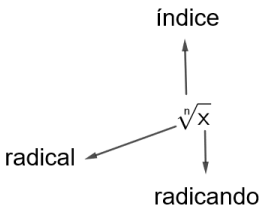
EQUAÇÕES IRRACIONAIS

DEFINIÇÃO

Equações irracionais são aquelas com a incógnita dentro de um radical, ou seja, apresentam, no radicando, uma expressão ou termo algébrico.

Lembrando:



Alguns exemplos de equações irracionais:

$\sqrt{2x+1}=7$

$\sqrt{1-3x}+\sqrt[3]{2x-7}+x=4x-1$

COMO RESOLVER?

Seja qual for a estratégia a ser usada é importante que se elimine o radical, transformando a equação irracional em racional.

Abaixo seguem alguns exemplos de resolução de equações irracionais:

$\sqrt{3x+1}=5$

$3x+1=25$

$3x=\frac{24}{3}$

$\Rightarrow \boxed{x=8}$

$\frac{2}{7}=\sqrt{5x-11}$

$\frac{4}{49}=5x-11$

$\frac{4}{49}+11=5x$

$5x=\frac{4+49\cdot 11}{49}$

$\Rightarrow \boxed{x=\frac{543}{245}}$

$7+\sqrt{x^2-1}=x^2$

$\sqrt{x^2-1}=x^2-7$

$x^2-1=\left(x^2-7\right)^2$

$x^2-1=x^4-14x^2+49$

$x^4-15x^2+50=0$

Fazemos então $y = x^2$. Daí,

$y^2-15y+50=0$

$\Delta=225-4\cdot 50=25\Rightarrow y=\frac{15\pm 5}{2}\begin{matrix} y_1=10 \\ y_2=5\end{matrix}$

Para y = 10, temos $x^2=10\Rightarrow x=\pm\sqrt{10}$

Para y = 5, temos $x^2=5\Rightarrow x=\pm\sqrt{5}$

Mas a condição de existência em (1) é:

$x^2-7>0\Rightarrow x^2\geq 7\Rightarrow x\geq\sqrt{7}$ ou $x\leq-\sqrt{7}$

Logo o conjunto solução é apenas: $S=\left\{\sqrt{10},-\sqrt{10}\right\}$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. O conjunto das soluções da equação $\sqrt{3x-2}=\sqrt{x}+2$ é formado por

a) uma única raiz, a qual é um número real.
b) duas raízes reais.
c) duas raízes complexas.
d) uma raiz real e duas complexas.

Resolução: A

Tem-se que

$$\sqrt{3x-2}=\sqrt{x}+2\Rightarrow 3x-2=x+4\sqrt{x}+4$$
$$\Rightarrow x-3=2\sqrt{x}$$
$$\Rightarrow x^2-10x+9=0$$
$$\Leftrightarrow x=1 \text{ ou } x=9.$$

Substituindo na equação original, concluímos que apenas x = 9 é solução. Portanto, a equação possui uma única raiz, a qual é um número real.

02. O conjunto solução S da equação $\sqrt{x+3}=x-3$, é:

a) S = {6}.
b) S = {1, 6}.
c) S = {3}.
d) S = ∅.
e) S = {4}.

Resolução: A

$\left(\sqrt{x+3}\right)^2=(x-3)^2$

$x+3=x^2-6x+9$

$x^2-7x+6=0$

Logo, x = 1 ou x = 6.

Verificação:

x = 1: $\sqrt{1+3}=-2$ (não convém)

x = 6: $\sqrt{6+3}=3$ (convém)

Logo, o conjunto solução da equação é S = {6}.

03. A solução real da equação $\sqrt{x+4}+\sqrt{x-1}=5$ é:

a) múltiplo de 3.
b) par e maior do que 7.
c) ímpar e não primo.
d) um divisor de 130.
e) uma potência de 2.

Resolução: D

$\sqrt{x+4}+\sqrt{x-1}=5$

$\sqrt{x+4}=5-\sqrt{x-1}$

$\left(\sqrt{x+4}\right)^2=\left(5-\sqrt{x-1}\right)^2$

$x+4=25-10\cdot\sqrt{x+1}+x-1$

$10\cdot\sqrt{x+1}=20$

$\sqrt{x+1}=2$

$x=1=4$

$x=5$

Portanto, é correta a alternativa D, um divisor de 130.

ANOTAÇÕES