EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

DEFINIÇÃO E DENOMINAÇÕES

Uma equação é definida como de primeiro grau quando esta estabelece relações de igualdade entre incógnitas representadas sob a forma reduzida:

$$a \cdot x + b = 0$$

Dando a e b constantes (com a≠0) e x representa o valor desconhecido.

As equações do primeiro grau poderão apresentar mais de uma incógnita.

Exemplos:

$2x + 3y - 9 = 0$, com incógnitas x e y.

$-\frac{2}{3}x + y - \sqrt{3}z + 15 = 0$, com incógnitas x, y e z.

As equações do primeiro grau caracterizam-se por ter, nas suas incógnitas (termos desconhecidos), um expoente cujo valor máximo é 1.

Exemplos:

$X + 5 = 7y$ é uma equação do primeiro grau

$X^3 - 7x - 6y = 0$ NÃO é uma equação do primeiro grau.

O lado esquerdo de uma equação é chamado de primeiro membro; enquanto o lado direito será denominado de segundo membro.

RESOLUÇÃO DE UMA EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU

O objetivo de se resolver uma equação do primeiro grau é estabelecer um valor numérico para a incógnita que torne a igualdade verdadeira. Este valor será elemento do conjunto solução da equação.

Importante notar que todo Conjunto Solução de uma equação estará contido em um conjunto maior, intitulado Universo.

O Conjunto Universo é o conjunto numérico onde se pretende encontrar todas as soluções viáveis para a situação-problema em questão.

Para resolvermos uma equação do primeiro grau devemos manipular, aritmeticamente, os termos da equação a fim de isolar as incógnitas criando, assim, equações equivalentes, ou seja, equações que apresentarão a mesma solução.

Exemplos:

Para U = {ℕ}, encontre as soluções das equações a seguir:

a) $2x - 8 = 0 \rightarrow$ vamos somar "8" em ambas as partes.

$2x - 8 + 8 = 0 + 8$

$2x = 8 \rightarrow$ vamos dividir por 2 em ambas as parte.

$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$

$x = 4 \therefore$ **S = {4}**

b) $3x - 7 = 1$

$3x = 7 + 1$

$3x = 8$

$x = \frac{8}{3} \therefore S = \varnothing$

EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU:

Uma equação é denominada de segundo grau quando o termo desconhecido (incógnita) com maior expoente é igual a dois. Também pode ser chamada de equação quadrática.

Sua forma reduzida é assim definida:

$ax^2 + bx - c = 0$, sendo x a incógnita.

Os coeficiente são números reais sendo o coeficiente a, em especial, diferente de zero. Caso contrário, tal equação não apresentará (de forma substancial) o termo que o caracteriza como tal.

RESOLUÇÃO DE UMA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU

O objetivo de se resolver uma equação do segundo grau é estabelecer valores numéricos para a incógnita que torne a igualdade verdadeira. Este valor será elemento do conjunto solução da equação e será denominada raiz da equação do segundo grau.

Importante notar que todo Conjunto Solução de uma equação estará contido em um conjunto maior, intitulado Universo.

O Conjunto Universo é o conjunto numérico onde se pretende encontrar todas as soluções viáveis para a situação-problema em questão.

Equações Incompletas

Uma equação incompletas do segundo são aquelas que apresentam, na sua forma reduzida, $ax^2 + bx + c = 0$, sendo x a incógnita, os valores de b e/ou c iguais a zero.

- $ax^2 = 0 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0$.

  $ax^2 + bx = 0$

  $x(ax + b) = 0$

  $x = 0$

  $ax + b = 0$

  $x = -b/a$

- $ax^2 + bx = 0$

  $ax^2 = -bx$

  $x^2 = -\frac{b}{a}$

  $x = \sqrt{-\frac{b}{a}}$

Exemplos:

Resolva, para U = {ℝ

$4x^2 - 16 = 0$

$4x^2 = 16$

$x^2 = \frac{16}{4}$

$x^2 = 4$

$x = +4$ ou $x = -4$

$S = \{-4, 4\}$

$x^2 - 3x = 0$

$x \cdot (x - 3) = 0$

$x = 0$

$x - 3 = 0$

$x = 3$

Equações Completas:

Para resolvermos uma equação do segundo grau, na sua forma reduzida e completa, utilizaremos o algoritmo a seguir:

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a}$$

Vamos, a seguir, demonstrar o algoritmo supracitado:

Seja x a incógnita da equação:

$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

Dividindo a equação por "a", temos que:

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$

Acrescentando, em ambos os membros, o termo $\frac{b^2}{4a^2}$, temos que:

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$

Observando a aparição de um trinômio quadrado perfeito no primeiro membro da equação, podemos fatorá-lo, algebricamente, por:

$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$

Agora, iremos transformar as frações algébricas, existentes no segundo membro, em frações equivalentes com o mesmo denominador:

$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{4ac}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2}$

$x + \frac{b}{2a} = \mp\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$

$x + \frac{b}{2a} = \mp\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = -\frac{b}{2a} \mp \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Exemplos:

Resolva a equação: $x^2 - 7x + 12 = 0$

$a = 1$

$b = -7$

$c = 12$

$x = \frac{-(-7) \mp \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2 \cdot 1}$

$x_1 = \frac{7 - \sqrt{1}}{2} = 3$

$x_2 = \frac{7 + \sqrt{1}}{2} = 4$

$S = \{3, 4\}$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Qual é o conjunto verdade da equação: $3 - \frac{2 - x}{6} = \frac{3x}{8}$?

a) $\left\{\frac{22}{19}\right\}$

b) $\left\{\frac{4}{7}\right\}$

c) $\left\{\frac{4}{13}\right\}$

d) $\left\{\frac{64}{13}\right\}$

e) $\left\{\frac{64}{5}\right\}$

Resolução: E

$3 - \frac{2 - x}{6} = \frac{3x}{8} \Leftrightarrow \frac{18 - (2 - x)}{6} = \frac{3x}{8} \Leftrightarrow$

$\frac{18 - 2 + x}{6} = \frac{3x}{8} \Leftrightarrow \frac{16 + x}{3} = \frac{3x}{4} \Leftrightarrow$

$64 + 4x = 9x \Leftrightarrow 5x = 64 \Leftrightarrow x = \frac{64}{5}$

$S = \left\{\frac{64}{5}\right\}$

02. A quantidade de soluções distintas da equação $x^4 + 8x^3 + 15x^2 = 0$ em $\mathbb{Z}_+$ é(são)

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

Resolução: B

Considerando os termos comuns, temos que

$x^4 + 8x^3 + 15x^2 = 0 \Rightarrow$

$x^2(x^2 + 8x + 15) = 0$

Sendo necessário então que

$x^2 = 0 \quad x = 0$

$x^2 + 8x + 15 = 0$

$x = -3$ ou $x = -5$

De acordo com o enunciado, o que se pede é o número de soluções inteiras não negativas distintas. Assim sendo, o número de soluções é 1.

03. Quais as raízes da equação -2 y² + 12 = 5y?

a) $\sqrt{3}$ e 0
b) 4 e – 1,5
c) $-\sqrt{3}$ e 0
d) 1,5 e -4
e) Não possui solução pertencente aos reais

Resolução: D

manipulando a equação podemos reescreve-la da seguinte forma:

$$-2y^2 - 5y + 12 = 0$$

Agora podemos aplicar a fórmula de Bhaskara.

Determinando inicialmente o valor de delta temos:

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta(-5)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 12 \Rightarrow \Delta = 25 + 96$$

$$\Delta = 121$$

Agora temos:

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} \Rightarrow y = \frac{-(-5) \pm \sqrt{121}}{2 \cdot (-2)} \Rightarrow y = \frac{5 \pm 11}{-4}$$

$$y_1 = \frac{16}{-4} = \boxed{-4}$$

$$y_2 = \frac{-6}{-4} = \boxed{1,5}$$

ANOTAÇÕES