* e o comprimento total dessas armaduras negativas (L1 e L3)? Sabe-se que a altura das lajes é de 12 cm e o cobrimento é de 2,5 cm.

a) 52 cm; 104 cm.
b) 75 cm; 157 cm.
c) 75 cm; 150 cm.
d) 52 cm; 111 cm.
e) 52 cm; 157 cm.

3. As lajes são elementos de superfície e por isso no cálculo das armaduras devemos sempre pensar que a quantidade de aço é determinada por metro ($A_s = cm^2/m$).
Nos projetos de armaduras, os espaçamentos entre as barras são especificados em cm e o diâmetro em mm (exemplo: $\phi 8\,c/15\,cm$).

Para uma laje com vão entre vigas de 5m e armadura principal positiva $A_s = 5{,}23\,cm^2/m$. Quantas barras com diâmetro de 10 mm serão necessárias e qual a distância entre as barras?

a) $34\,\phi 10\,c/15$.

b) $24\,\phi 10\,c/15$.

c) $34\,\phi 10\,c/20$.

d) $24\,\phi 10\,c/20$.

e) $34\,\phi 10\,c/12{,}5$.

Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT. NBR 6120: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 1998.

BASTOS, P. **Lajes de Concreto.** Departamento de Engenharia Civil. UNESP, Bauru, 2015. Disponível em: <http://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/concreto1/Lajes.pdf>. Acesso em: 9 ago. 2018.

PINHEIRO, L. **Tabelas de Lajes.** Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2007. Disponível em: <http://www.gdace.uem.br/romel/MDidatico/EstruturasConcretoII/21%20Tabelas%20de%20lajes.pdf>. Acesso em: 9 ago. 2018.

PINHEIRO, L. M. **Concreto armado:** tabelas e ábacos. São Carlos. EESC - USP, 1986.

Souza, E. **Tipos de lajes de concreto: vantagens e desvantagens,** ArchDaily Brasil 2018. Disponível em: <https://www.archdaily.com.br/br/889035/tipos-de-lajes-de-concreto-vantagens-e-desvantagens>. Acesso em: 29 ago. 2018.