

Ejercicios 2 (Cálculo vectorial)

1. Calcule la derivada direccional de la función $f(x,y,z) = z \operatorname{sen} y^3 \cos(x^5 + t g y^3)$ en la dirección del vector $v = (0, 0, 1)$.
2. Sea g la función definida por
$$g(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy(x^2 - y^2)}{5(x^2 + y^2)} & , (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & , (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
 - a) Calcule $\frac{\partial g}{\partial x}(x,y)$ y $\frac{\partial g}{\partial y}(x,y)$
 - b) Calcule $\frac{\partial g}{\partial x}(0,0)$ y $\frac{\partial g}{\partial y}(0,0)$
3. Dada la función $f(x,y) = 4x - 3y$, escriba la expresión del residuo de la definición de diferenciabilidad en $(0,0)$ y muestre que f es diferenciable en este punto.
4. La distribución de temperatura de una placa metálica está dada por la función $T(x,y) = x e^{2y} + y^3 e^x$.
 - a) Calcule la razón de cambio de T en el punto $P(2,0)$ en la dirección del vector $v = (1,1)$.
 - b) ¿En qué dirección a partir de P disminuye más rápido la temperatura?
 - c) ¿Cuál es la razón de cambio máximo de T en P ?
5. Si $y = f(x - at) + g(x + at)$, muestre que $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ cualquiera que sean las funciones f y g derivables dos veces.
6. Si $z = x^2 y - y^2 x$ donde $x = u \cos v$, $y = u \operatorname{sen} v$, halle $\frac{\partial z}{\partial u}$ y $\frac{\partial z}{\partial v}$.
7. Halle las ecuaciones del plano tangente y de la recta normal a la superficie $z = \operatorname{sen} x \cos y$ en el punto $P(\pi/4, \pi/4, 1/2)$.
8. Halle las ecuaciones de los planos tangentes a la superficie dada por $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ que sean paralelos al plano $x + 4y + 6z = 0$.