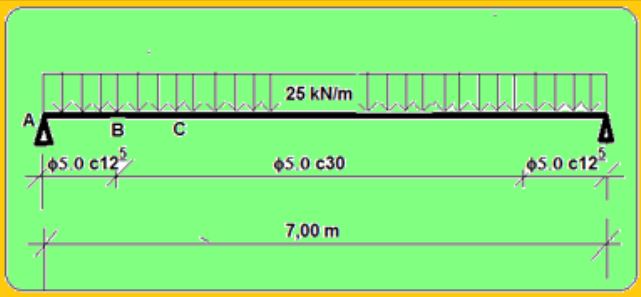
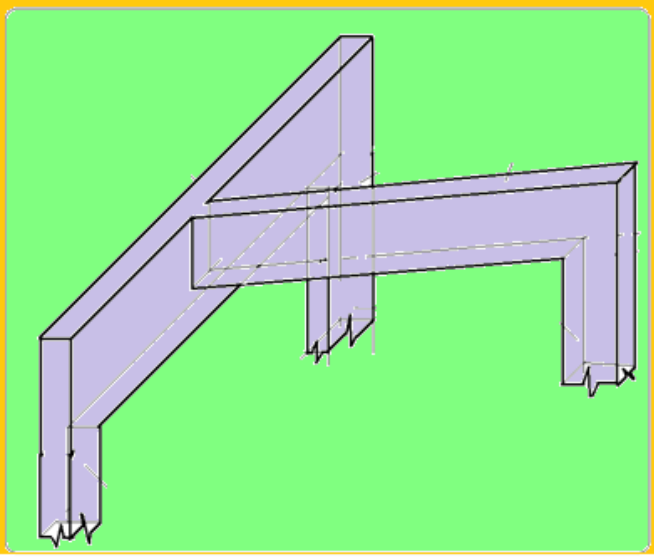
Concreto Armado
Volume 2





Dimensionamento à Flexão - Vigas

Edmilson L. Madureira

Concreto Armado

Volume 2

Dimensionamento à Flexão - Vigas

Edmilson L. Madureira

Apresentação

O trabalho ora apresentado é o segundo volume pretensiosamente de uma série de três volumes voltados para a cobertura do conteúdo programático da disciplina Estruturas de Concreto Armado I, da grade curricular do Curso de Engenharia Civil, da Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

A coleção em questão é o produto do propósito de disponibilizar aos membros do corpo discente, material didático voltado à aquisição de conhecimento, extrato das lições de autores tradicionais versados na ciência e na arte de projetar estruturas de concreto armado, dispensando esses estudantes do rebuscar imediato de conteúdo em fontes dispersas, sem, contudo, demovê-los do compromisso de ampliar horizontes na pesquisa em bibliografia alternativa.

Os volumes foram concebidos mediante estrutura gramatical e vocabulário, acessíveis a estudantes do Curso de Engenharia Civil, sem, entretanto, negligenciar o cultivo e usufruto de terminologia técnica e notação científica, adequadas.

Este volume compreende quatro capítulos abordando o dimensionamento de membros estruturais de concreto armado solicitados à flexão simples.

Os autores, portanto, congratulam-se com os estudantes da disciplina Estruturas de Concreto Armado I, que, com êxito, desbravaram as páginas do primeiro volume lhes permitindo o acesso ao conteúdo ora apresentado em voo de cruzeiro e calmaria de jornada.

Os autores

Sumário

Capítulo I – Seções Solicitadas à Flexão Simples

I.1 – Aspectos Introdutórios 9
I.2 – Recomendações Normativas 13
I.3 – Conceitos Fundamentais 28
I.4 – Modelo de Cálculo da Armadura Longitudinal 33

Capítulo II - Cálculo da Armadura Longitudinal

II.1 – Seção Transversal Retangular com Armadura Simples 41
II.2 – Seção Transversal Retangular com Armadura Dupla 60
II.3 – Seção Transversal em Forma de “T” 68
II.4 – Exercícios Propostos 80

Capítulo III - Cálculo de Armadura Transversal

III.1 – Considerações Preliminares 83
III.2 – Analogia da treliça 87
III.3 – Cálculo da Armadura 89
III.4 – Tópicos Complementares 103
III.5 – Exercícios Propostos 127

Capítulo IV - Estados-Limite de Serviço

IV.1 – Preâmbulo 131
IV.2 – Limite de Abertura de Fissuras 132
IV.3 – Estado-Limite de Deformações Excessivas 138
IV.4 - Exercício Proposto 151

Referências 153

Capítulo I

Seções Transversais Solicitadas à Flexão Simples

I.1 – Aspectos Introdutórios

Um elemento, na vizinhança de determinada seção transversal, encontra-se solicitado à flexão simples quando está submetido à ação simultânea de momentos fletores e de esforços cortantes, figura I.1.a. Tais elementos fazem parte de membros estruturais que recebem a ação de carregamento de direção transversal ao seu eixo longitudinal, figura I.1.b.

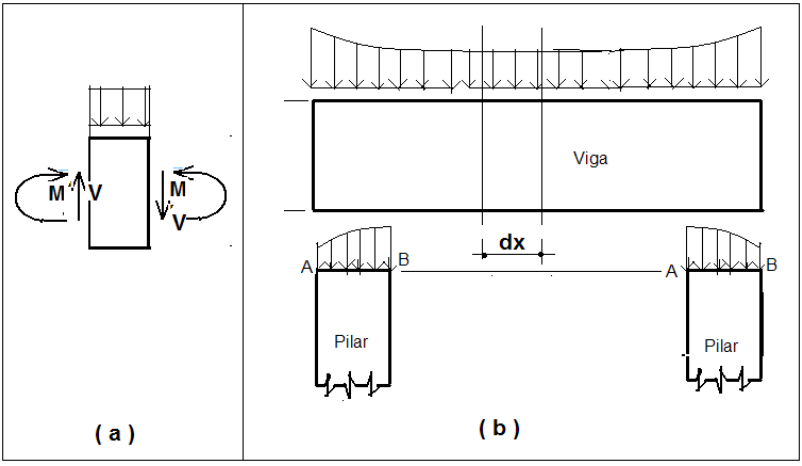


Figura I.1 – a -) Seção solicitada à flexão simples; b -) Viga

Dentre os membros estruturais solicitados à flexão simples incluem-se as vigas, as lajes, e peças constituintes de pórticos e grelhas. Este capítulo tratará, sobretudo, das vigas, como definidas na seção III.1, do volume 1.

Em tais membros estruturais os momentos fletores representam as solicitações normais, haja vista o seu efeito de produzir tensões normais, enquanto os esforços cortantes constituem as solicitações tangenciais, uma vez que fazem suscitar as tensões cisalhantes.

Com vistas à observância da estabilidade interna em seções transversais solicitadas à flexão, os momentos fletores resistentes, "M_{Rd}", devem ser confrontados com os seus correspondentes da envoltória dos momentos fletores solicitantes, "M_{Sd}", que, em algumas situações especiais de análise estrutural, pode ser representado pelo diagrama de momentos fletores solicitantes. Assim sendo, as armaduras longitudinais serão determinadas atentando-se para a finalidade de absorverem as tensões normais de tração decorrentes de tais momentos fletores. Em sua disposição longitudinal, serão distribuídas no bordo tracionado da viga, conforme figura I.2, de modo a estabelecer-se a cobertura das envoltórias de momentos fletores solicitantes.

Com referência à viga da figura I.2, as barras de armadura identificadas como "**AC**", posicionadas ao longo do bordo comprimido dos trechos isentos de armadura comprimida, representam a armadura construtiva. A finalidade desse tipo de

armadura é preservar o posicionamento previsto em projeto da armadura transversal, os estribos, quando das operações inerentes à concretagem. O cumprimento eficiente de sua função depende de sua amarração efetiva às peças de estribos e destes à armadura longitudinal do bordo oposto.

Os trechos da armadura tracionada identificados como ”**AMF**”, cobrindo o diagrama de momentos fletores, figura I.2, referem-se ao segmento de armadura destinado a absorver as tensões normais de tração decorrentes de tais esforços.

Os trechos das barras da armadura tracionada identificados pela letra “**A**” são projetados com o fim de estabelecer sua ligação à massa de concreto que as envolve, e por essa razão recebem o nome de ancoragem da armadura.

Com vistas ao esclarecimento da função da ancoragem de armaduras tracionadas, considere-se o elemento infinitesimal de comprimento dx de uma barra de armadura de tração, figura I.3.a, posicionado na vizinhança da seção de momento fletor nulo. Pode-se constatar que tal elemento, encontra-se submetido a um esforço de tração “**T”** exercido pelo restante da barra, situado à sua esquerda. Na ausência da ancoragem, não haveria esforço para equilibrar “**T**” e o elemento apresentaria movimento de corpo rígido para a esquerda. Existindo a ancoragem, por outro lado, a tendência do esforço “**T**” de produzir movimentação, despertaria tensões de aderência na interface da referida barra e da massa de concreto que

a envolve, figura I.3.b, cuja resultante "**R**" equilibra o referido esforço "**T**" e garante, desta forma, a sua imobilidade.

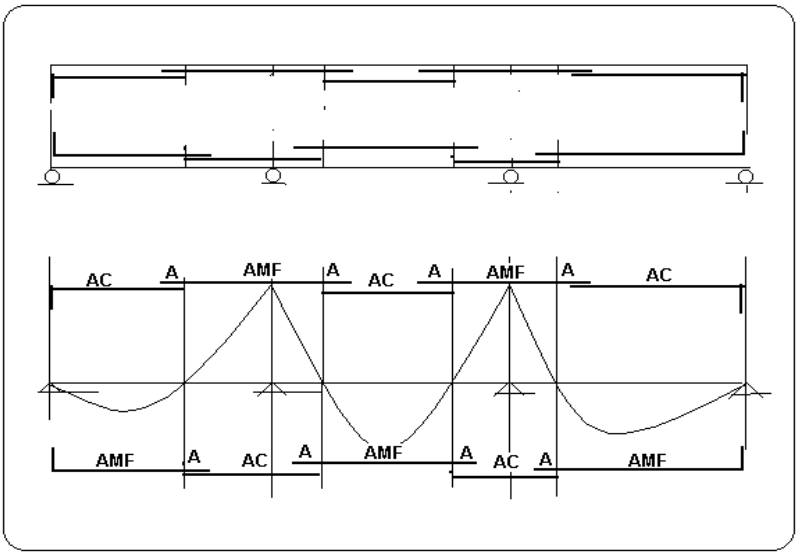


Figura I.2 – Tipos de armadura longitudinal

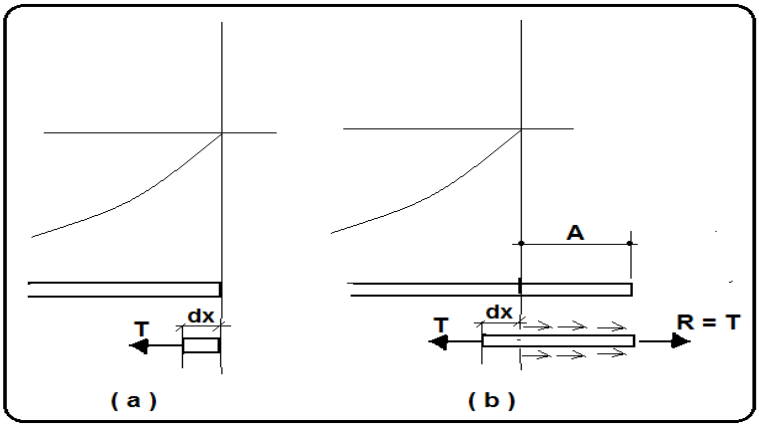


Figura III.3 – a –) Barra sem ancoragem; b –) Barra com ancoragem

I.2 – Recomendações Normativas

Uma vez que este capítulo trata do dimensionamento e verificação de segurança de vigas, as recomendações aqui apresentadas são inerentes a este tipo de membro estrutural.

I.2.1 – Agressividade ambiental

As precauções no tocante à agressividade do meio ambiente justificam-se pelas consequências nocivas das ações decorrentes de seus agentes físicos e químicos sobre a massa do concreto estrutural. As providências associadas independem das medidas, corriqueiramente consideradas em projeto, voltadas para o zelo pelo desempenho estrutural frente às ações de origem mecânica e oscilações de natureza volumétrica associadas a fenômenos e patologias diversas.

Para aplicação em projetos de estruturas de concreto armado a agressividade ambiental, assim como os riscos decorrentes, deve ser classificada conforme a tabela I.1, transcrita do texto da NBR 6118/2014.

Tabela I.1 – Classes de Agressividade Ambiental

Classe de agressividade Ambiental	Grau de Agressividade	Classificação do Tipo do Ambiente	Risco de Deterioração da Estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
I	Fraca	Submersa	Insignificante
II	Moderada	Urbana[1)2)]	Pequeno
III	Forte	Marinha[1)]	Grande
III	Forte	Industrial[1)2)]	Grande
IV	Muito Forte	Industrial[1)3)]	Elevado
IV	Muito Forte	Respingos de Maré	Elevado

[1)] Pode-se admitir microclima com classe de agressividade ambiental um nível mais branda para ambientes internos secos ou quando o concreto é revestido com argamassa e pintura.
[2)] Pode-se admitir classe de agressividade ambiental um nível mais branda para regiões onde a umidade relativa do ar é menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou onde chove raramente.
[3)] Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes e indústrias químicas.

I.2.2 – Cobrimento Nominal das Armaduras

O cobrimento das armaduras de aço, figura I.4, constitui a camada de concreto que isola suas barras do contato com o ambiente no qual o membro estrutural encontra-se imerso. Tal isolamento visa proteger as armaduras da ação nociva das intempéries e de outros agentes agressivos do meio.

Assim, diante de sua finalidade no contexto da preservação da integridade estrutural, deve-se promover a garantia de um valor

mínimo para o cobrimento. Assim, deve-se considerar um valor para o cobrimento nominal observando-se a agressividade ambiental, conforme a tabela I.2, que é definido a partir do cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução.

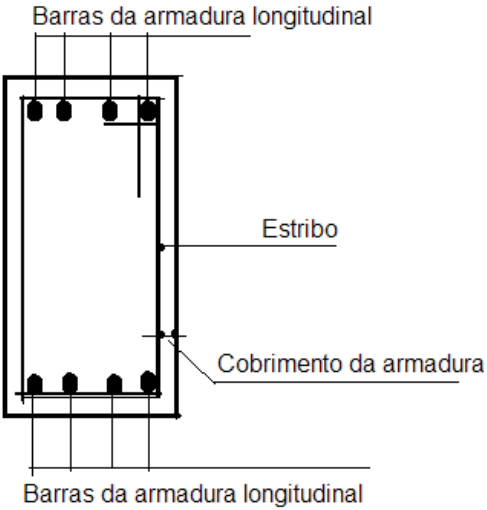


Figura I.4 – Seção da viga de concreto armado

Os valores do cobrimento nominal apresentados na tabela I.2, referem-se à distância entre a face externa do estribo e a superfície livre da massa de concreto exposta ao contato com o meio ambiente.

O cobrimento mínimo deve ser respeitado ao longo de todo o membro estrutural considerado.

Além das observações acima apresentadas, deve-se atentar para as características e para a qualidade do concreto da camada

de cobrimento, ressaltando os requesitos resistência e as implicações do fator água cimento praticado na produção do material. Na ausência de ensaios comprobatórios da eficácia do desempenho do cobrimento quanto à durabilidade da estrutura a norma permite a adoção dos limites expressos na tabela III.3

Tabela I.2 – Cobrimento nominal de armaduras (NBR 6118/14)

Cobrimento nominal de armaduras (mm)				
Tipo de elemento	Classe de agressividade ambiental			
	I	II	III	IV[-2)]
Laje[-1)]	20	25	35	45
Viga/Pilar	25	30	40	50

[-1-)] Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento tais como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, asfálticos e outros tantos, as exigências desta tabela podem ser substituídas por proteção com graute, calda de cimento Portland sem adições ou graxa especialmente formulada para esse fim, respeitando-se um cobrimento nominal de pelo menos 15 mm.

[-2-)] Nas faces inferiores de lajes e vigas de reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, a armadura deve ter cobrimento nominal de pelo menos 45 mm.

Tabela III.3 – Classe de agressividade e qualidade do concreto (NBR 6118/14)

Concreto	Classe de Agressividade Ambiental			
	I	II	III	IV
Fator A/C	$\leq$ 0,65	$\leq$ 0,60	$\leq$ 0,55	$\leq$ 0,45
Classe	$\geq$ C 20	$\geq$ C 25	$\geq$ C 30	$\geq$ C 40

A norma recomenda, inclusive que a dimensão máxima do agregado graúdo utilizado na produção do concreto não pode superar em 20% a espessura nominal do cobrimento. Ou seja:

$$d_{max} \leq 1{,}2 c_{nom} \qquad \text{I.1}$$

I.2.1 – Dimensões Limite

A consideração de valores limites para as dimensões de membros estruturais de concreto armado é voltada para o estabelecimento de condições apropriadas para a sua execução visando à obtenção de unidades estruturais de desempenho satisfatório.

De acordo com a norma, a seção transversal das vigas deve apresentar largura, dimensão "**b**" da figura I.5, de valor igual ou superior a 12 cm. Este limite, em casos excepcionais, pode ser reduzido desde que seja respeitado o mínimo absoluto de 10 cm, obrigando-se o atendimento às seguintes condições:

1 – acomodação das armaduras observando-se a isenção de interferências com as armaduras de outros elementos estruturais, respeitando-se os espaçamentos e cobrimentos estabelecidos na referida norma.

2 – reserva de espaço suficiente para a realização das operações de lançamento e adensamento do concreto de acordo com as recomendações da NBR 14931.

As vigas isostáticas devem apresentar altura da seção transversal, dimensão "**h**" da figura I.5, tais que resultem em relação comprimento/altura maior ou igual a 2,0. Em se tratando de vigas contínuas este valor dever ser fixado em 3,0.

Com vistas a garantir a segurança contra a sua instabilidade lateral associada à flambagem, a norma recomenda para as vigas o atendimento às condições:

$$b \geq l_o / 50 \wedge b \geq \beta_{fl} h \qquad \text{I.2}$$

onde h representa a altura total da seção transversal da viga, b a largura de sua zona comprimida, l_o o comprimento da viga medido entre dois suportes que promovam seu contraventamento lateral, e, β_{fl} é o coeficiente que depende da forma da referida seção transversal, avaliado conforme tabela I.4, com informações transcritas da tabela 15.1 da NBR 6118/2014.

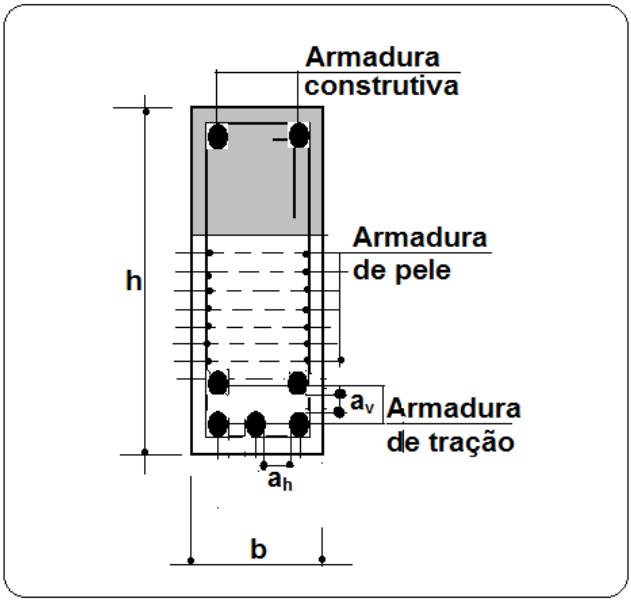
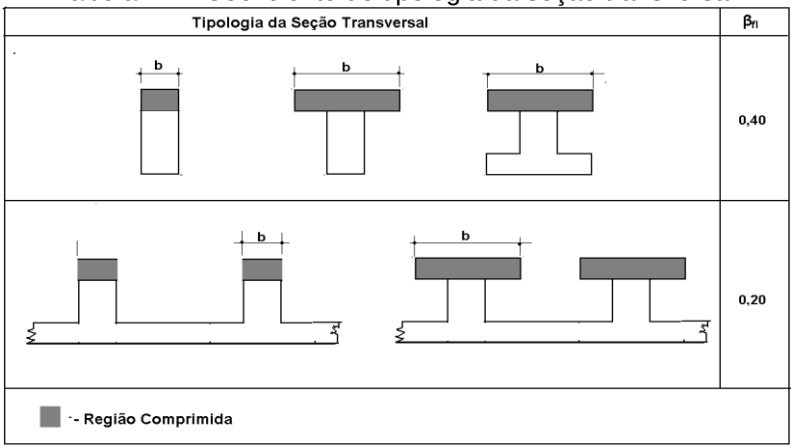


Figura I.5 – Seção transversal de viga de concreto armado

Tabela I.4 – Coeficiente de tipologia da seção transversal



Com a finalidade de determinar as dimensões, e, mirando-se no propósito de obter a solução com elemento o mais esbelto possível, poder-se-ia fixar as suas dimensões a partir do limite para o qual a viga funcionaria como normalmente armada, entretanto, esta escolha não é absoluta, pois, a altura assim obtida pode não ser suficiente ao atendimento dos estados limite de serviço, sobretudo, para aquelas vigas de vão maiores. Um recurso tradicionalmente praticado no cotidiano do projeto estrutural é tomar **h = L/10,** como referência para estimativa inicial.

Quando a estrutura apresenta em sua constituição, um painel de laje maciça de concreto, apoiada sobre vigas, figura I.6, a massa da laje pode ser aproveitada como parte integrante da seção transversal da viga que, em seu conjunto, assume a forma de "**T**". A massa da laje representa a mesa da seção transversal assim

constituída, enquanto a região da massa da viga excluída da mesa é denominada de alma.

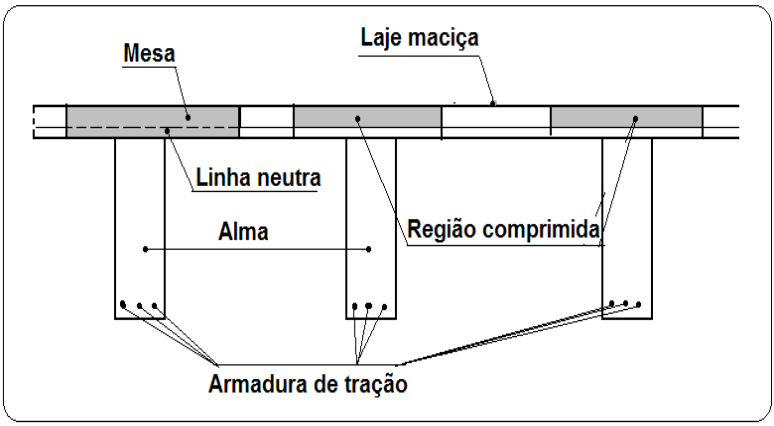


Figura I.6 – Seção transversal de vigas “T”

O modelo de flexão da Mecânica dos Sólidos admite que as tensões normais distribuem-se uniformemente segundo a largura da seção transversal da viga. Na hipótese de tal seção apresentar largura comparável com sua altura, a exemplo do que ocorre nas seções em forma de “**T**”, figura I.7, esta condição afasta-se da realidade física. Para esses casos, entretanto, pode-se considerar certa largura, definida como largura efetiva da mesa, também conhecida como largura de mesa colaborante, dimensão $\mathbf{b_f}$ da seção da figura I.7, ao longo da qual, a distribuição de tensões pode ser admitida como se fosse uniforme.

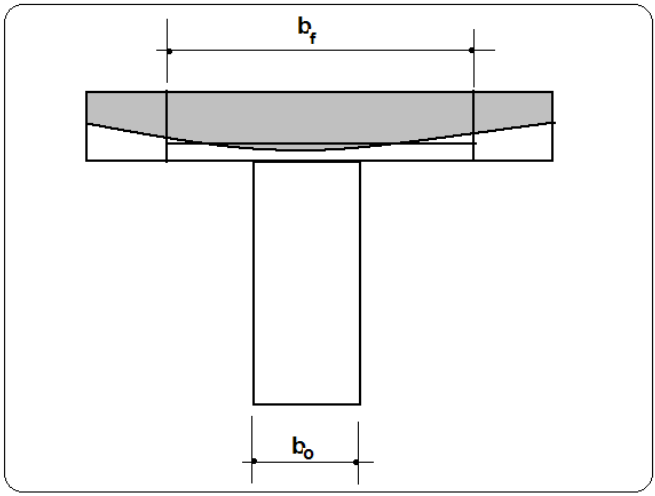


Figura I.7 – Distribuição das tensões normais

A largura da mesa colaborante das seções em forma de "**T**" pode ser determinada, conforme critérios normativos, de modo que, tomando-se por base as orientações constantes da figura I.8, deve-se ter:

$$b_1 \leq b_3 \wedge b_1 \leq 0{,}1L_o \qquad \text{I.3}$$

e:

$$b_2 \leq 0{,}5a \wedge b_2 \leq 0{,}1L_o \qquad \text{I.4}$$

O parâmetro "$\mathbf{L_o}$" é denominado vão isostático da viga, sendo definido como o comprimento do trecho longitudinal da viga solicitado por momento fletor positivo, situado entre dois pontos

consecutivos onde a linha elástica do elemento estrutural apresenta curvatura nula, figura I.9.

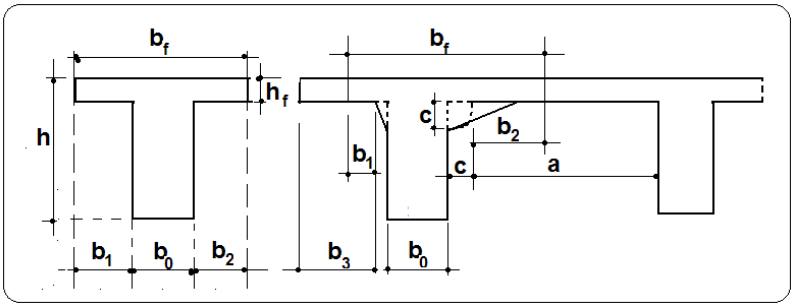


Figura I.8 – Largura efetiva da mesa de compressão

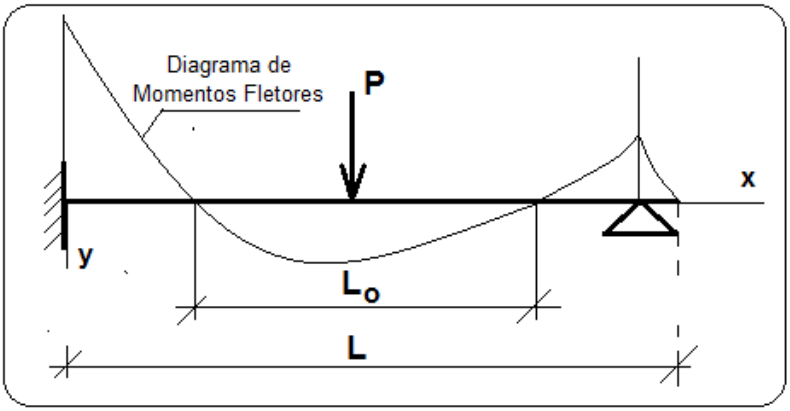


Figura I.9 – Vão isostático de uma viga

Valores satisfatórios para o vão isostático de uma viga podem ser fixados em caráter aproximado, a partir das orientações:

Se a vigas for simplesmente apoiada adotar para vão isostático o próprio comprimento do vão da viga;

Em se tratando de vigas com momento em uma só extremidade considerar o vão isostático igual a 0,75 do comprimento do vão;

Em vigas com momentos nas duas extremidades adotar vão isostático igual a 0,60 do comprimento do vão; e,

Para vigas em balanço, também conhecidas como "cantelever", considerar para o vão isostático valor igual ao dobro do comprimento de seu vão.

I.2.2 - Armaduras Mínima e Máxima

Em projetos envolvendo vigas de concreto armado deve-se atentar, inclusive, para o caráter desfavorável da ruptura do tipo frágil, quando da formação da primeira fissura de tração, em face de sua natureza fulminante à integridade física da estrutura. Havendo ruptura dessa natureza, a ruína da estrutura será brusca, não permitindo aos usuários as providências voltadas à proteção de pessoas e atenuação das perdas materiais, e, para abrandar ou mesmo evitar os efeitos danosos drásticos e irreversíveis da ruína generalizada do conjunto.

As seções transversais de vigas de concreto armado devem ser providas de armadura de tração, figura I.5 acima apresentada, pelo menos em quantidade suficiente para evitar a ruptura do tipo frágil. Desta forma seu valor deve ser calculado para um momento fletor de projeto mínimo de intensidade correspondente aquela que produziria a ruptura da seção de concreto simples, admitindo-se para resistência à tração aquela representada pelo parâmetro $\mathbf{f_{ctk,sup}}$,

definido na seção I.5.4, do volume 1. Logo, deve-se considerar para o cálculo de tais armaduras, um momento fletor com intensidade de pelo menos:

$$M_{d,min} = 0{,}8.W_o.f_{ctk,sup} \qquad \text{I.5}$$

para a qual **"W_o"** representa o módulo de resistência à flexão da seção transversal bruta de concreto, relativo ao bordo mais tracionado.

Deve-se, inclusive, respeitar valor absoluto mínimo para a taxa geométrica de armadura de tração, em função do "f_{ck}" do concreto, fixada na norma, conforme a tabela I.5, bem como atender às condições relativas ao estado limite de fissuração, seção 17.3.3 da norma transcritas na seção III.12 do volume 1. Em tal tabela o parâmetro "A_c" representa a área da seção bruta de concreto, assim definida como sendo a área total da seção transversal do membro estrutural sem deduzir a área de armaduras.

Tabela I.5 – Taxas mínimas de armadura de flexão em vigas

Valores de $\rho_{min} = A_{smin}/A_c$							
f_{ck} MPa	**20 a 30**	**35**	**40**	**45**	**50**	**55**	**60**
ρ_{min}	0,15	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219

A NBR 6118/2014 apresenta em sua seção 17.3.5.2.2 tratamento especifico para os critérios de fixação dos valores mínimos de armadura de tração em análise concernente a solicitações decorrentes de deformações impostas.

A fixação de limites máximos para a armadura longitudinal está associada à necessidade de garantir a ductilidade do concreto armado da viga e a validade dos ensaios que respaldam os princípios admitidos para modelar o desempenho conjunto aço-concreto. Além disso, esta recomendação tem como propósito a execução adequada do membro de concreto armado, a qual seria prejudicada se fossem praticadas taxas de armadura de grande densidade, com seus efeitos para restringir a mobilidade do agregado graúdo na massa de concreto fresco, no decorrer das operações de lançamento e adensamento.

A soma das armaduras de tração e de compressão $A_s + A_s^{'}$, para as regiões fora da zona de emenda, não deve resultar em taxa geométrica de armadura superior a 4%, devendo-se atentar para as condições de ductilidade requeridas na seção 14.6.4.3 da NBR 6118/2014.

I.2.3 - Armadura de Pele

A armadura de pele é constituída por barras longitudinais distribuídas na região tracionada, nas faces laterais da seção transversal da viga, conforme esquematizado na figura I.5 apresentada acima. Tal tipo de armadura tem como finalidade restringir a abertura de fissuras da massa de concreto.

A norma recomenda que a armadura de pele deva ser de, pelo menos, 0,10%, da área da seção bruta de concreto, por face da alma da viga. O espaçamento de suas barras não deve ser maior

que 20 cm, podendo ser dispensadas em vigas com altura igual ou inferior a 60 cm.

A norma preconiza, inclusive, que tal armadura deve ser composta por barras de aço CA-50 ou CA-60, devidamente ancoradas nos apoios. Entretanto, sua função é desempenhada de forma mais efetiva mediante o efeito da aderência, daí ser mais apropriada a adoção de barras de superfícies nervuradas.

As armaduras principais de tração e de compressão não podem ser computadas no cálculo da armadura de pele.

I.2.4 – Armadura Construtiva

Para a armadura construtiva, figuras I.2 e I.5, deve-se adotar uma barra em cada vértice do polígono dos estribos da armadura transversal, com bitola igual ao maior dos diâmetros dos fios utilizados para manufatura dessas peças.

I.2.5 – Distribuição da Armadura na Seção Transversal

Para o espaçamento horizontal interfaces "a_h" das barras da armadura longitudinal, figura I.5, medido no plano da seção transversal, deve ser fixado valor mínimo em consonância com os critérios formulados mediante as expressões:

$$a_{h,min} = 20\,mm$$

$$a_{h,min} = \Phi_L \qquad \text{I.6}$$

$$a_{h,min} = 1{,}2\Phi_{AG}$$

onde "Φ_{AG}" é a dimensão máxima característica do agregado graúdo utilizado para a produção do concreto.

Para o seu espaçamento vertical interfaces "a_v", figura I.5, deve ser adotado procedimento semelhante, diferindo apenas no terceiro critério que assume a condição:

$$a_{v,min} = 0{,}5\Phi_{AG} \qquad \text{I.7}$$

Vale ressaltar, entretanto, que o atendimento ao critério expresso mediante a equação I.7, pode não ser suficiente para garantir a boa qualidade do concreto executado, notadamente, no caso em que o cobrimento da armadura apresente valor superior à dimensão das partículas do agregado graúdo. Ocorrendo esta hipótese, a homogeneidade do concreto estaria condicionada à possibilidade de haver partículas de agregado graúdo ocupando o espaço entre um estribo e a superfície do membro estrutural que, para tanto poderia precisar fluir entre duas barras vizinhas da armadura longitudinal, figura I.10.a. O mesmo não ocorre para o caso em que o cobrimento da armadura é menor que a dimensão das partículas do agregado graúdo, como ilustrado na figura I.10.b.

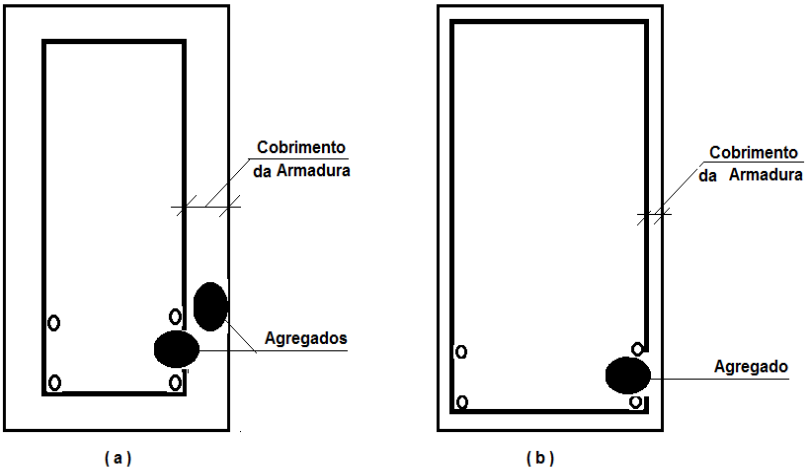


Figura I.10 – Cobrimento da Armadura: a -) Grande; b –) Pequeno

I.3 – Conceitos Fundamentais

Antes da abordagem do dimensionamento propriamente dito das seções transversais de concreto armado, solicitadas à flexão simples, convém apresentar alguns preceitos referentes ao comportamento de vigas constituídas do referido material, que nortearão a filosofia de cálculo e as tarefas inerentes a tal objetivo.

I.3.1 - Estádios em Vigas de Concreto Armado

Para uma viga solicitada à flexão simples, figura I.11, se a carga solicitante é aplicada gradativa e lentamente, desde o instante inicial, quando sua intensidade é nula, até o instante no qual se dá a deflagração da ruína do material constituinte, pode-se distinguir três estágios, convencionalmente definidos, denominados Estádios.

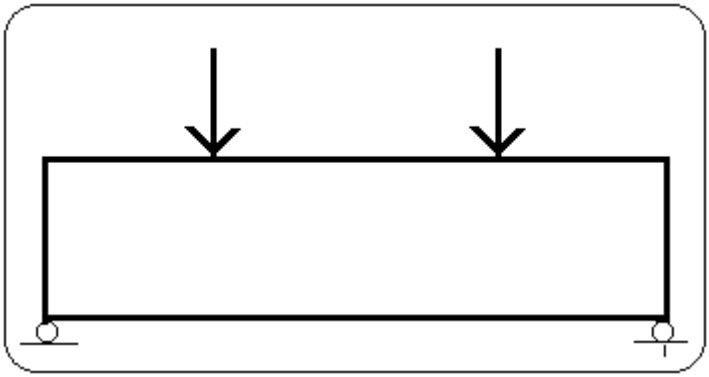


Figura I.11 – Estádios em vigas de concreto

O *Estádio I, ao qual corresponde o diagrama de tensões da figura I.12.a,* e que se refere ao início do carregamento, é caracterizado por solicitações pequenas para as quais a zona de tração da massa de concreto ainda tem a sua integridade plenamente preservada. Nesta fase, a resistência à tração do concreto ainda contribui para a resistência da seção transversal de concreto armado. Não constitui uma condição de projeto econômica, haja vista que a zona comprimida encontra-se ociosa, e, o membro estrutural com robustez bem além do necessário. Neste estádio as deformações e tensões apresentam correlação linear.

A continuar o processo de carregamento, antes de atingir-se o *Estádio II*, o elemento estrutural apresenta-se em estágio intermediário, o *Estádio I.a*, ao qual estão associados os diagramas de tensões ilustrados na figura I.12.b. Em tal estágio, a região tracionada do material atinge a fase plástica.

No Estádio II, os diagramas de tensões podem assumir distribuição em formato semelhante ao indicado na figura I.12.c. Nesta etapa de carregamento a região distendida do concreto não mais absorve tensões de tração, enquanto sua região contraída permanece no regime elástico.

Os estados limites de serviço devem ser verificados no estádio I ou no estádio II.

O Estádio III, ao qual se refere o diagrama de tensões da figura I.12.d, corresponde à fase iminente à ruptura do concreto. Em sua região comprimida o material encontra-se na fase plástica, deixando de obedecer, portanto, à lei de Hooke. Trata-se do Estádio reconhecidamente mais econômico, e, portanto, recomendado para o cálculo de membros estruturais solicitados à flexão.

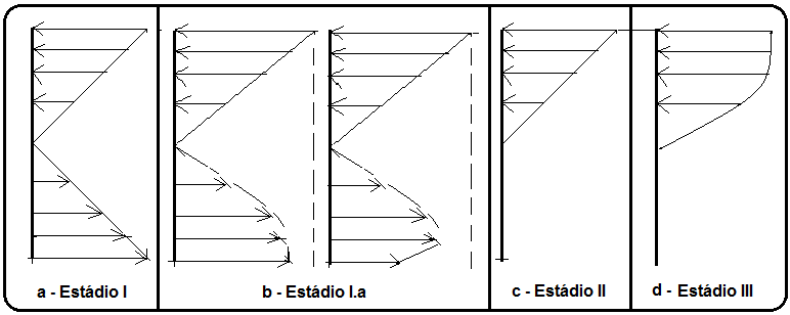


Figura I.12 – Estádios: Diagramas de tensões

I.3.2 – Padrões de Colapso

Para uma viga de concreto armado, solicitada à flexão simples, a ruína pode ocorrer pelo colapso do concreto ou do aço,

isoladamente, ou pelo colapso de ambos os materiais de forma simultânea.

Uma vez que em uma viga de concreto armado, figura I.13.a, no estádio III, o concreto não absorve tensões de tração, que são absorvidas pelas barras da armadura de aço, o colapso do concreto está associado à ruptura por esmagamento na região comprimida, representando ruína de natureza frágil. No bordo tracionado da seção transversal, por sua vez, a ruína da seção é caracterizada pelo fenômeno de escoamento do aço, material constituinte das barras da armadura, revelando o caráter dúctil deste material.

Se a ruína do elemento estrutural é atingida em razão da ruptura por esmagamento na região comprimida do concreto, o que ocorre quando o encurtamento "ε_c" do referido bordo atingir o valor limite de deformação do concreto "ε_{cd}", enquanto na região tracionada o alongamento das barras da armadura "ε_s" permanece inferior a deformação limite referente ao escoamento "ε_{yd}" do aço, figura I.13.b, diz-se que sua seção transversal está na condição superarmada. Por representar ruptura do tipo frágil ela é indesejada, uma vez que a perda da integridade física da viga ocorre bruscamente, sem aviso prévio, de forma a não permitir o conjunto de ações voltadas para evitar ou atenuar os danos decorrentes.

Se, por outro lado, a ruína da viga ocorrer mediante o escoamento do aço, na hipótese em que o alongamento das barras da armadura "ε_s" atingir o valor limite referente ao seu escoamento

"ε_{yd}", antes de a deformação no bordo comprimido "ε_c" atingir o valor limite de encurtamento do concreto "ε_{cd}", diz-se que sua seção transversal está subarmada. Trata-se de situação mais conveniente uma vez que a ductilidade do conjunto que experimenta tal tipo de ruína pode promover grandes deformações, antes que a ruptura seja consumada, permitindo assim a prática de ações preventivas contra os danos.

Quando a ruína se dá pelo colapso simultâneo do aço e do concreto, situação em que o encurtamento do bordo comprimido "ε_c" atinge o valor correspondente ao limite de deformação do concreto "ε_{cd}", ao mesmo tempo em que o alongamento das barras da armadura "ε_s" atinge o valor da deformação correspondente à tensão limite de escoamento do aço "ε_{yd}", diz-se que a seção transversal da viga está normalmente armada. Seria a condição ideal, uma vez que resulta em um conjunto mais econômico e com as vantagens inerentes à ductilidade.

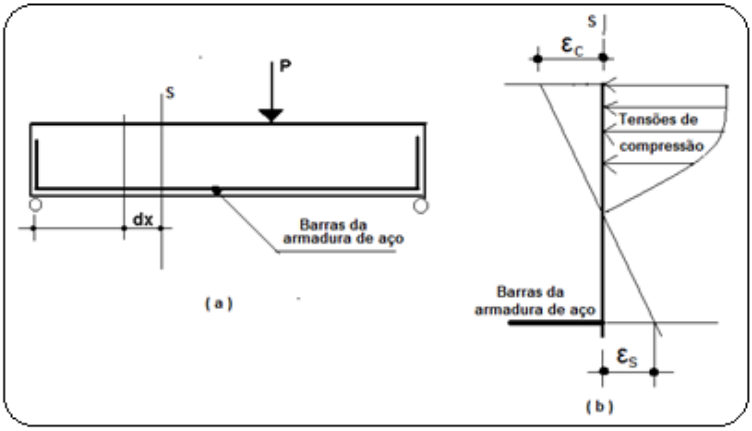


Figura I.13 – Viga de concreto armado

I.4 – Modelo de Cálculo da Armadura Longitudinal

Dimensionamento é a tarefa de determinar as dimensões e a armadura da seção transversal de membros estruturais atendendo aos requesitos de economia segurança e funcionalidade.

A funcionalidade está associada à qualidade do desempenho da estrutura em face das ações de serviço. A segurança, por sua vez, se refere à capacidade da estrutura de absorver os esforços decorrentes do carregamento que a solicitará sem comprometer a integridade do seu material constituinte.

O dimensionamento de seção transversal solicitada à flexão, só deve ser considerado atendido quando respeitados os critérios de armadura mínima da NBR 6118/2014, apresentados na seção I.2 deste trabalho, bem como as condições relativas ao estado limite de fissuração, seção 17.3.3 da referida norma. Entretanto, face à natureza distinta da verificação dos estados limite de serviço, do qual a verificação da fissuração constitui parte integrante, por razões de ordem didática, os procedimentos inerentes a tal tarefa constará em seção à parte. Esta seção tratará, exclusivamente, da verificação da segurança e do dimensionamento da seção transversal ao **estado limite último referente à ruína do material.**

Para o cálculo de armaduras longitudinais de vigas de concreto armado solicitadas à flexão, é aplicado um modelo elaborado com base nas seguintes hipóteses:

1. As seções transversais de concreto que são planas antes da solicitação do carregamento, assim permanecerão, no decorrer de sua aplicação e após o estabelecimento da configuração de equilíbrio correspondente, figura I.14.

Para o melhor entendimento desta hipótese convém ressaltar um aspecto peculiar referente ao comportamento de elementos estruturais em face do carregamento. Para um elemento estrutural qualquer, como o do tipo exemplificado na figura I.14, no instante da aplicação do carregamento, as reações nos apoios, assim como os esforços internos, são nulos, quando então são deflagradas as deformações, e tais reações e esforços são despertados. As deformações progridem de forma gradativa, embora rapidamente, acompanhadas do crescimento da intensidade dos esforços e reações, até o limite em que o sólido experimente todas as deformações que tinha de apresentar em razão da carga de tal magnitude que o solicita. Quando este status for consumado, as reações e esforços internos terão assumido seus valores finais, e, diz-se que o elemento estrutural atingiu a configuração de equilíbrio para a carga em análise. Examinando-se a parte “mnop” da viga da figura I.14.a, observa-se que na condição em que o elemento estrutural está descarregado tem-se a configuração da figura I.14.b, com a superfície da seção “on”, plana. Em a viga sendo solicitada pelo carregamento e até atingir-se a configuração de equilíbrio, figura I.14.c, mesmo ocorrendo as deformações, a superfície da seção transversal “on”, embora tendo apresentado rotação, conforme a hipótese proposta no item 1, permaneceria plana.

Convém observar que esta condição representa boa aproximação da realidade mecânica desde que a seção esteja em posição suficientemente afastada dos apoios e de cargas concentradas.

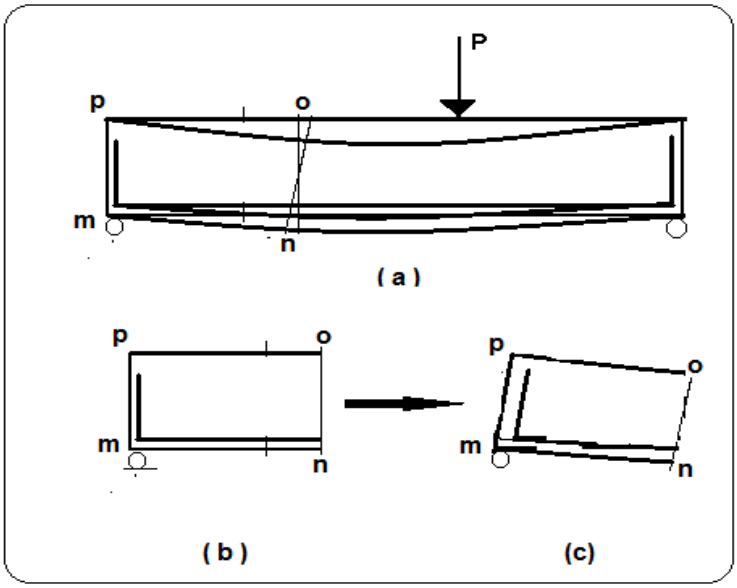


Figura I.14 – Deformada da viga

2. A seção transversal da viga deve apresentar simetria em relação a um eixo vertical passando por seu centro de gravidade, também conhecido como eixo baricêntrico vertical, figura I.15.

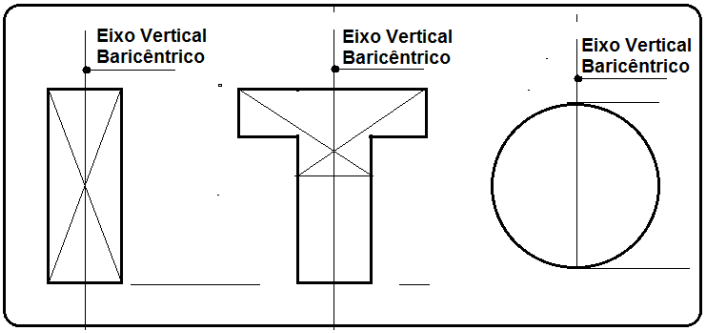


Figura I.15 – Eixo de simetria de seções

3. As deformações das barras da armadura de aço são iguais às deformações da massa de concreto que as envolve, como conseqüência natural da aderência entre esses materiais.

4. O carregamento ao longo da direção longitudinal da viga é transversal ao seu eixo longitudinal e está contido no plano determinado pelo conjunto dos eixos verticais baricêntricos de todas as suas infinitas seções transversais, figura I.16.a. Assim, as deformações de flexão dar-se-ão, exclusivamente, segundo o referido plano que permanece isento de deformações na direção normal a ele. Logo, empenamentos do tipo mostrado na figura I.16.b, são desconsiderados.

5. As seções serão dimensionadas no estádio III, de modo que as tensões de tração no concreto serão desprezadas.

6. A distribuição das tensões de compressão no concreto dar-se-á mediante o diagrama parábola-retângulo, figura I.17.a, recomendado pela norma e descrito na seção I.5.8 d volume 1, podendo ser

aproximado pelo diagrama retangular simplificado, figura I.17.b. Em tal figura, o parâmetro “y” representa a distância vertical da linha neutra real ao bordo comprimido. “x” é a distância vertical da linha neutra fictícia ao mesmo bordo, e, é definido a partir de “y” conforme a relação“x **= λy**”, onde:

$$\lambda = 0{,}8 \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \qquad \text{I.8}$$

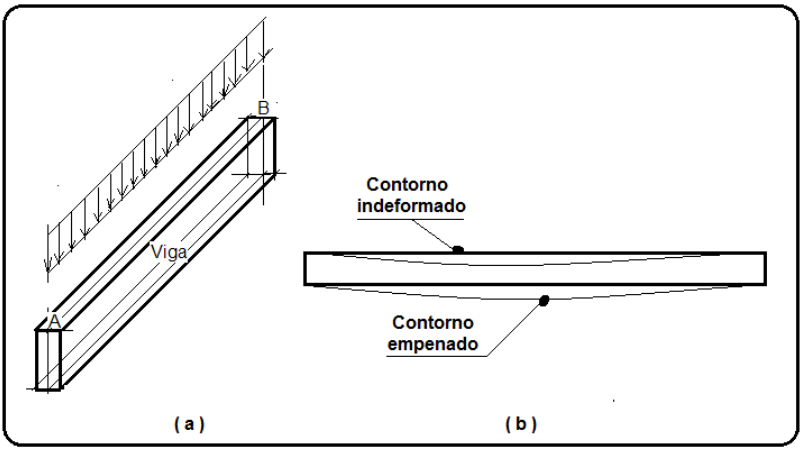


Figura I.16 – Viga: a -) Desenho em perspectiva; b -) Vista de cima

$$\lambda = 0{,}8 - (f_{ck} - 50)/400 \text{ para } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \qquad \text{I.9}$$

Considerando, inclusive para o valor da tensão, que se mantém constante até a profundidade “x”, o valor $\alpha_c f_{cd}$, para os casos nos quais a largura da seção transversal, medida paralelamente à linha neutra não sofrer redução, a partir desta, para o bordo comprimido, como ocorre com as seções mostradas nas figuras I.18.a, I.18.b e I.18.c. Caso contrário, como os das seções das figuras I.18.d, I.18.e

e I.18.f, deverá ser fixada em $\mathbf{0{,}9\alpha_c f_{cd}}$. Para concretos de classes até o C 50 o parâmetro α_c deve ser fixado 0,85. Para concretos de classes entre o C 50 e o C 90 tal parâmetro deve ser obtido mediante:

$$\alpha_C = 0{,}85[1{,}0 - (f_{ck} - 50)/200] \qquad \text{I.10}$$

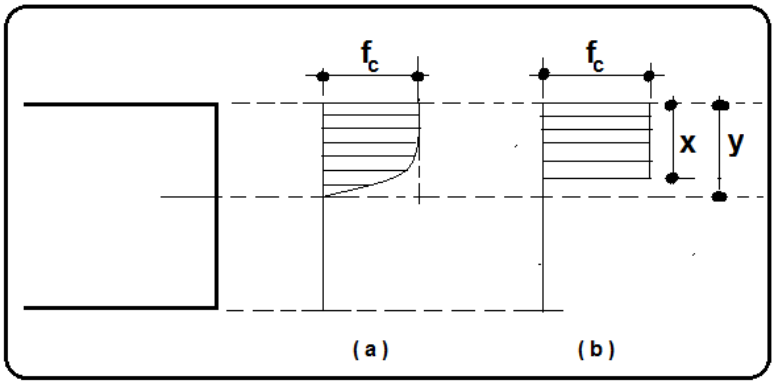


Figura I.17 – Diagramas: a –) Parábola-retângulo; b -) retangular

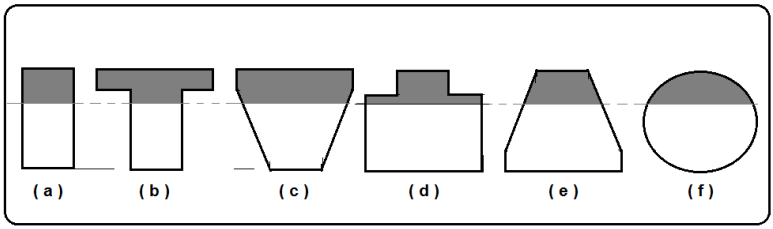


Figura I.18 – Formatos de seções transversais

7. Os sistema de ações formado pelos esforços que solicitam cada uma das barras da armadura, podem ser tomados pela sua resultante, esforço "$\mathbf{R_s}$" da figura I.19.a, aplicado no centro de gravidade do conjunto formado pelas seções transversais dessas

barras, figura I.19.b. Esta hipótese é válida desde que a distância deste centro de gravidade ao bordo tracionado da viga seja inferior a um décimo de sua altura total.

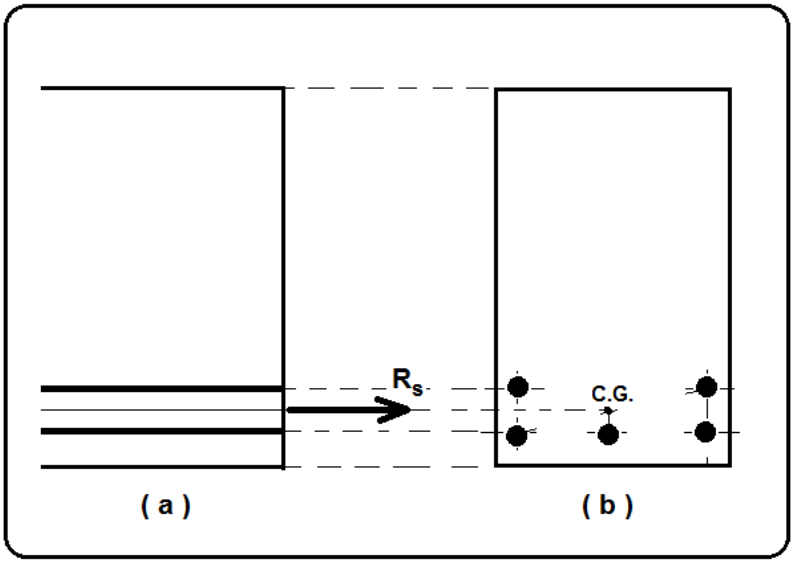


Figura I.19 – Detalhe de viga: a -) Perfil; b -) seção transversal

8. A tensão de tração no aço é obtida a partir do diagrama tensão-deformação recomendado em norma, e seu alongamento máximo é fixado em 1%.

9. O estado limite é caracterizado quando as deformações na seção transversal apresentarem a distribuição correspondente ao domínio 3, figura I.20, estabelecendo-se assim a condição de viga normalmente armada.

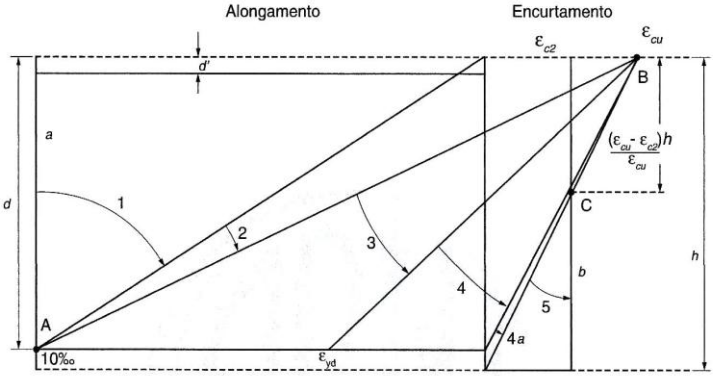


Figura I.20 – Domínios de Estado-Limite Último de Seção Transversal

Capítulo II

Cálculo da Armadura Longitudinal

II.1 - Seção Transversal Retangular com Armadura Simples

Para a viga da figura II.1, em se tratando de concreto de $f_{ck} \leq$ 50 MPa, considerando a decisão de se aproximar o diagrama parábola-retângulo pelo diagrama retangular equivalente, conforme previsto no modelo de cálculo adotado para o dimensionamento de sua seção transversal, tem-se:

$$x = 0{,}8y \qquad \text{II.1}$$

As contribuições diretas do aço e do concreto para a resistência da seção de concreto armado podem ser expressas, em termos de esforços normais, mediante:

$$R_s = A_s \sigma_{sd} \qquad \text{II.2}$$

e,

$$R_c = x.b.f_c \qquad \text{II.3}$$

onde "$\boldsymbol{\sigma_{sd}}$" representa a tensão normal que solicita a armadura de tração. Observe-se, com base na figura II.1, que "$\mathbf{R_c}$" e "$\mathbf{R_s}$", devem

ter a mesma intensidade, pois, se auto equilibram, uma vez que inexiste outra ação do tipo força na direção horizontal, além delas.

As condições de equilíbrio relacionadas aos momentos nos permitem escrever:

$$M_d = R_s z \qquad \text{II.4}$$

e,

$$M_d = R_c z \qquad \text{II.5}$$

Onde o parâmetro "**z**" representa o braço de alavanca do conjugado resistente, formado pelas ações paralelas "$\mathbf{R_c}$" e "$\mathbf{R_s}$", figura II.1.

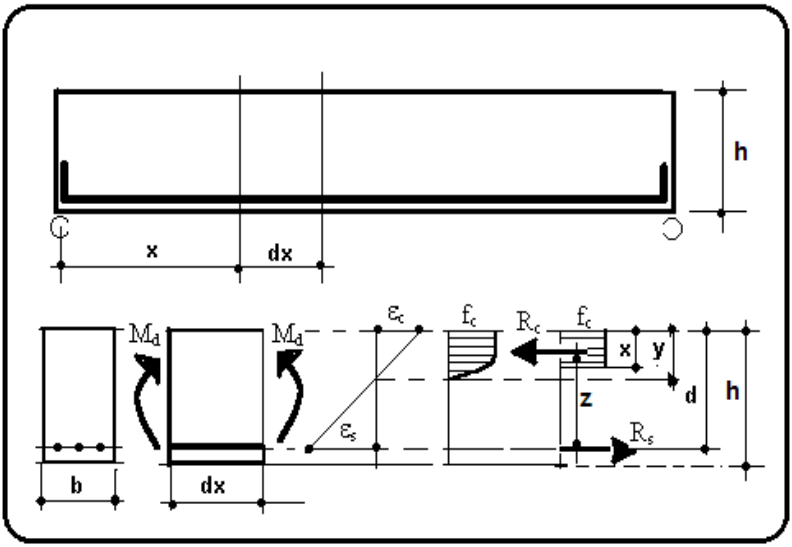


Figura II.1 – Desenho esquemático de viga

Combinando-se as equações II.3 e II.5, obtém-se:

$$M_d = R_c z = x.b.f_c.z \qquad \text{II.6}$$

Permitindo deduzir-se que:

$$\frac{M_d}{f_c.b} = x.z \Rightarrow \frac{M_d}{f_c.b.d^2} = \mu = \frac{x}{d}.\frac{z}{d} \qquad \text{II.7}$$

Onde “d” representa a altura útil da seção de concreto armado e é definido como sendo a distância do centro de gravidade da armadura de tração ao bordo comprimido, tomada segundo direção normal à linha neutra. O parâmetro adimensional “μ”, definido matematicamente a partir da equação II.7, é denominado *momento fletor relativo de projeto, também conhecido como momento reduzido.* Observe-se que tal parâmetro pode ser calculado diretamente a partir do conhecimento dos dados do problema referentes a esforços, geometria e propriedades mecânicas do concreto. Combinando-se as equações II.2 e II.4 obtém-se:

$$M_d = R_s z = A_s \sigma_{sd} z \qquad \text{II.8}$$

que uma vez reordenada resulta em:

$$A_s = \frac{M_d}{z.\sigma_{sd}} \qquad \text{II.9}$$

A partir da figura II.1 pode-se deduzir que:

$$z = d - \frac{x}{2} = d(1 - \frac{x}{2d}) \qquad \text{III.10}$$

a qual, uma vez reordenada nos permite escrever:

$$\frac{z}{d} = 1 - \frac{x}{2d} \Rightarrow \frac{x}{d} = 2(1 - \frac{z}{d}) \qquad \text{II.11}$$

Substituindo-se II.11 em II.7 resulta:

$$\mu = \frac{x}{d}\frac{z}{d} = 2(1 - \frac{z}{d})\frac{z}{d} \qquad \text{II.12}$$

que representa correlação entre os parâmetros "**z**" e "**μ**". A partir da mudança de variável **t = z/d** realizada na equação II.12, e, reordenando-se a expressão resultante, obtém-se a equação do segundo grau em "**t**":

$$t^2 - t + \frac{1}{2}\mu = 0 \qquad \text{II.13}$$

Que admite como raiz significativa:

$$t = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{1 - 2.\mu}) \qquad \text{II.14}$$

e, conseqüentemente:

$$z = \frac{d}{2}(1 + \sqrt{1 - 2.\mu}) \qquad \text{II.15}$$

Teríamos assim os meios necessários para definir a armadura de tração. Entretanto, faz-se necessário estabelecerem-se limites para a profundidade da linha neutra, e, em consequência, para o valor do momento reduzido "μ", com o objetivo de garantir que a viga objeto de dimensionamento trabalhe efetivamente na condição normalmente armada. Com base no diagrama de deformações ilustrado na figura II.2, podemos deduzir, que os polígonos omn e opq representam triângulos retângulos opostos pelo vértice "**o**", de forma que eles são semelhantes entre si. Em assim sendo, pode-se aplicar a condição de proporcionalidade:

$$\frac{pq}{mn} = \frac{oq}{om} \qquad \text{II.16}$$

da qual, como se pode deduzir da figura II.2, resulta:

$$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} = \frac{d-y}{y} \qquad \text{II.17}$$

e, conseqüentemente:

$$\varepsilon_s = \frac{d-y}{y}\varepsilon_c \qquad \text{II.18}$$

A condição para que a viga seja normalmente armada é expressa matematicamente a partir da condição:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \Rightarrow \varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd} \qquad \text{II.19}$$

ou seja, que a deformação de escoamento do aço seja atingida, antes que a deformação de compressão do concreto assuma o valor

limite correspondente à ruína desse último material. Ou, em outras palavras, que o aço das barras da armadura de tração escoe antes que seja deflagrada a ruptura por esmagamento do concreto em compressão.

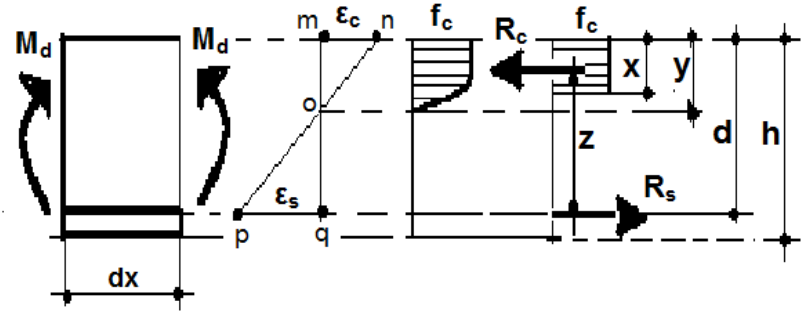


Figura II.2 – Diagramas de deformações e de tensões em viga

Combinando-se as equações II.18 e II.19 obtém-se:

$$\varepsilon_s = \frac{d-y}{y}\varepsilon_c = \frac{d-y}{y}\varepsilon_{cu} \geq \varepsilon_{yd} \qquad \text{II.20}$$

que diante de transformações algébricas pertinentes resulta em:

$$y \leq \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} d \qquad \text{II.21}$$

Conforme seção I.5.8 do volume 1, a deformação última do concreto de classe até o C 50 é $\varepsilon_{cu} = 0{,}35\%$. Além do mais, considerando-se a adoção do aço CA 50, que apresenta para Limite de Escoamento Característico o valor f_{yk} = 500 MPa, e adotando-se o coeficiente de segurança do aço γ_s = 1,15, correspondente a

Combinação Última Normal de ações, seu limite de escoamento de projeto será:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1{,}15} = 434\,MPa \qquad \text{II.22}$$

E, conforme a lei de Hooke, a deformação correspondente ao seu Limite de Escoamento de Projeto seria:

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{434}{210000} = 0{,}21\%$$

Para a profundidade da linha neutra obter-se-ia então o valor limite:

$$y \leq \frac{0{,}0035}{0{,}0035 + 0{,}0021} d = \frac{5}{8} d = 0{,}625d \qquad \text{II.23}$$

Entretanto, a norma preconiza que, para proporcionar o adequado comportamento dúctil, a posição da linha neutra, em concretos de $f_{ck} \leq 50$ MPa, deve ser tal que resulte em:

$$y \leq 0{,}45d \qquad \text{II.24}$$

Assim sendo, devemos adotar o menor dentre os valores dados pelas equações II.23 e II.24.

Levando-se o valor de z/d da equação II.11 na equação II.7 e considerando-se a correlação entre as variáveis “x” e “y”, obtém-se:

$$\mu = \frac{x}{d}\frac{z}{d} = \frac{x}{d}(1 - \frac{x}{2d}) = \frac{0{,}8y}{d}(1 - \frac{0{,}8y}{2d}) \qquad \text{II.25}$$

Substituindo-se o valor de “y” expresso mediante a equação II.24, na equação II.25, obtém-se ao final:

$$\mu \leq \frac{0{,}8.(0{,}45d)}{d}(1 - \frac{0{,}4(0{,}45d)}{d}) = 0{,}295 \qquad \text{II.26}$$

ou seja:

$$\mu \leq \mu_{lim} = 0{,}295 \qquad \text{III.37}$$

A seguir é apresentada a resolução de alguns exercícios de aplicação com a finalidade de consolidar os conceitos até aqui abordados**.**

Exercício III.1: Verificar a segurança de uma viga ao estado limite último de ruína do material moldada em concreto **C 20,** cuja superfície será revestida com argamassa de cimento, areia e saibro, para a qual deve-se adotar seção transversal retangular de dimensões **b = 12 cm** e **h = 60 cm**, sabendo-se que será armada com quatro barras de aço **CA-50 A** de **10 mm** de diâmetro nominal, distribuídas racionalmente em seu bordo inferior, adotando-se armadura construtiva no bordo superior composta de duas barras de **5.0 mm,** conforme figura AII.1**.** O elemento estrutural faz parte da estrutura de um edifício residencial construído em área para a qual deve ser prescrita classe de agressividade ambiental “**I**”, e, em sua vida útil será solicitado por uma combinação normal de ações que produz um momento fletor máximo de serviço de **50 kNm** e cujas cargas acidentais não superam 5 kN/m^2. Admitir que as ações indiretas são desprezíveis.

Tratando-se da verificação da segurança do elemento estrutural, a tarefa a realizar consiste na verificação do atendimento

às recomendações normativas pertinentes, bem como à condição de segurança no estado limite último.

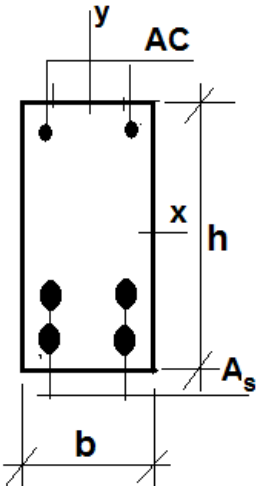


Figura AII.1 – Seção transversal de pilar

Constata-se, preliminarmente, que a adoção para a viga da largura b = 0,12 m, atende às recomendações normativas em termos de limite mínimo para tal parâmetro.

Quanto à compatibilidade entre a distribuição da armadura longitudinal e as dimensões da seção transversal adotadas, observe-se que, na direção "x" deve-se ter:

$$b \geq 2(cob + \phi_t) + 2\phi_L + a_{h,min}$$

Para a classe de agressividade I, que é a condição do exemplo ora em resolução, considerando que a viga será revestida, o cobrimento mínimo para as armaduras pode ser fixado em 15 mm. Entretanto, considerando-se a correlação entre o diâmetro do agregado e o cobrimento nominal deveremos ter:

$$c_{nom} \geq \frac{d_{max}}{1,2}$$

Adotando-se brita 19 deveremos ter:

$$c_{nom} \geq \frac{19}{1,2} = 15,83\,mm \approx 16\,mm$$

A distância interface entre as barras, por sua vez, deve ser fixada a partir dos critérios:

$$a_{h,min} = 20\,mm$$

$$a_{h,min} = \phi_L = 10\,mm$$

$$a_{h,min} = 1,2\Phi_{AG} = 1,2x16 = 20\,mm$$

A largura mínima para a seção transversal da viga deve ser, conseqüentemente, fixada em:

$$b_{min} = 2x(16+5) + 2x10 + 20 = 82\,mm$$

Uma vez que a largura da seção transversal é superior a este valor, a distribuição na direção "x", conforme figura AII.1, obedece à norma.

- ***Parâmetros Relevantes:***

- Parâmetros Geométricos da Seção Transversal

$A_c = bxh = 12x60 = 720\ cm^2 = 0,072\,m^2$

$W_o = bxh^2 / 6 = 0,12x0,60^2 / 6 = 0,0072\,m^3$

$d' = cob + \phi_t + \phi_L + a_{v,min} / 2 = 1,6 + 0,5 + 1,0 + 2,0 / 2 = 4,1\,cm$

$d = h - d' = 0,60 - 0,041 = 0,559\,m$

Apesar de a norma permitir adotar para espaçamento vertical mínimo o valor $a_{v,min} = 0,5\Phi_{AG}$, mesmo assim no presente caso foi adotado o limite $a_{v,min} = 1,2\Phi_{AG}$.

Vale ressaltar a hipótese do modelo de dimensionamento de vigas que admite que a linha de ação da resultante dos esforços

normais que solicitam a armadura, passa pelo centro de gravidade da seção transversal total desta armadura de aço. Como comentado na apresentação do referido modelo, tal hipótese só é válida se for atendida a condição d > 0,9h. Para o presente caso:

$$d = 0{,}559\,m > 0{,}9h$$

- Tensões Limite

Conforme tabela III.7, volume 1, os coeficientes de segurança dos materiais, para combinações normais de ações, serão $\gamma_c = 1{,}4$ e $\gamma_s = 1{,}15$, resultando para as tensões limite os valores:

$$f_c = 0{,}85\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0{,}85x20/1{,}4 = 12\,MPa;$$

$$f_{ctk,sup} = 1{,}3x0{,}3x{f_{ck}}^{2/3} = 1{,}3x0{,}3x20^{2/3} = 2{,}88\,MPa;\ \text{e,}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 500/1{,}15 = 434\,MPa.$$

- ***Momento Fletor Solicitante de Projeto***

Conforme a tabela III.5, volume 1, o Momento Fletor Solicitante de Projeto, correspondente à combinação última normal de ações deve ser obtido mediante a equação:

$$M_d = \gamma_g M_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} M_{\varepsilon gk} + \gamma_q (M_{q1k} + \sum \psi_{0j} M_{qjk}) + \gamma_{\varepsilon q} \psi_{0\varepsilon} M_{\varepsilon qk}$$

Considerando-se que a viga faz parte de uma estrutura destinada ao suporte de edifício residencial, e, que não há a menção quanto a existência de solicitação extraordinária, só será necessário considerar uma carga acidental que é aquela referente ao peso da

mobília e ao tráfego de pessoas. Logo, a equação do momento fletor se reduz a:

$$M_d = \gamma_g M_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} M_{\varepsilon gk} + \gamma_q M_{q1k} + \gamma_{\varepsilon q} \psi_{0\varepsilon} M_{\varepsilon qk}$$

Além do mais, uma vez que inexistem ações indiretas a equação do momento fletor se reduz a:

$$M_d = \gamma_g M_{gk} + \gamma_q M_{q1k}$$

E, inclusive, conforme a tabela III.3, volume 1, para as combinações normais de ações, tanto para as ações permanentes diretas quanto para as ações variáveis, o coeficiente de ponderação deve ser considerado igual a 1,4. Assim, podendo-se fazer $\gamma_f = \gamma_g = \gamma_q$

A equação do momento se resume a:

$$M_d = \gamma_f M_{gk} + \gamma_f M_{q1k} = \gamma_f \left(M_{gk} + M_{q1k}\right) = \gamma_f M$$

desde que:

$$M = M_{gk} + M_{q1k}$$

seja o momento fletor total máximo de serviço, que é aquele dado no enunciado do problema. Assim resulta para o momento fletor de projeto:

$$M_d = \gamma_f M = 1{,}4x0{,}05 = 0{,}07 \text{ MNm}$$

*- **Momento Fletor Reduzido***

$$\mu = \frac{M_d}{f_c b d^2} = \frac{0{,}07}{12x0{,}12x0{,}559^2} = 0{,}156 < 0{,}295,$$

consequentemente, a viga comportar-se-á segundo a condição normalmente armada;

- Área da Armadura Longitudinal

Em se tratando de quatro barras de 10 mm ter-se-á:

$$A_s = 4x0{,}80 = 3{,}20\,cm^2 ;$$

- Armadura Longitudinal Mínima

$$\begin{aligned} A_{s\,min} &= 0{,}15\%A_c = 0{,}15\%x720 = 1{,}08\,cm^2 \\ M_{d\,min} &= 0{,}8W_o f_{ctk,sup} = 0{,}8x0{,}0072x2{,}88 = 0{,}017\,MNm \end{aligned} ;$$

- Armadura Longitudinal Máxima

$$A_{s\,max} = 0{,}04A_c = 0{,}04x720 = 28{,}80\,cm^2 ;$$

Observe-se então que a armadura longitudinal adotada obedece aos limites preconizados pela norma, em termos de valores mínimo e máximo, e, que o momento fletor solicitante de projeto é maior que o mínimo recomendado.

- Esforços Resistentes

$$R_s = A_s f_{yd} = 3{,}20x434/10000 = 0{,}138\,MN$$

Haja vista o equilíbrio das ações horizontais do tipo força:

$$R_c = R_s = 0{,}138\,MN$$

E, uma vez que:

$$R_c = x.b.f_c$$

Então:

$$x = \frac{R_c}{b.f_c} = \frac{0{,}138}{0{,}12x12} = 0{,}095\,m$$

E o braço de alavanca do conjugado resistente será:

$$z = d - x/2 = 0{,}559 - 0{,}095/2 = 0{,}5115\,m$$

Resultando para momento fletor resistente de projeto:

$$M_{Rd} = R_c.z = 0{,}138x0{,}5115 = 0{,}0705\,MNm$$

Enfim, uma vez que a capacidade da seção transversal para absorver esforços praticamente equilibra o esforço solicitante, pois $M_{Rd} \cong M_d$*, e que os parâmetros de projeto atendem às recomendações normativas, a viga é segura e seu projeto é de execução viável.*

Mesmo se acontecesse de a condição de segurança ser constatada, o não atendimento a qualquer uma das recomendações normativas pertinentes é suficiente para julgar o elemento projetado de execução inviável ou irregular.

Em qualquer caso, se a condição de segurança não for atendida e, portanto, a seção transversal prevista em projeto ser incapaz de absorver os esforços solicitantes, logicamente, configura-se a sua inviabilidade sob o risco de ruína da estrutura mediante colapso dos materiais constituintes.

Exercício II.2: Determinar a armadura de uma viga, para atendimento ao estado limite último de ruína do material, de seção transversal retangular com largura **b = 12 cm** e altura **h = 60 cm**, sabendo-se que será moldada a partir de concreto **C 20** armado com barras de aço **CA-50 A.** O elemento estrutural será revestido com argamassa de cimento, areia e saibro, e faz parte da estrutura de um edifício residencial construído em área para a qual deve ser prescrita uma classe de agressividade ambiental "**I**" e que em sua vida útil será solicitado por uma combinação normal de ações cujas cargas características produzem um momento fletor máximo de serviço de **62,5 kNm** e cujas cargas acidentais não superam 5 kN/m^2. Admitir que as ações indiretas são desprezíveis.

- ***Parâmetros Relevantes:***

Em se tratando de viga de geometria da seção transversal e materiais idênticos aos daquela do exercício II.1, os parâmetros de

*geometria, resistência e armaduras máxima e mínima são idênticos, dispensando-se portanto o cálculo dos parâmetros concernentes. Entretanto, uma vez desconhecida a armadura, a altura útil da seção transversal "**d**" representa incógnita do problema cujo valor deve ser, inicialmente, estimado, o que pode ser feito mediante:*

$$d = 0{,}9h = 0{,}9x0{,}60 = 0{,}54\,m\,;$$

- ***Momento Fletor Solicitante de Serviço***

$$M = 62{,}5\,kNm = 0{,}063MN.m$$

- ***Momento Fletor Solicitante de Projeto***

Assim como foi considerado para o exercício III.1:

$$M_d = \gamma_f M = 1{,}4x0{,}063 = 0{,}089\,MNm\,;$$

- ***Momento Fletor Reduzido***

$$\mu = \frac{M_d}{f_c bd^2} = \frac{0{,}089}{12x0{,}12x0{,}54^2} = 0{,}212 < 0{,}295\,,$$

de modo que a viga comportar-se-á como normalmente armada;

- Braço de Alavanca do Conjugado Resistente:

$$z = \frac{d}{2}(1 + \sqrt{1 - 2.\mu}) = (1 + \sqrt{1 - 2x0{,}212})\frac{0{,}54}{2} = 0{,}47\,m$$

- Armadura Longitudinal

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd}.z} = \frac{0{,}089}{434x0{,}47} = 4{,}37x10^{-4}\,m^2 = 4{,}37\,cm^2$$

- Escolha:

$$6\phi 10 \rightarrow 4{,}80\,cm^2\,;\; 4\phi 12.5 \rightarrow 5{,}00\,cm^2\,;$$
$$3\phi 16 \rightarrow 6{,}00\,cm^2\,;\; 2\phi 20 \rightarrow 6{,}30\,cm^2$$

Observe que a solução mais econômica é com seis barras de 10 mm. Deve-se, entretanto, verificar se tal solução com a distribuição da figura AII.2 é racional, conforme a norma. Para isso deve-se verificar se a posição do centro de gravidade real da armadura, distribuída conforme os parâmetros limite recomendados pela norma, corresponde a uma condição em que $d = h - d' \geq 0{,}9h$ *. De tal figura, definindo-se o valor dos espaçamentos verticais interfaces das armaduras de forma idêntica à do exercício II.1, tem-se:*

$$d' = cob + \phi_t + \phi_L + a_v + \phi_L / 2 = 1{,}6 + 0{,}5 + 1{,}0 + 2{,}0 + 1{,}0 / 2 = 5{,}6\ cm$$

Logo:

$$d = 60 - 5{,}6 = 54{,}4\ cm > 54\ cm$$

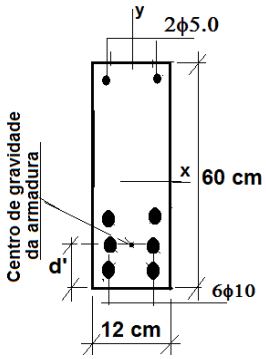


Figura AII.2 – Seção transversal inicialmente verificada

Conclui-se então que a hipótese do modelo de cálculo $d = h - d' \geq 0{,}9h$ *é obedecida, viabilizando a distribuição*.

Exercício III.3: Determinar a armadura para uma viga, atendendo ao estado limite último de ruína do material, de seção transversal retangular com largura **b = 20 cm** e altura **h = 70 cm**, sabendo-se que será moldada a partir de concreto **C 30** armado com barras de aço **CA-50 A. O** elemento estrutural será revestido com argamassa

de cimento, areia e saibro, e faz parte da estrutura de um edifício residencial construído em área para a qual deve ser prescrita uma classe de agressividade ambiental "**I**". Em sua vida útil a viga será solicitada mediante combinação normal de ações envolvendo cargas características que produzem momento fletor máximo de serviço de **154 kNm** e cujas cargas acidentais não superam 5 kN/m^2. Admitir que as ações indiretas são desprezíveis.

- ***Parâmetros Relevantes:***

- Parâmetros Geométricos da Seção Transversal

$$A_c = bxh = 20x70 = 1400\ cm^2 = 0{,}140\,m^2\ ;$$

$$d = 0{,}9h = 0{,}9x0{,}70 = 0{,}63\,m$$

$$W_o = bxh^2 / 6 = 0{,}20x0{,}70^2 / 6 = 0{,}0164\,m^3$$

- Tensões Limite

Conforme a tabela III.7, volume 1, para combinações normais de ações, $\gamma_c = 1{,}4$ e $\gamma_s = 1{,}15$, logo:

$$f_c = 0{,}85\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0{,}85x30 / 1{,}4 = 18\,MPa$$

$$f_{ctk,sup} = 1{,}3X0{,}3xf_{ck}^{\,2/3} = 1{,}3x0{,}3x30^{2/3} = 3{,}77\,MPa \text{ e,}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 500 / 1{,}15 = 434\,MPa\ ;$$

- ***Momento Fletor Solicitante de Projeto***

Analogamente aos exercícios II.1 e II.2 já resolvidos:

$$M_d = \gamma_f M = 1{,}4x0{,}154 = 0{,}216\,MNm\ ;$$

- ***Momento Fletor Reduzido***

$$\mu = \frac{M_d}{f_c b d^2} = \frac{0{,}216}{18x0{,}20x0{,}63^2} = 0{,}152 < 0{,}295\,,$$

conseqüentemente, a viga comportar-se-á como normalmente armada atendendo, inclusive, aos requisitos de ductilidade recomendados pela norma.;

- Armadura Longitudinal Mínima

$$\begin{aligned} A_{s\,min} &= 0{,}15\%A_c = 0{,}15\%x1400 = 2{,}10\,cm^2 \\ M_{d\,min} &= 0{,}8W_o f_{ctk,sup} = 0{,}8x0{,}0163x3{,}77 = 0{,}05\,MNm < M_d \end{aligned};$$

- Armadura Longitudinal Máxima

$$A_{s\,max} = 0{,}04A_c = 0{,}04x1400 = 56{,}00\,cm^2\,;$$

- Armadura de Pele

$$A_{spele} = 0{,}1\%A_c = 0{,}1\%x1400 = 1{,}40\,cm^2 - 5\phi 6.3$$

- Braço de Alavanca do Conjugado Resistente:

$$z = \frac{d}{2}(1 + \sqrt{1 - 2.\mu}) = (1 + \sqrt{1 - 2x0{,}152})\frac{0{,}63}{2} = 0{,}577\,m$$

- Profundidade da Linha Neutra:

$$x = 2(d - z) = 2(0{,}63 - 0{,}577) = 0{,}106\,m$$

$$y = x / 0{,}8 = 0{,}106 / 0{,}8 = 0{,}13\,m$$

- Armadura Longitudinal

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd}.z} = \frac{0{,}216}{434x0{,}577} = 8{,}63x10^{-4}\,m^2 = 8{,}63\,cm^2$$

- Escolha:

$$11\phi 10 \rightarrow 8{,}80\,cm^2\,;\, 7\phi 12.5 \rightarrow 8{,}75\,cm^2\,;$$
$$5\phi 16 \rightarrow 10{,}00\,cm^2\,;\, 3\phi 20 \rightarrow 9{,}45\,cm^2$$

Observe-se que a solução mais econômica é com sete barras de 12.5 mm. Deve-se, entretanto, verificar se a tal solução corresponde distribuição viável. Considerando-se o cobrimento mínimo exigido a quantidade máxima de barras que podem ser alojadas na primeira camada horizontal será:

$$n = \frac{(b + a_h) - 2(cob + \phi_t)}{\phi_L + a_h} = \frac{(20 + 2) - 2(1{,}6 + 0{,}5)}{1{,}25 + 2} = 5{,}4$$

E, portanto cinco.

Para determinação da posição do centro de gravidade da armadura tome-se por base a distribuição da figura AIII.4. A distância do centro de gravidade da primeira camada de armaduras ao bordo tracionado é:

$$y_1 = cob + \phi_t + \phi_L / 2 = 1{,}6 + 0{,}5 + 1{,}25 / 2 = 2{,}725\,cm$$

A distância do centro de gravidade da segunda camada de armaduras ao referido bordo, por sua vez, será obtida mediante:

$$y_2 = y_1 + a_v + \phi_L = 2{,}725 + 2{,}0 + 1{,}25 = 5{,}975\,cm$$

A posição do centro de gravidade de toda a armadura em relação ao bordo tracionado será, portanto:

$$d' = \frac{n_1 y_1 + n_2 y_2}{n_1 + n_2} = \frac{5x2{,}725 + 2x5{,}975}{5 + 2} = 3{,}66\,cm$$

*Na expressão acima, "**n_1**" e "**n_2**" representam o total de barras nas camadas horizontais "1" e "2", respectivamente.*

A altura útil real será:

$$d = h - d' = 70 - 3{,}66 = 66{,}3\,cm > 63\,cm$$

De modo que a distribuição proposta, figura AII.3, é viável.

Nos exercícios até aqui resolvidos foram adotadas duas barras de 5.0 mm para a armadura construtiva. Ressalte-se que tal armadura deve apresentar diâmetro nominal igual ao adotado para a manufatura das peças de estribo da armadura transversal.

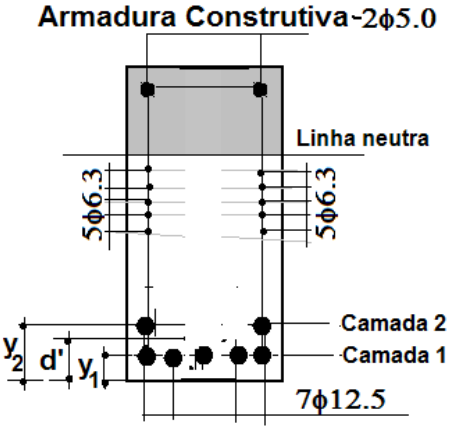


Figura AII.3 – Detalhe final da seção transversal

II.2 - Seção Transversal Retangular com Armadura Dupla

As seções transversais providas de armadura dupla, ou com armadura comprimida, são necessárias nos casos de limitação de dimensões da seção transversal da viga, quando a intensidade do momento fletor solicitante é grande o suficiente a produzir *tensões normais de intensidade tal que extrapolam a capacidade resistente da massa de concreto*. Adotam-se então barras de aço na região comprimida para contribuir com a sua resistência.

A seção total das armaduras de aço é obtida a partir de artifício de cálculo segundo o qual o momento fletor solicitante é desmembrado em duas parcelas M_{d1} e M_{d2}. A parcela M_{d1} é equilibrada pelo conjugado resistente formado pela resistência do concreto à compressão R_c e a resistência R_{s1} atribuída a uma parcela A_{s1} da armadura longitudinal de tração figura II.3. Assim sendo, a intensidade deste momento deve corresponder àquele valor limite até o qual a seção o absorve apenas com a adoção de armadura simples e na condição normalmente armada, ou seja:

$$M_{d1} = \mu_1 f_c b d^2 \qquad \text{II.28}$$

Mas, com base na figura II.3, tem-se que: **M_{d1}**

$$M_{d1} = R_{s1} z_1 \qquad \text{II.29}$$

Se σ_{sd1} representa a tensão normal na parcela de armadura de tração A_{s1}, então, no estado-limite último, $\sigma_{sd1} = f_{yd}$, e:

$$R_{s1} = A_{s1}\sigma_{sd1} = A_{s1} f_{yd} \qquad \text{II.30}$$

Combinando-se as equações II.29 e II.30 resulta:

$$M_{d1} = R_{s1} z_1 = A_{s1} f_{yd} z_1 \qquad \text{II.31}$$

Que pode ser transformada algebricamente em:

$$A_{s1} = \frac{M_{d1}}{z_1 f_{yd}} \qquad \text{II.32}$$

O braço do conjugado M_{d1} pode ser obtido fazendo-se $\mu_1 = 0{,}295$ na equação III.25, válida para o aço CA-50 e o concreto de classe até o C 50, $z_1 = 0{,}82d$. A parcela complementar de momento será dada a partir de:

$$M_{d2} = M_d - M_{d1} \qquad \text{II.33}$$

que deve ser equilibrado pelo conjugado resistente constituído pelos esforços R_s' e R_{s2}, Figura II.3, absorvidos pela armadura comprimida A_s' e pela parcela de armadura adicional de tração A_{s2}, respectivamente. Assim:

$$M_{d2} = z_2 R_s^{'} = z_2 R_{s2} \qquad \text{II.34}$$

Onde z_2 é o braço do conjugado M_{d2} que, conforme Figura II.3, pode ser obtido, a partir de:

$$z_2 = d - d' = 0{,}9h - 0{,}1h = 0{,}8h \qquad \text{II.35}$$

Mas:

$$R_s^{'} = A_s^{'}\sigma_{sd}^{'} \wedge R_{s2} = A_{s2}\sigma_{sd2} \qquad \text{II.36}$$

Desde que os parâmetros σ'_{sd} e σ_{sd2} representem as tensões normais nas barras das armaduras A_s' e A_{s2}, respectivamente. Combinando-se as expressões II.34 e II.36, obtém-se:

$$M_{d2} = A_s^{'}\sigma_{sd}^{'} z_2 \wedge M_{d2} = A_{s2}\sigma_{sd2} z_2 \qquad \text{II.37}$$

A partir das quais resulta:

$$A_s^{'} = \frac{M_{d2}}{\sigma_s^{'} z_2} \text{ e } A_{s2} = \frac{M_{d2}}{\sigma_{sd2} z_2} \qquad \text{II.38}$$

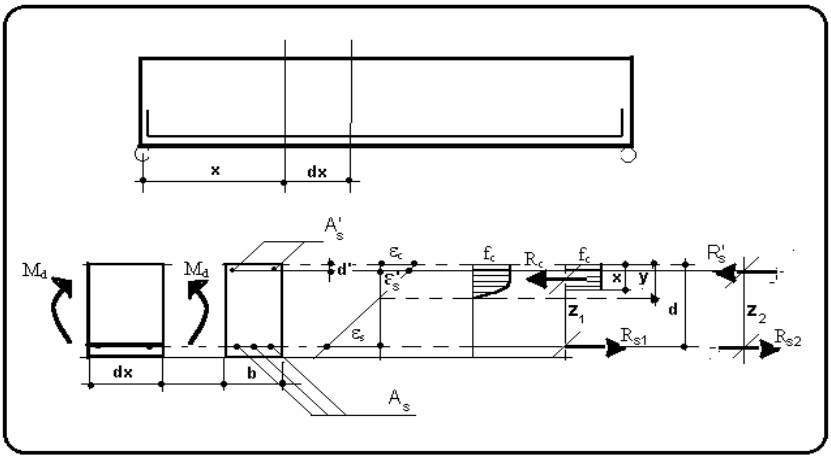


Figura II.3 – Seção transversal com armadura dupla

A tensão $\sigma_s^{'}$ deve ser obtida através do diagrama tensão deformação do aço. A deformação de encurtamento da armadura de compressão é bem próxima da deformação limite do concreto no bordo mais comprimido, que é de 0,35%, a qual é bem maior que a deformação referente ao limite de escoamento do aço CA-50 A, de modo que $\sigma_s^{'} = f_{yd}$. Por outro lado, No estado limite-último, tem-se $\sigma_{sd2} = f_{yd}$, de modo que as equações II.38 assumem a forma:

$$A_s^{'} = A_{s2} = \frac{M_{d2}}{z_2 f_{yd}} \qquad \text{II.39}$$

A área total de armadura de tração será:

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \qquad \text{II.40}$$

Observação: As normas brasileiras, as normas americanas e as normas da comunidade européia não fazem referência a um limite para o momento fletor solicitante da seção com armadura dupla, de modo que poucos autores apresentam ou se referem explicitamente a tal limite. Normas russas, entretanto, fazem menção ao limite $\mu \leq 0{,}50$.

Exercício II.4: Determinar a armadura para uma viga de seção transversal retangular com largura **b = 15 cm** e altura **h = 60 cm**, sabendo-se que será moldada utilizando-se concreto **C 30** armado com barras de aço **CA-50 A.** A viga será revestida com argamassa de cimento, areia e saibro, e faz parte da estrutura de um edifício residencial construído em área para a qual deve ser prescrita uma classe de agressividade ambiental "**I**" e que em sua vida útil será solicitado por uma combinação normal de ações cujas cargas características produzem um momento fletor máximo de serviço de **185 kNm**. Admitir que as ações indiretas são desprezíveis.

- ***Parâmetros Relevantes:***

- Altura útil

$$d = 0{,}9h = 0{,}9x0{,}60 = 0{,}54\,m;$$

- Tensões Limite

Conforme procedimento adotado nos exercícios, anteriores:

$$f_c = 0{,}85\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0{,}85x30/1{,}4 = 18\,MPa$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3X0,3xf_{ck}^{2/3} = 1,3x0,3x30^{2/3} = 3,77\,MPa \text{ e,}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 500/1,15 = 434\,MPa;$$

- ***Momento Fletor Solicitante de Projeto***

$$M_d = \gamma_f M = 1,4x0,185 = 0,26\,MNm;$$

- ***Momento Fletor Reduzido***

$$\mu = \frac{M_d}{f_c bd^2} = \frac{0,26}{18x0,15x0,54^2} = 0,331$$

Uma vez que $\mu > 0,295$ *a seção de concreto é insuficiente para absorver o momento solicitante. Por outro lado, o fato de* $\mu < 0,500$ *, permite a adoção de armadura dupla;*

- Geometria da Seção Transversal

$$\begin{aligned} A_c &= bxh = 15x60 = 900\ cm^2 = 0,090\,m^2 \\ W_o &= bxh^2/6 = 0,15x0,60^2/6 = 0,009\,m^3 \end{aligned};$$

- Armadura Longitudinal Mínima

$$\begin{aligned} A_{s\,min} &= 0,15\%A_c = 0,15\%x900 = 1,35\,cm^2 \\ M_{d\,min} &= 0,8W_o f_{ctk,sup} = 0,8x0,009x3,77 = 0,028\,MNm \end{aligned};$$

- Armadura Longitudinal Máxima

$$A_{s\,max} = 0,04A_c = 0,04x900,0 = 36,00\,cm^2;$$

- Parcelas de Momentos Fletores:

$$M_{d1} = \mu_1 f_c bd^2 = 0,295x18x0,15x0,54^2 = 0,232\,MNm$$

$$M_{d2} = M_d - M_{d1} = 0,26 - 0,232 = 0,028\,MNm$$

- Braços de Alavanca dos Conjugados Resistentes:

$$z_1 = 0,82d = 0,82x0,54 = 0,44\,m$$

$$z_2 = d - d' = 0{,}8h = 0{,}48\,m$$

- Armadura Longitudinal

$$A_{s1} = \frac{M_{d1}}{f_{yd}.z_1} = \frac{0{,}232}{434x0{,}44} = 12{,}15x10^{-4}\,m^2 = 12{,}15\,cm^2$$

$$A_s' = A_{s2} = \frac{M_{d2}}{f_{yd}.z_2} = \frac{0{,}028}{434x0{,}48} = 1{,}35x10^{-4}\,m^2 = 1{,}35\,cm^2$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 12{,}15 + 1{,}35 = 13{,}50\,cm^2$$

- Armadura Comprimida:

$$2\phi 10 \rightarrow 1{,}57\,cm^2$$

- Armadura Tracionada:

$$18\phi 10 \rightarrow 14{,}13\,cm^2\,;\; 11\phi 12.5 \rightarrow 13{,}50\,cm^2\,;$$
$$7\phi 16 \rightarrow 14{,}08\,cm^2\,;\; 5\phi 20 \rightarrow 15{,}71\,cm^2\,.$$

Observe-se que nem todas as alternativas acima são viáveis, haja vista que sua distribuição na seção transversal de concreto certamente estaria em desacordo com recomendações normativas. Entretanto, as diferenças entre as áreas finais das armaduras são pequenas. A solução obtida a partir da adoção de cinco barras de 20 mm é oportuna uma vez que é de mais fácil distribuição.

Para o espaçamento interfaces de barras da armadura longitudinal adote-se o maior entre os valores:

$$a_{h,min} = 20\,mm\;;\; a_{h,min} = \Phi_L = 20\,mm;\quad \text{e,}$$

$$a_{h,min} = 1{,}2\Phi_{AG} = 1{,}2x19 = 23\,mm$$

Para o cálculo do total de barras por camada deve-se ter:

$$b \geq 2(cob + \phi_t) + n\phi_L + (n-1)a_{h,min}$$

De modo que:

$$n \leq \frac{b + a_{h,min} - 2(cob + \phi_t)}{\phi_L + a_{h,min}} = \frac{150 + 23 - 2x(16 + 5)}{20 + 23} = 3{,}04$$

De modo que em pode-se distribuir até 3 barras de 20 mm por camada horizontal, podendo-se adotar a distribuição da figura AII.4. Tomando-se por base tal distribuição e com intuito voltado para a determinação da posição do centro de gravidade da armadura, a distância do centro de gravidade da primeira camada de armaduras ao bordo tracionado será:

$$y_1 = cob + \phi_t + \phi_L / 2 = 1{,}6 + 0{,}5 + 2{,}0 / 2 = 3{,}1\,cm$$

Uma vez que o cobrimento da armadura pode ser fixado em 16 mm, pode-se utilizar para espaçamento entre barras o critério:

$$a_{v\,min} \geq 0{,}5\phi_{AG} = 0{,}5x1{,}9 = 0{,}95\,cm$$

Entretanto, considerando-se os demais critérios da norma para fixação do valor de tal parâmetro teríamos:

$$a_{v,min} = 20\,mm \text{ e } a_{v,min} = \phi_L = 20\,mm$$

Assim, adotando-se a_v *=2,0 cm resulta para distância da segunda camada de armaduras ao bordo tracionado:*

$$y_2 = y_1 + a_v + \phi_L = 3{,}1 + 2{,}0 + 2{,}0 = 7{,}1\,cm$$

A posição do centro de gravidade de toda a armadura de tração em relação ao bordo tracionado, por sua vez, será:

$$d' = \frac{n_1 y_1 + n_2 y_2}{n_1 + n_2} = \frac{3x3{,}1 + 2x7{,}1}{3 + 2} = 4{,}7cm$$

A altura útil real será então:

$$d = h - d' = 60 - 4{,}7 = 55{,}3\,cm > 54\,cm$$

E, p*ortanto, tratando rigorosamente o problema em conformidade com os princípios normativos e o modelo de cálculo apresentado neste trabalho para o dimensionamento, a distribuição proposta atende aos limites para a altura útil.*

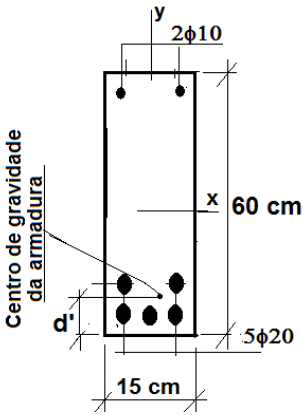


Figura AII.4 – Detalhe da seção transversal

.

II.3 - Seção Transversal em Forma de "T"

Na seção I.2.1 foram apresentados comentários ressaltando as condições segundo as quais uma viga pode trabalhar como seção transversal em forma de "**T**", bem como os procedimentos para a determinação dos parâmetros geométricos relevantes inerentes a esse caso, de sorte que, neste item de capítulo, trataremos diretamente dos procedimentos voltados para o seu dimensionamento.

Para vigas com seção transversal em forma de “T”, conforme seja a intensidade do momento fletor solicitante, a linha neutra pode passar ou pela mesa de compressão, figura II.4.a, ou pela alma da seção transversal da viga, figura II.4.b.

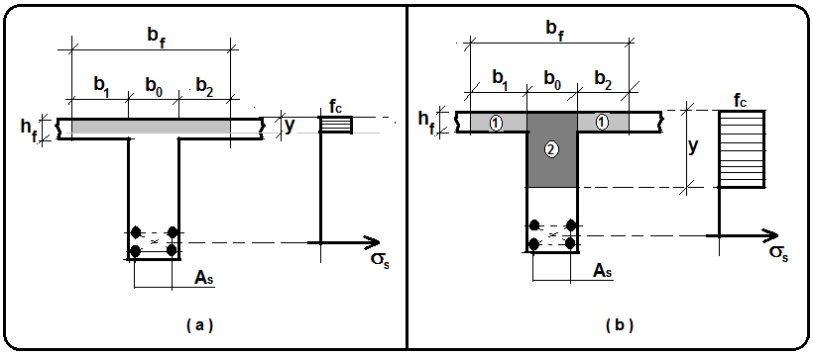


Figura II.4 – Seção em forma de “**T**” - posição da linha neutra

Na hipótese de a linha neutra passar na mesa comprimida, a viga é tratada como se fosse de seção retangular com largura igual à largura efetiva de sua mesa de compressão. Este argumento é válido, pois, a massa de concreto contribui, exclusivamente, para absorver tensões de compressão, e, a região da seção transversal que, efetivamente absorve tensões dessa natureza está restrita à parcela situada acima da linha neutra, que no presente caso tem largura constante e igual à largura colaborante. Conseqüentemente, o momento fletor reduzido é obtido mediante a expressão:

$$\mu = \frac{M_d}{f_c . b_f . d^2} \qquad \text{II.41}$$

onde b_f é a largura efetiva da mesa de compressão. Observe-se que esta expressão para o momento reduzido é idêntica àquela aplicada a seções transversais retangulares, diferindo pelo fato de, ao invés de usar o valor de “b”, pura e simplesmente, adota o valor de “b_f”.

Para a realização do dimensionamento de vigas com seção transversal em “**T**” considera-se, inicialmente, que a linha neutra passa na mesa de compressão. Esta hipótese é admitida, porque o procedimento de cálculo aplicado a esta modalidade de configuração de linha neutra é o mais simples e também porque representa a realidade da maioria dos casos que ocorrem na prática do cálculo estrutural.

O valor do momento reduzido é então obtido através da equação II.41, e, a partir dele, calculam-se o braço do conjugado resistente e a posição da linha neutra “**x**”, utilizando-se a mesma formulação adotada para as vigas de seção transversal retangular, já apresentada. Compara-se, então, este último com a espessura da laje “$\mathbf{h_f}$”. Se resultar $x \leq h_f$ é porque, realmente, a linha neutra passa na mesa de compressão. Assim sendo prossegue-se com o dimensionamento, calculando-se a área da seção das barras de aço da armadura tracionada e escolhe-se a opção mais econômica.

Por outro lado, em se constatando que $x > h_f$, a linha neutra passa na alma da seção transversal da viga, e, conseqüentemente, deve ser utilizado artifício alternativo de cálculo. Em tal procedimento, o momento fletor solicitante deve ser desmembrado

em duas parcelas. Uma delas será equilibrada pelo conjugado "$\mathbf{M_{d1}}$" formado pela resistência do concreto das abas laterais da mesa de compressão, setores 1 da área da seção transversal, figura II.5.a, e a resistência de uma parcela da armadura de tração "$\mathbf{A_{s1}}$", figura II.5.a. Se a área de cada uma das abas laterais da mesa de compressão é dada por:

$$A_{c,abasd} = h_f \frac{(b_f - b_o)}{2} \qquad \text{II.42}$$

Então, o esforço normal absorvido pelas duas abas laterais da mesa de compressão, que é obtido mediante o produto envolvendo a resistência do concreto "$\mathbf{f_c}$" e a área dessas abas, será expresso a partir da equação:

$$R_{c1} = 2f_c h_f \frac{(b_f - b_o)}{2} = f_c h_f (b_f - b_o) \qquad \text{II.43}$$

A intensidade do conjugado "$\mathbf{M_{d1}}$" será definida matematicamente através de:

$$M_{d1} = R_{c1} z_1 \qquad \text{II.44}$$

Cujo braço é dado mediante:

$$z_1 = (d - h_f / 2) \qquad \text{II.45}$$

Alternativamente:

$$M_{d1} = R_{s1} z_1 \qquad \text{II.46}$$

Onde "R_{s1}" é o esforço normal absorvido pela parcela de armadura de tração "$\mathbf{A_{s1}}$" e pode ser dado a partir de:

$$R_{s1} = A_{s1}\sigma_{sd} = A_{s1}f_{yd} \qquad \text{II.47}$$

Combinando-se as equações II.46 e II.47 resulta:

$$M_{d1} = A_{s1}f_{yd}z_1 \qquad \text{II.48}$$

Da qual pode-se obter:

$$A_{s1} = \frac{M_{d1}}{z_1 f_{yd}} \qquad \text{II.49}$$

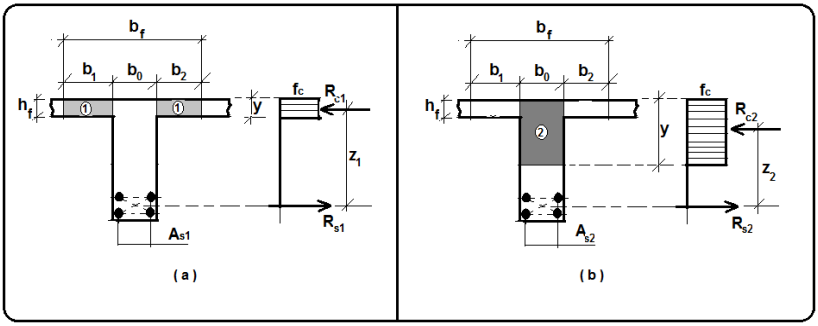


Figura II.5 – Linha neutra passando na alma - artifício de cálculo

A segunda parcela de momento fletor resistente "$\mathbf{M_{d2}}$" representa o complemento do valor de "$\mathbf{M_{d1}}$" para o momento fletor total solicitante de projeto "$\mathbf{M_d}$", podendo ser obtida conforme equação II.43, e, é utilizada para o cálculo de uma segunda parcela de armadura de tração A_{s2}, o qual é realizado considerando a seção

retangular de largura igual a b_o e altura igual à altura total da viga, Figura II.5.b.

Exercício II.5: Um grupo de vigas simplesmente apoiadas, paralelas entre si, cujo comprimento do vão é **L = 7,00m,** será projetado para receber o apoio de uma laje contínua, resultando para o conjunto a seção transversal ilustrada na figura AII.5. As vigas apresentam altura **h = 70 cm** e largura $\mathbf{b_o}$ **= 20 cm**, enquanto a laje, por sua vez, apresenta espessura $\mathbf{h_f}$ **= 8 cm.** As demais dimensões relevantes são $\mathbf{b_3}$ **= 1,00 m**, e, **a = 2,00 m**, figura I.8. Sabendo-se que o conjunto estrutural será moldado em concreto **C 30** armado com barras de aço **CA-50 A,** revestido com argamassa de cimento, areia e saibro, que faz parte da estrutura de um edifício residencial construído em área para a qual deve ser prescrita uma classe de agressividade ambiental "**I**", e, que em sua vida útil será solicitado por uma combinação normal de ações cujas cargas acidentais não superam 5 kN/m^2 e cujas cargas características totais produzem um momento fletor máximo de serviço de **154 kNm, n**a viga de extremidade **do conjunto**, pede-se determinar sua armadura longitudinal de tração. Admitir que as ações indiretas são desprezíveis.

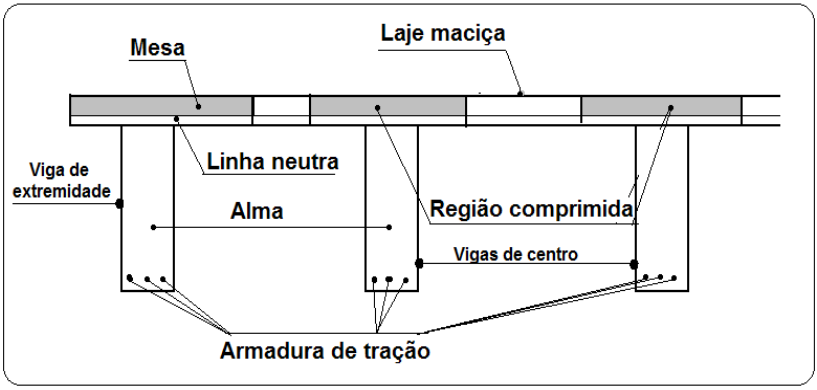


Figura AII.5 – Conjunto vigas-laje

- ***Parâmetros Relevantes:***

- Parâmetros Geométricos da Seção Transversal

Largura da mesa colaborante:

$$b_1 \leq b_3 = 1{,}00\,m \wedge b_1 \leq 0{,}1L_o = 0{,}1x7{,}00 = 0{,}70\,m$$
$$b_2 \leq a/2 = 2{,}00/2 = 1{,}00\,m \wedge b_2 \leq 0{,}1L_o = 0{,}70\,m$$
$$b_f = b_o + b_1 + b_2 = 0{,}20 + 0{,}70 + 0{,}70 = 1{,}60\,m$$

Área das abas comprimidas:

$$A_1 = (b_f - b_o)xh_f = (1{,}60 - 0{,}20)x0{,}08 = 0{,}112\,m^2$$

Área da alma:

$$A_2 = b_o xh = 20x70 = 1400\ cm^2 = 0{,}140\,m^2$$

Área total:

$$A_c = A_1 + A_2 = 0{,}14 + 0{,}112 = 0{,}252 m^2 = 2520 cm^2$$

Distância do centro de gravidade das áreas A_1 e A_2 para o bordo inferior:

$$y_1 = h - h_f/2 = 0{,}7 - 0{,}08/2 = 0{,}66\,m \wedge y_2 = h/2 = 0{,}70/2 = 0{,}35m$$

Distância do centro de gravidade da área total da seção transversal para o bordo inferior:

$$y_m = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2}{A_c} = \frac{0{,}66x0{,}112 + 0{,}35x0{,}14}{0{,}252} = 0{,}48\,m$$

Momentos de inércia das áreas A_1 e A_2 em relação ao eixo horizontal baricêntrico:

$$J_1 = A_1(h - y_m - h_f/2)^2 = 0{,}112(0{,}70 - 0{,}48 - 0{,}08/2)^2 = 0{,}00362$$
$$J_2 = b_o[(h - y_m)^3 + y_m^3]/3 = 0{,}20x[(0{,}7 - 0{,}48)^3 + 0{,}48^3]/3 = 0{,}00808$$

Momento de inércia da área total em relação ao eixo horizontal baricêntrico:

$$J = J_1 + J_2 = 0{,}00362 + 0{,}00808 = 0{,}0117\, m^4$$

Módulo de resistência à flexão da seção transversal:

$$W_o = J / y_m = 0{,}0117 / 0{,}48 = 0{,}0244 m^3$$

Altura útil:

$$d = 0{,}9h = 0{,}9x0{,}70 = 0{,}63\, m$$

- Tensões Limite

Conforme obtidas nos exercícios anteriores:

$$f_c = 18\, MPa;\ f_{ctk,sup} = 3{,}77\, MPa;\ \text{e},\ f_{yd} = 434\, MPa;$$

- ***Momento Fletor Solicitante de Projeto***

$$M_d = \gamma_f M = 1{,}4x0{,}154 = 0{,}216\, MNm;$$

- ***Momento Fletor Reduzido***

$$\mu = \frac{M_d}{f_c b_f d^2} = \frac{0{,}216}{18x1{,}60x0{,}63^2} = 0{,}019 < 0{,}295,$$

assim, a viga comportar-se-á como normalmente armada;

- Armadura Longitudinal Mínima:

$$\begin{aligned} A_{s\,min} &= 0{,}15\% A_c = 0{,}15\% x 2520 = 3{,}78\, cm^2 \\ M_{d\,min} &= 0{,}8 W_o f_{ctk,sup} = 0{,}8x0{,}0244x3{,}77 = 0{,}074\, MNm \end{aligned};$$

- Armadura Longitudinal Máxima

$$A_{s\,max} = 0{,}04 A_c = 0{,}04x2520 = 100{,}80\, cm^2;$$

- Armadura de Pele

$$A_{spele} = 0{,}1\% A_c = 0{,}1\% x 2520 = 2{,}52\, cm^2 - 8\phi 6.3$$

- Braço do Conjugado Resistente:

$$z = \frac{d}{2}(1+\sqrt{1-2.\mu}) = (1+\sqrt{1-2x0{,}019})\frac{0{,}63}{2} = 0{,}62\,m$$

- Profundidade da Linha Neutra:

$$x = 2(d-z) = 2(0{,}63-0{,}62) = 0{,}02\,m$$

$$y = x/0{,}8 = 0{,}02/0{,}8 = 0{,}025\,m < 0{,}08m$$

E a linha neutra passa na mesa comprimida de modo que a viga poderá ser calculada com se fosse de seção transversal retangular com largura igual à largura da mesa colaborante.

- Armadura Longitudinal

$$A_S = \frac{M_d}{\sigma_{sd}.z} = \frac{0{,}216}{434x0{,}62} = 8{,}03x10^{-4}\,m^2 = 8{,}03\,cm^2$$

- Escolha:

$$11\phi 10 \rightarrow 8{,}63\,cm^2\,;\, 7\phi 12.5 \rightarrow 8{,}59\,cm^2\,;$$
$$5\phi 16 \rightarrow 10{,}06\,cm^2\,;\, e,\, 3\phi 20 \rightarrow 9{,}43\,cm^2$$

Observe-se que a viabilidade desta solução já foi constatada na resolução do exercício III.3 de modo que a distribuição da armadura na seção transversal é idêntica à adotada para aquele caso. No exercício prático do detalhamento, entretanto, costuma-se proceder à integralização dos estribos à armadura da laje e estender-se a armadura construtiva para além da poligonal da alma da viga, figura AII.6. A parte da armadura construtiva imersa no corpo da laje, muitas vezes é exercida pela própria armadura de tração da referida laje e é detalhada nos desenhos do projeto estrutural referentes àquele membro estrutural.

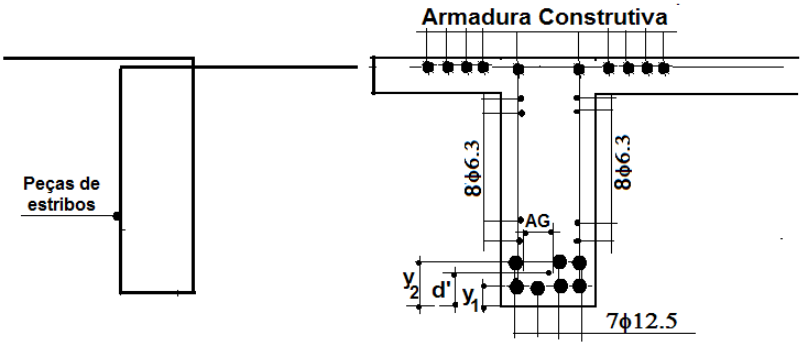


Figura AII.6 – Detalhe da armadura na seção em "**T**"

Os cálculos aqui apresentados se referem à viga de extremidade. Os cálculos referentes às vigas de centro devem ser realizados a partir de procedimento semelhante, considerando, porém, na etapa de definição da largura da mesa colaborante, a simetria de suas abas laterais.

Exercício II.6: Idem, exercício II.5, sendo o $\mathbf{b_o = 25\ cm}$, $\mathbf{b_3 = 1{,}00\ m}$, $\mathbf{a = 4{,}00\ m}$, $\mathbf{h_f = 10\ cm}$, $\mathbf{h = 60\ cm}$, o concreto é o **C 20,** e, o momento fletor máximo de serviço apresenta intensidade da ordem de **700 kNm.**

- ***Parâmetros Relevantes:***

- Parâmetros Geométricos da Seção Transversal

$$b_1 \le b_3 = 1{,}00\,m \wedge b_1 \le 0{,}1L_o = 0{,}1x7{,}00 = 0{,}70\,m$$
$$b_2 \le a/2 = 4{,}00/2 = 2{,}00\,m \wedge b_2 \le 0{,}1L_o = 0{,}70\,m$$
$$b_f = b_o + b_1 + b_2 = 0{,}25 + 0{,}70 + 0{,}70 = 1{,}65\,m$$

$$d = 0{,}9h = 0{,}9x0{,}60 = 0{,}54\,m\,;$$

Os parâmetros área da seção transversal, módulo de resistência à flexão da seção transversal, armadura mínima, armadura de pele e

armadura máxima são obtidos mediante procedimento semelhante àquele empregado no exercício II.5.

Tensões Limite

Conforme obtidas em exercícios anteriores:

$f_c = 12\,MPa$; $f_{ctk,sup} = 2{,}88\,MPa$; e, $f_{yd} = 434\,MPa$;

- ***Momento Fletor Solicitante de Projeto***

$$M_d = \gamma_f M = 1{,}4x0{,}70 = 0{,}98\,MNm \text{ ;}$$

- ***Momento Fletor Reduzido***

$$\mu = \frac{M_d}{f_c b_f d^2} = \frac{0{,}98}{12x1{,}65x0{,}54^2} = 0{,}170$$

- Braço de Alavanca do Conjugado Resistente:

$$z = \frac{d}{2}(1 + \sqrt{1 - 2.\mu}) = (1 + \sqrt{1 - 2x0{,}170})\frac{0{,}54}{2} = 0{,}48\,m$$

- Profundidade da Linha Neutra:

$$x = 2(d - z) = 2(0{,}54 - 0{,}48) = 0{,}12\,m > 0{,}10\,m$$

Logo, a linha neutra passa na alma da seção transversal devendo-se recorrer ao artifício de cálculo correspondente.

- ***Desmembramento do Momento:***

O esforço normal absorvido pelas abas laterais da mesa colaborante será:

$$N_{c1} = f_c h_f (b_f - b_o) = 12x0{,}10x(1{,}65 - 0{,}25) = 1{,}68\,MN$$

O braço do conjugado resistente será:

$$z_1 = (d - h_f / 2) = (0{,}54 - 0{,}10/2) = 0{,}49\,m$$

$$M_{d1} = N_{c1} z_1 = 1{,}68x0{,}49 = 0{,}823\,MNm$$

$$M_{d2} = M_d - M_{d1} = 0{,}98 - 0{,}823 = 0{,}157\,MNm$$

- Momento reduzido:

$$\mu_2 = \frac{M_{d2}}{f_c.b_o.d^2} = \frac{0{,}157}{12x0{,}25x0{,}54^2} = 0{,}180$$

Braço do conjugado resistente:

$$z_2 = \frac{d}{2}(1+\sqrt{1-2.\mu_2}) = (1+\sqrt{1-2x0{,}180})\frac{0{,}54}{2} = 0{,}48\,m$$

Armadura longitudinal

$$A_{s1} = \frac{M_{d1}}{f_{yd} z_1} = \frac{0{,}823}{434x0{,}49} = 38{,}71x10^{-4}\,m^2$$

$$A_{s1} = 38{,}71\,cm^2$$

$$A_{s2} = \frac{M_{d2}}{f_{yd}.z_2} = \frac{0{,}157}{434x0{,}48} = 7{,}54x10^{-4}\,m^2 = 7{,}54\,cm^2$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 38{,}71 + 7{,}54 = 46{,}25\,cm^2$$

- Escolha:

$$59\phi 10 \rightarrow 46{,}32\,cm^2\,;\; 38\phi 12.5 \rightarrow 46{,}62\,cm^2\,;$$
$$23\phi 16 \rightarrow 46{,}25\,cm^2\,;\; ou,\; 15\phi 20 \rightarrow 47{,}13\,cm^2$$

Observe-se que qualquer uma das opções pode ser adotada uma vez que as áreas finais de armadura são bem próximas. A solução com barras de 20 mm é mais oportuna, pois, é de mais fácil distribuição. Entretanto, pode-se constatar que sua realização pura e simples, segundo os procedimentos até aqui praticados, não é viável, uma vez que resultaria para o centro de gravidade da armadura de tração uma posição à qual corresponderia uma altura útil bem inferior àquela utilizada nas operações de

dimensionamento, e, inclusive violaria o modelo de cálculo. A princípio, portanto, haveria a necessidade de recorrer-se à ampliação das dimensões da seção transversal e ao seu conseqüente redimensionamento. O alargamento da base da seção da viga, permitindo a distribuição da figura AII.7 seria uma alternativa viável.

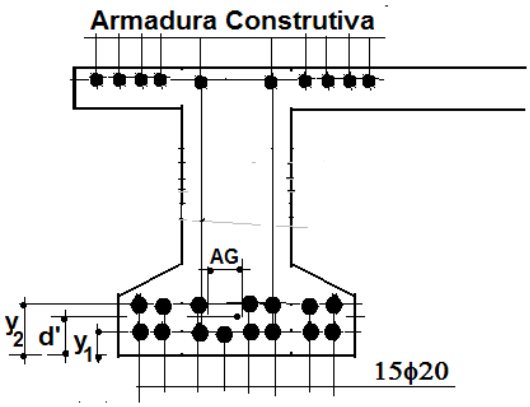


Figura AII.7 – Armadura na seção em "**T**" e alargamento de base

II.4 – Exercícios Propostos

Exercício PII.1 - Verificar a segurança de uma viga ao estado limite último de ruína do material cuja superfície será revestida com argamassa de cimento, areia e saibro, para a qual deve-se adotar seção transversal retangular de dimensões **b = 12 cm** e **h = 60 cm**, figura AII.1, sabendo-se que será moldada em concreto **C 20** armada com três barras de aço **CA-50 A** de **12,5 mm** de diâmetro nominal, distribuídas racionalmente em seu bordo inferior, provida de armadura construtiva composta de duas barras de 5.0 mm, que faz parte da estrutura de um edifício residencial construído em área para a qual deve ser prescrita classe de agressividade ambiental "**I**"

e que em sua vida útil será solicitada por uma combinação normal de ações que produz um momento fletor máximo de serviço de **55 kNm**. Admitir que as ações indiretas são desprezíveis.

Exercício PII.2 - Determinar a armadura de uma viga, para atendimento ao estado limite último de ruína do material, de seção transversal retangular com largura **b = 12 cm** e altura **h = 60 cm**, sabendo-se que será moldada a partir de concreto **C 20** armado com barras de aço **CA-50 A**. A viga será revestida com argamassa de cimento, areia e saibro, e faz parte da estrutura de um edifício residencial construído em área para a qual deve ser prescrita uma classe de agressividade ambiental "**I**" e que em sua vida útil será solicitada por uma combinação normal de ações cujas cargas características produzem um momento fletor máximo de serviço de **70 kNm**. Admitir que as ações indiretas são desprezíveis.

Exercício PII.3 - Determinar a armadura para uma viga, atendendo ao estado limite último de ruína do material, com seção transversal retangular de largura **b = 25 cm** e altura **h = 60 cm**, sabendo-se que será moldada a partir de concreto **C 30** armado com barras de aço **CA-50 A**, revestida com argamassa de cimento, areia e saibro, que faz parte da estrutura de um edifício residencial construído em área para a qual deve ser prescrita uma classe de agressividade ambiental "**I**" e que em sua vida útil será solicitada por uma combinação normal de ações cujas cargas características produzem um momento fletor máximo de serviço de **140 kNm**. Admitir que as ações indiretas são desprezíveis.

Exercício PII.4 - Determinar a armadura para uma viga, atendendo ao estado limite último de ruína do material, de seção transversal retangular de largura **b = 12 cm** e altura **h = 65 cm**, sabendo-se que será moldada a partir de concreto **C 30** armado com barras de aço **CA-50 A**, revestida com argamassa de cimento, areia e saibro, que faz parte da estrutura de um edifício residencial construído em área para a qual deve ser prescrita uma classe de agressividade ambiental "**I**" e que em sua vida útil será solicitada por uma combinação normal de ações cujas cargas características produzem um momento fletor máximo de serviço de **200 kNm**. Admitir que as ações indiretas são desprezíveis.

Exercício PII.5 - Um grupo de vigas simplesmente apoiadas paralelas entre si, cujo vão é **L = 7,00m,** será projetado para receber o apoio de uma laje contínua, resultando para o conjunto a seção transversal ilustrada na figura AII.6. As vigas apresentam altura **h = 60 cm** e largura $\mathbf{b_o = 25\ cm}$, enquanto a laje apresentará espessura $\mathbf{h_f = 8\ cm.}$ As demais dimensões pertinentes, figura III.7, serão $\mathbf{b_3 = 1,00\ m}$, e, **a = 2,00 m**. Sabendo-se que o conjunto estrutural será moldado em concreto **C 30** armado com barras de aço **CA-50 A,** revestido com argamassa de cimento, areia e saibro, que faz parte da estrutura de um edifício residencial construído em área para a qual deve ser prescrita classe de agressividade ambiental "**I**", e, que em sua vida útil será solicitado por combinação normal de ações cujas cargas características produzem um momento fletor máximo de serviço de **140 kNm**, pede-se determinar a armadura longitudinal de tração da viga de extremidade, atendendo ao estado limite último de ruína do material. Admitir que as ações indiretas são desprezíveis. *******

Capítulo III

Cálculo de Armadura Transversal

III.1 – Considerações Preliminares

Neste capítulo será abordado o dimensionamento de armadura transversal de vigas destinada a absorver as tensões cisalhantes decorrentes de esforço cortante.

A modelagem de cálculo ora tratada é pautada na analogia da treliça clássica, também conhecida como analogia da treliça de Mörsch, à qual devem ser combinados os mecanismos resistentes complementares desenvolvidos no interior do elemento estrutural, representados por uma componente adicional de esforço cortante resistente.

Conforme a terminologia tradicional da Mecânica das Estruturas, Treliças são sistemas portantes constituídos por um conjunto de barras de eixo longitudinal reto, interconectadas mediante articulações, cujo carregamento é constituído de cargas concentradas aplicadas, exclusivamente, nessas interligações, figura III.1.

Em um elemento de um corpo sólido, solicitado mediante estado plano de tensões generalizado, podem-se identificar dois setores de planos perpendiculares entre si, contidos na massa

sólida, nos quais a tensão cisalhante é nula. Em um desses planos a tensão normal assume seu valor máximo, ao passo que no outro tal tensão apresenta intensidade mínima. Em uma análise global de tensões em um sólido, podemos selecionar uma curva, constituídas por um conjunto infinito de pontos nos quais uma das tensões principais apresenta um mesmo valor. A curva assim definida recebe a denominação de Isostática. Tal procedimento pode ser repetido para diversos valores da tensão principal resultando em uma série de Isostáticas. Pode, inclusive, ser realizado para a outra tensão principal formando juntamente com as Isostáticas da primeira tensão principal um complexo de curvas denominadas de trajetórias de tensões, figura III.2.a.

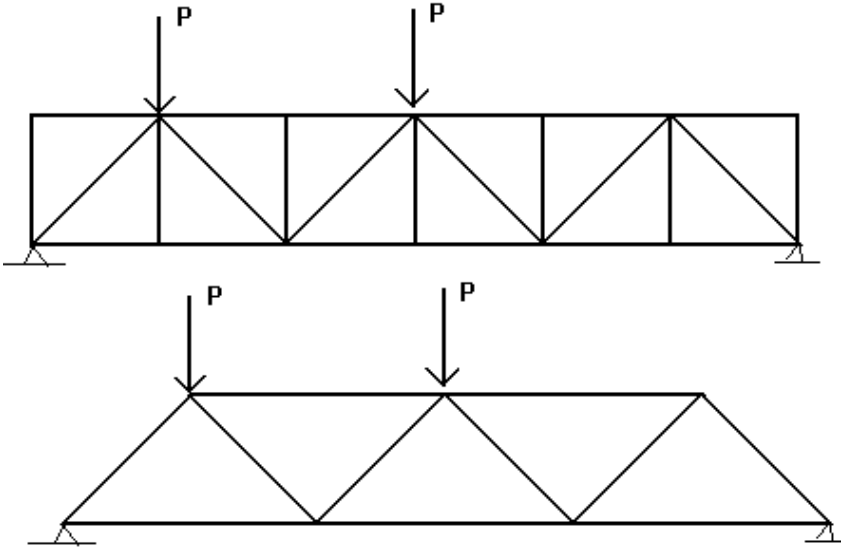


Figura III.1 – Esquemas estruturais e treliças

A previsão do estado real de tensões em um elemento da massa de um membro estrutural de concreto armado é tarefa de

difícil consecução por várias razões. Em primeira instância devemos atentar para a composição das tensões cisalhantes decorrentes do Esforço Cortante com aquelas tensões normais associadas ao Momento Fletor, em membros sujeitos à flexão, que em seu conjunto, caracteriza um estado plano de solicitações cujas tensões principais apresentam-se inclinadas. Além do mais, o surgimento e propagação de fissuras constituem fator complicador da análise desse estado de tensões, pois, a transferência de tensões do concreto para o aço promove a acentuação das deformações na região alterada. Em geral, já no Estádio I, a direção das barras das armaduras não coincidirá com a direção do esforço de tração, de modo que, na transição para o Estádio II, a partir da qual, inclusive, as componentes principais das tensões tem sua direção modificada, tal esforço é absorvido por duas barras inclinadas, dispostas segundo duas direções distintas. Constata-se, ainda, que na região de ancoragem as barras da armadura longitudinal deslizam em relação à massa de concreto envolvente, sobretudo em vigas de pouca altura, com consequências desfavoráveis mesmo no estado de serviço. Há que se considerar ainda o efeito de pino das barras de armadura que atravessam uma fissura, o engrenamento associado à rugosidade das paredes da fissura, bem como as deformações plásticas do concreto próprias da fase iminente à ruptura. Assim, a condição ideal para se distribuir a armadura destinada a absorver as tensões de cisalhamento de um membro estrutural de concreto solicitado à flexão, adaptando-a à direção das tensões principais de tração no estádio II, iria por água abaixo.

Em face dessas dificuldades, foram concebidos modelos simplificados voltados para a determinação das armaduras destinadas a absorver as tensões de cisalhamento, a exemplo da analogia da treliça clássica de Mörsch e a sua derivada, a analogia da treliça generalizada de Mörsch. O desenvolvimento de tais modelos foi pautado em ensaios experimentais, obtendo-se resultados em boa concordância.

Seja a viga da Figura III.2, solicitada mediante a ação de uma carga "**P**" aplicada no ponto "**C**" e vinculada a um sistema fixo mediante apoios simples em seus pontos "**A**" e "**B**". Conforme explanado na seção III.1 do volume 1, a função mecânica das vigas é transmitir a carga que recebe das lajes ou outro dispositivo qualquer, aos pilares que lhe servem de apoio. O modo segundo o qual a carga em destaque é transmitida aos apoios pode ser entendido a partir do conceito de Trajetória de Tensões da Mecânica dos Sólidos.

As linhas em traços mais espessos da viga da figura III.2.a representam as Trajetórias de Tensões Principais de Compressão. Ocorrendo fissuração, seu padrão de distribuição geométrica será condicionado por estas linhas, de modo que cada fissura, traçada em tom vermelho na Figura III.2.a, desenvolver-se-á entre duas trajetórias de tensões consecutivas. A região entre duas fissuras que permanece íntegra é apta para transmitir os esforços associados às Tensões Principais de Compressão, caracterizando as bielas, modeladas na Figura III.2.b. As linhas em traços mais delgados representam as Trajetórias das Tensões Principais de Tração de

modo que as armaduras destinadas a absorvê-las deveriam se alinhar com elas.

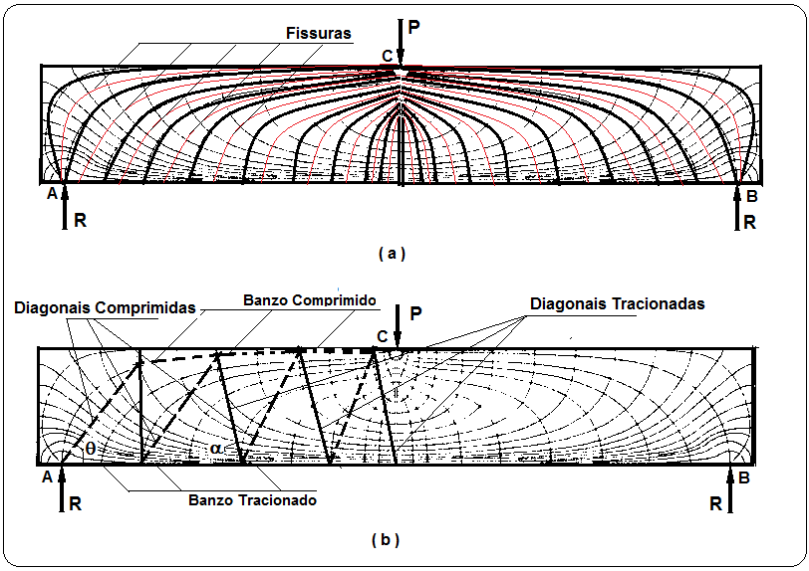


Figura III.2 – a -) Trajetórias de Tensões; b -) Modelo Analógico de Treliça

III.2 - Analogia da treliça

Na Figura III.3 tem-se uma viga com todos os elementos da treliça clássica representados. Segundo a analogia da treliça as barras da armadura transversal, neste capítulo constituída de estribos, combinadas com os efeitos dos mecanismos complementares que contribuem para a estabilidade interna do sistema, representam as barras diagonais tracionadas, Figura III.3.

Tais diagonais, juntamente com o banzo tracionado da treliça ideal, Figura III.3, representado pela armadura longitudinal de tração da viga, constituem os tirantes. As bielas, por outro lado, produtos de mecanismos próprios do modelo rígido plástico para o concreto, são estabelecidas a partir de regiões estrategicamente delineadas da massa de concreto e são compostas pelas barras diagonais comprimidas juntamente com o banzo comprimido da treliça ideal, Figura III.3. Os mecanismos complementares incluem a contribuição do concreto tracionado entre fissuras, o engrenamento do agregado graúdo, o efeito de pino da armadura longitudinal de tração na flexão, a inclinação do banzo comprimido.

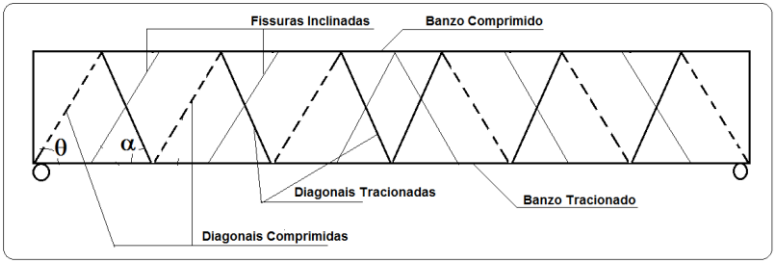


Figura III.3 – Treliça de Mörsch

Para efeito de fundamentação do modelo, a inclinação dos estribos pode variar no intervalo $45^o \leq \alpha \leq 90^o$. A inclinação das bielas, por sua vez, para a analogia da treliça clássica é fixada em um ângulo $\theta = 45^o$. Para o modelo de treliça generalizada de Mösch tal ângulo varia livremente no intervalo $30^o \leq \theta \leq 45^o$.

III.3 – Cálculo da Armadura

Para fins de dimensionamento em atendimento ao estado-limite último de ruína do material deve-se definir o Esforço Cortante Solicitante de Projeto a partir das equações de combinações últimas de ações apresentadas na tabela III.5, volume 1, adotando-se os coeficientes de ponderação das tabelas III.3 e III.4, resultando a expressão:

$$V_d = \gamma_g V_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} V_{\varepsilon gk} + \gamma_q (V_{q1k} + \sum \psi_{0j} V_{qjk}) + \gamma_{\varepsilon q} \psi_{0\varepsilon} V_{\varepsilon qk} \qquad \text{III.1}$$

Com vistas à verificação da segurança ao estado-limite último de ruína do material, o esforço cortante assim definido precisa ser comparado com o Esforço Cortante de Cálculo referente à ruína das diagonais comprimidas de concreto ou bielas, o "$\mathbf{V_{Rd2}}$**".** Além do mais, ele precisa ser comparado com o Esforço Cortante Resistente de Cálculo relativo à ruína da diagonal tracionada, o "$\mathbf{V_{Rd3}}$**"**, o qual é composto pelo esforço absorvido pelos estribos, o "$\mathbf{V_{sw}}$" e o Esforço normal resistente referente aos mecanismos complementares, o "$\mathbf{V_c}$".

O Modelo II contemplado pela norma admite diagonais de compressão inclinadas de um ângulo variável livremente entre 30^o e 45^o, em relação ao eixo longitudinal do membro estrutural o que corresponde à analogia da treliça generalizada.

Além do mais ele considera que a parcela de esforço cortante absorvida pelos mecanismos complementares, "$\mathbf{V_c}$", sofre redução na medida em que o Esforço Cortante Solicitante de Projeto aumenta de intensidade. Definindo-se o parâmetro:

$$V_{c1} = 0{,}6 f_{ctd}.b.d \qquad \text{III.2}$$

onde

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \qquad \text{III.3}$$

A parcela de esforço cortante absorvida pelos mecanismos complementares é definida mediante:

$$\begin{aligned} &V_c = V_{c1} \Leftrightarrow V_d \le V_{c1} \\ &V_c = \frac{V_{Rd2} - V_d}{V_{Rd2} - V_{c1}} V_{c1} \Leftrightarrow V_{c1} \le V_d \le V_{Rd2} \\ &V_c = 0 \Leftrightarrow V_d = V_{Rd2} \end{aligned} \qquad \text{III.4}$$

Com vistas à determinação do Esforço Cortante Resistente de Cálculo referente à ruína das diagonais comprimidas de concreto "$\mathbf{N_c}$" consideremos o equilíbrio do diagrama de corpo livre da figura III.4.a. Assim procedendo, concluímos que:

$$N_b = \frac{V_d}{sen\theta} \qquad \text{III.5}$$

Por outro lado, considerando-se a geometria do problema, figura III.4.b, deduz-se que:

$$a = \frac{Z}{tan(\alpha)} = Z\cot g(\alpha) \wedge t = \frac{Z}{tan(\theta)} = Z\cot g(\theta) \qquad \text{III.6}$$

$$s_o = a + t = Z\cot g(\alpha) + Z\cot g(\theta) = Z[\cot g(\alpha) + \cot g(\theta)] \qquad \text{III.7}$$

Onde "Z" representa o braço do conjugado resistente da flexão e "s_o" a distância longitudinal entre duas fissuras hipotéticas que definem a biela. A dimensão "h_o" da seção transversal, segundo a figura III.4.c, é dada mediante:

$$h_o = s_o sen\theta \qquad \text{III.8}$$

De modo que a área da seção transversal da biela será:

$$A_b = b.h_o = b.s_o.sen\theta = b.Z[\cot g(\alpha) + \cot g(\theta)]sen\theta \qquad \text{III.9}$$

A tensão normal na seção transversal da biela será dada por:

$$\sigma_b = \frac{N_b}{A_b} = \frac{\frac{V_d}{sen\theta}}{b.Z[\cot g(\alpha) + \cot g(\theta)]sen\theta} = \frac{V_d}{b.Z[\cot g(\alpha) + \cot g(\theta)]sen^2\theta} \qquad \text{III.10}$$

Considerando-se que os estribos são verticais α = 90°, a equação III.10 se transforma em:

$$\sigma_b = \frac{V_d}{b.Z\cot g(\theta)sen^2\theta} = \frac{V_d}{b.Z\cos\theta sen\theta} = \frac{2V_d}{b.Zsen(2\theta)} \qquad \text{III.11}$$

Pode-se fazer, para fins práticos, $Z \cong 0{,}9d$. Assim procedendo-se resulta da equação III.11:

$$\sigma_b = \frac{2V_d}{b.(0{,}9d)sen(2\theta)} \qquad \text{III.12}$$

A segurança da biela à ruptura será atendida se:

$$\sigma_b \leq f_{rd} \qquad \text{III.13}$$

Onde o parâmetro "$\mathbf{f_{rd}}$" representa a resistência à compressão reduzida para levar em conta o efeito da inclinação das fissuras sendo avaliada conforme o CEB 90 a partir da expressão:

$$f_{rd} = 0{,}6\left(1{,}0 - \frac{f_{ck}}{250}\right)f_{cd} \qquad \text{III.14}$$

Se:

$$\alpha_{V2} = 1{,}0 - \frac{f_{ck}(MPa)}{250} \qquad \text{III.15}$$

Então:

$$f_{rd} = 0{,}6\alpha_{v2}f_{cd} \qquad \text{III.16}$$

Levando-se as equações III.12 e III.16 na desigualdade III.13 obtém-se:

$$\frac{2V_d}{b.(0,9d)sen(2\theta)} \leq 0,6\alpha_{v2}f_{cd} \qquad \text{III.17}$$

e:

$$V_d \leq \frac{0,6\alpha_{v2}f_{cd}b.(0,9d)sen(2\theta)}{2} = 0,27\alpha_{v2}f_{cd}bdsen(2\theta) \qquad \text{III.18}$$

$$V_{Rd2} = 0,27\alpha_{v2}f_{cd}bdsen(2\theta) \qquad \text{III.19}$$

Representa o esforço cortante resistente da diagonal comprimida.

Logo:

$$V_d \leq V_{Rd2} = 0,27\alpha_{v2}f_{cd}bdsen(2\theta) \qquad \text{III.20}$$

Para o cálculo da área da seção transversal da armadura destinada a absorver as tensões de cisalhamento, decorrentes do esforço cortante, deve-se considerar para Esforço Cortante Resistente de Cálculo relativo à ruína por tração diagonal:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \qquad \text{III.21}$$

Para que se verifique a estabilidade ao estado-limite último é necessário que:

$$V_d \leq V_{Rd3} \qquad \text{III.22}$$

Combinando a equação III.21 com a desigualdade III.22, no limite de capacidade do aço dos estribos ter-se-ia:

$$V_{sw} = V_d - V_c \qquad \text{III.23}$$

Uma vez deduzindo-se do esforço cortante de projeto a parcela de esforço cortante associada aos mecanismos complementares e aplicando-se a condição de equilíbrio ao diagrama de corpo livre da figura III.4.b, resulta para o esforço normal que solicita a seção transversal dos estribos a forma:

$$N_t = \frac{V_{sw}}{sen\alpha} \qquad \text{III.24}$$

A formulação que está sendo deduzida baseia-se na adoção de um espaçamento entre estribos "$\mathbf{s_o}$" que, em geral, não atende às recomendações normativas, levando à necessidade de prescrição de um espaçamento diferente "**s**". Logo, a armadura no trecho de comprimento "$\mathbf{s_o}$" será:

$$A_s = \frac{s_o}{s} A_{sw} \qquad \text{III.25}$$

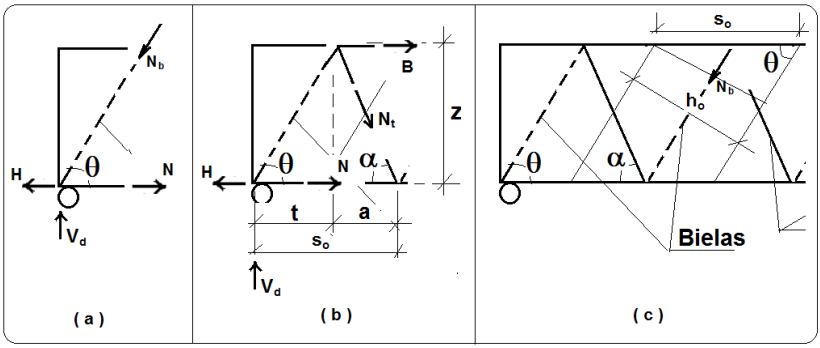


Figura III.4 – a -) Esforço na biela; b –) Seção transversal da biela; e c -) Esforço no tirante

O Esforço Normal máximo de tração absorvido pelos estribos no trecho de comprimento "$\mathbf{s}_o$" será:

$$N_{estR} = A_s f_{yd} \qquad \text{III.26}$$

A condição de segurança contra a ruína do aço da armadura transversal deve ser expressa mediante:

$$N_t \leq N_{estR} \qquad \text{III.27}$$

$$\frac{V_{sw}}{sen\alpha} \leq A_s f_{yd} = \frac{s_o}{s} A_{sw} f_{yd} \qquad \text{III.28}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{sw}}{s_o f_{yd} sen\alpha} = \frac{V_{sw}}{Z[cotg(\alpha) + cotg(\theta)] f_{yd} sen\alpha} \qquad \text{III.29}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{sw}}{0{,}9d[cotg(\alpha) + cotg(\theta)] f_{yd} sen\alpha} \qquad \text{III.30}$$

Considerando-se o emprego de estribos verticais:

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{sw}}{0{,}9d f_{yd}\, cotg(\theta)} \qquad \text{III.31}$$

A equação III.31 expressa a área total de barras de aço do grupo de estribos do trecho de comprimento "**s**", Figura III.5, contando-se com a contribuição de seus dois montantes. A área necessária de cada montante do grupo de estribo do trecho será então a metade do valor assim obtido, de modo que:

$$\frac{A_{s1}}{s} = \frac{1}{2}\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{1}{2}\frac{V_{sw}}{0{,}9df_{yd}\,cotg(\theta)} = \frac{V_{sw}}{1{,}8df_{yd}\,cotg(\theta)} \qquad \text{III.32}$$

Expressando-se o esforço cortante em MN e a tensão de escoamento de projeto do aço em MPa a equação III.91 nos daria a área da armadura em m^2/m.

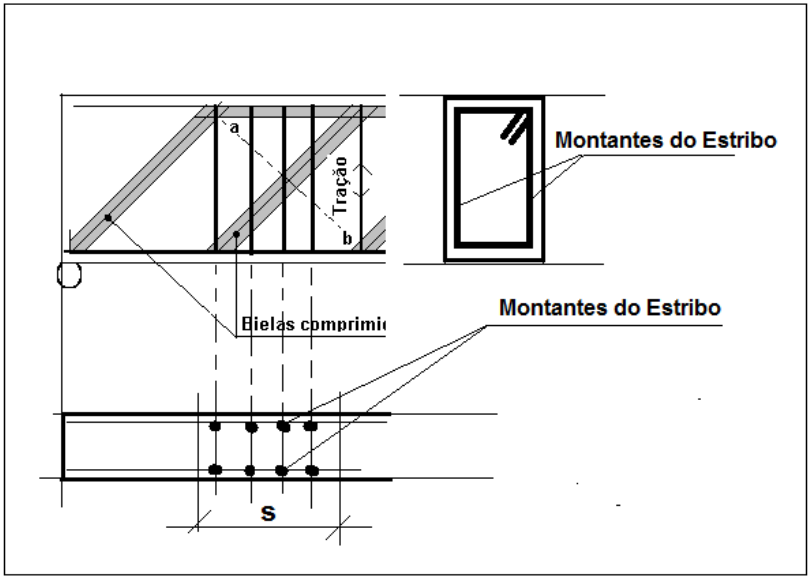


Figura III.5 – Distribuição da armadura transversal

A área de armadura necessária de cada montante dos estribos do grupo, expressa em cm^2/m, deve ser obtida então mediante a correlação:

$$\frac{A_{s1}}{s} = \frac{10000}{1{,}8}.\frac{V_{sw}}{d.f_{yd}\,cotg(\theta)} = 5556{,}0\frac{V_{sw}}{d.f_{yd}\,cotg(\theta)}(cm^2/m) \qquad \text{III.33}$$

O total de peças de estribos por metro linear do trecho de viga será:

$$T_P = \frac{A_{s1} / s}{A_{su}} \qquad \text{III.34}$$

O espaçamento entre peças de estribo resultante será então:

$$s_1 = \frac{1}{T_p} \qquad \text{III.35}$$

O diâmetro mínimo da barra que constitui o estribo deve ser de 5 mm e o máximo deve ser da ordem de 1/10 da largura da alma da viga.

O espaçamento mínimo entre duas peças consecutivas de estribo, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural, deve ser suficiente para permitir a passagem da agulha do dispositivo adensador, de modo que um limite em torno de 100 mm é satisfatório.

Existe recomendação normativa no que diz respeito ao espaçamento máximo entre peças de estribo. Tal recomendação está voltada, sobretudo, para o propósito de garantir que cada fissura hipotética de cisalhamento, que cruze a viga de seu bordo inferior para o seu bordo superior, em geral de inclinação entre 30^o e 45^o com relação ao eixo longitudinal da viga, seja contida por pelo menos uma peça de estribo, Figura III.6. Assim, pautada em tal filosofia a NBR 6118-14 recomenda que, o espaçamento entre os estribos, não deve ser superior a:

$$s_{max} = 0,6d \leq 300mm \quad quando\ V_d \leq 0,67V_{Rd2} \qquad \text{III.36}$$

e

$$s_{max} = 0,3d \leq 200mm \quad quando\ V_d > 0,67V_{Rd2} \qquad \text{III.37}$$

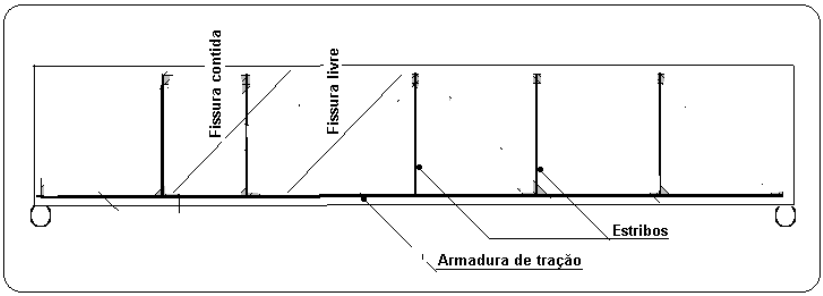


Figura III.6 – Fissuras por cisalhamento em vigas

Nas regiões de emenda por traspasse os estribos devem ser constituídos por telas ou por barras de alta aderência.

Armadura mínima de cisalhamento

Considerando-se o emprego exclusivo de estribos, a norma NBR 6118/2014, recomenda que todos os elementos lineares solicitados mediante esforço cortante devem apresentar taxa geométrica mínima de armadura transversal para absorver tensões de cisalhamento da ordem de:

$$\rho_{sw,min} = \frac{A_{sw,min}}{b.s} = 0,2\frac{f_{ct,m}}{f_{yk}} \qquad \text{III.38}$$

Mas:

$$\frac{A_{sw,min}}{b.s} = 0,2\frac{f_{ct,m}}{f_{yk}} \Rightarrow \frac{A_{sw,min}}{s} = 0,2\frac{f_{ct,m}}{f_{yk}}b \qquad \text{III.39}$$

Combinando-se a equação III.31 com a equação III.39 obtém-se:

$$\frac{A_{sw.min}}{s} \geq \frac{V_{sw,min}}{0,9df_{yd}\,cotg(\theta)} = 0,2\frac{f_{ct,m}}{f_{yk}}b \qquad \text{III.40}$$

Pode-se deduzir, portanto, que o esforço cortante absorvido pela taxa geométrica de armadura $\rho_{sw,min}$ será:

$$V_{sw,min} = \frac{0,18.f_{ct,m}b.d.cotg(\theta)}{\gamma_s} \qquad \text{III.41}$$

Exercício III.1 - Uma viga simplesmente apoiada que será executada em concreto **C 20** e revestida com argamassa de cimento, areia e saibro, com seção transversal retangular de largura b = 0,15 m, e vão **L = 7,00** m, faz parte de uma estrutura cuja utilização e composição promove-lhe, basicamente, um carregamento representado por uma ação vertical distribuída uniformemente ao longo de toda a sua extensão longitudinal de intensidade igual 25 **kN/m**. Tem como função estrutural receber os esforços provenientes de uma laje de piso de um edifício residencial, a ser construído em zona rural. Pede-se determinar sua armadura transversal em aço **CA-60**.

- Parâmetros Relevantes

- Geometria da Seção Transversal

$$h = \frac{L}{10} = \frac{7,00}{10} = 0,70\,m$$

$d = 0,9h = 0,9x0,70 = 0,63\,m$

Tensões Limite

$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c = 20 / 1,4 = 14\,MPa$

$f_{ct,m} = 0,3f_{ck}^{2/3} = 0,3x20^{2/3} = 2,21\,MPa$

$f_{ctk,inf} = 0,7f_{ct,m} = 0,7x2,21 = 1,54\,MPa$

$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c = 1,54 / 1,4 = 1,1\,MPa$

$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 600 / 1,15 = 521\,MPa$

Esforço Cortante Resistente da Diagonal Comprimida:

$$\alpha_{V2} = 1,0 - \frac{f_{ck}(MPa)}{250} = 1,0 - \frac{20}{250} = 0,92$$

$$V_{Rd2} = 0,27\alpha_{v2}f_{cd}bdsen(2\theta) = 0,27x0,92x14x0,15x0,63x0,86 = 0,32\,MN$$

Esforço Cortante Básico Associado aos Mecanismos Complementares:

$V_{c1} = 0,6f_{ctd}bd = 0,6x1,1x0,15x0,63 = 0,062\,MN$

Esforço Cortante Associado à Armadura Mínima:

$$V_{sw,min} = \frac{0,18.f_{ct,m}b.d.\cot g(\theta)}{\gamma_s} = \frac{0,18x2,21x0,15x0,63}{1,4} = 0,033MN$$

Para fins de cálculo da armadura o eixo longitudinal da voga será setorizado de metro em metro. A armadura do trecho AB de comprimento igual a 1,00 m será calculada para o seu Esforço Cortante Máximo que é aquele que solicita a seção da vizinhança imediata ao apoio. A armadura do trecho BC de comprimento também igual a 1,00 m será calculada para o seu Esforço Cortante

Máximo que é aquele que solicita a seção transversal que passa no ponto B, e assim por diante.

Armadura no Trecho AB da Viga:

Esforço Cortante de Serviço:

$$V = \frac{q.L}{2} = \frac{25x7,00}{2} = 87,5\ kN = 0,0875\ MN$$

Esforço Cortante de Projeto:

$$V_d = \gamma_f V = 1,4x0,0875 = 0,123\ MN$$

Esforço Cortante Associado aos Mecanismos Complementares:

$$V_{c1} \le V_d \le V_{Rd2} \Leftrightarrow V_c = \frac{V_{Rd2} - V_d}{V_{Rd2} - V_{c1}} V_{c1} = \frac{0,32 - 0,123}{0,32 - 0,062} 0,062$$

$$= 0,047\ MN$$

Esforço Cortante Absorvido pelos Estribos:

$$V_{sw} = V_d - V_c = 0,123 - 0,047 = 0,076\ MN$$

Área da Armadura:

$$\frac{A_{s1}}{s} = 5556,0 \frac{V_{sw}}{d.f_{yd}} = 5556,0 \frac{0,076}{0,63x521} = 1,29\ cm^2 / m$$

$$T_P = \frac{A_{s1} / s}{A_{su}} = \frac{1,29}{0,196} = 6,6 \Rightarrow 7\ peças\ de\ estribos.$$

$$s_1 = \frac{1}{T_p} = \frac{1}{7} = 0,142\ m = 14\ cm \Rightarrow \phi 5.0\ c\ 12^5$$

Armadura no Trecho BC da Viga:

Esforço Cortante de Serviço:

$$V = \frac{q.L}{2} - qx1,00 = \frac{25x7,00}{2} - 25x1,00 = 87,5 - 25 = 62,5$$

$$= 0,0625\ MN$$

Esforço Cortante de Projeto:

$$V_d = \gamma_f V = 1{,}4x0{,}0625 = 0{,}0875\,MN$$

Esforço Cortante Associado aos Mecanismos Complementares:

$$V_{c1} \le V_d \le V_{Rd2} \Leftrightarrow V_c = \frac{V_{Rd2} - V_d}{V_{Rd2} - V_{c1}} V_{c1} = \frac{0{,}32 - 0{,}0875}{0{,}32 - 0{,}062} 0{,}062$$
$$= 0{,}055\,MN$$

Esforço Cortante Absorvido pelos Estribos:

$$V_{sw} = V_d - V_c = 0{,}0875 - 0{,}055 = 0{,}0325\,MN < V_{sw,min}$$

Área da Armadura:

$$\frac{A_{s1}}{s} = 5556{,}0 \frac{V_{sw.min}}{d.f_{yd}} = 5556{,}0 \frac{0{,}033}{0{,}63x521} = 0{,}56\,cm^2 / m$$

$$T_P = \frac{A_{s1} / s}{A_{su}} = \frac{0{,}56}{0{,}196} = 2{,}86 \Rightarrow 3\ peças\ de\ estribos.$$

$$s_1 = \frac{1}{T_p} = \frac{1}{3} = 0{,}33\,m = 33\,cm \Rightarrow \phi 5.0\,c\,32^5$$

$$\frac{V_d}{V_{Rd2}} = \frac{0{,}0875}{0{,}032} = 0{,}274 \Rightarrow V_d = 0{,}274 V_{Rd2}$$

$$s_{max} = 0{,}6d = 0{,}6x0{,}63 = 0{,}378\,m = 378\,mm > 300\,mm$$
$$\Rightarrow s = 300\,mm$$

Desta forma, para a viga em análise, a armadura transversal será distribuída conforme a figura AIII.1. Pode-se observar que no trecho AB a armadura será distribuída a partir do posicionamento de uma peça de estribo a cada doze centímetros e meio. Por simetria, o mesmo ocorre com o trecho de um metro de comprimento na vizinhança do apoio da direita. No trecho central da viga, por sua

vez, a armadura transversal será distribuída posicionando-se uma peça de estribo a cada trinta centímetros.

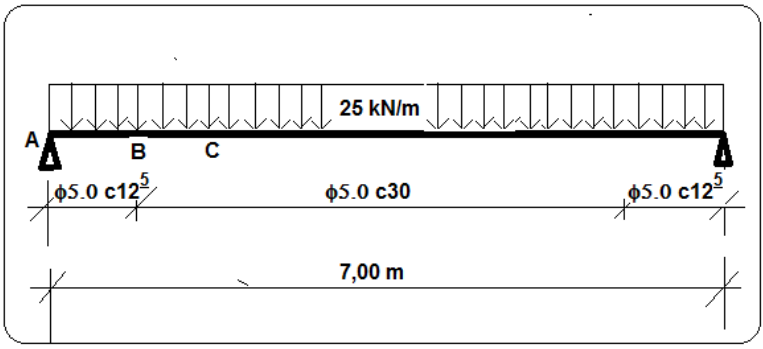


Figura AIII.1 – Distribuição da Armadura Transversal Segundo o eixo longitudinal da viga

III.4 – Tópicos Complementares

III.4.1 – Deslocamento do Diagrama de Momentos Fletores

Seja a viga da figura III.7 na qual pode-se identificar o traçado de uma fissura hipotética inclinada, passando pela linha média dos eixos de duas bielas consecutivas, determinada pelos pontos “F” e “G”. Se “$\mathbf{a_L}$**”** é a distância de F até a seção “$\mathbf{S_2}$”, então:

$$t = a_L + s_o / 2 \qquad \text{III.42}$$

Entretanto, com base na figura III.7, pode-se deduzir também que:

$$t = Z / tg\theta = Z\cot g\theta \qquad \text{III.43}$$

De modo que:

$$a_L + s_o / 2 = Z\cot g\theta \qquad \text{III.44}$$

Resultando:

$$a_L = Z\cot g\theta - s_o / 2 \qquad \text{III.45}$$

O esforço "$\mathbf{N_s}$" no ponto "F" da armadura longitudinal de tração, figura III.7, juntamente com o esforço de compressão no concreto no ponto "G", deve formar um conjugado que equilibra o momento fletor de projeto **"$\mathbf{M_d + \Delta M_d}$",** que solicita a seção "S_2". Assim:

$$N_s Z = M_d + \Delta M_d \Rightarrow N_s = \frac{M_d + \Delta M_d}{Z} \qquad \text{III.46}$$

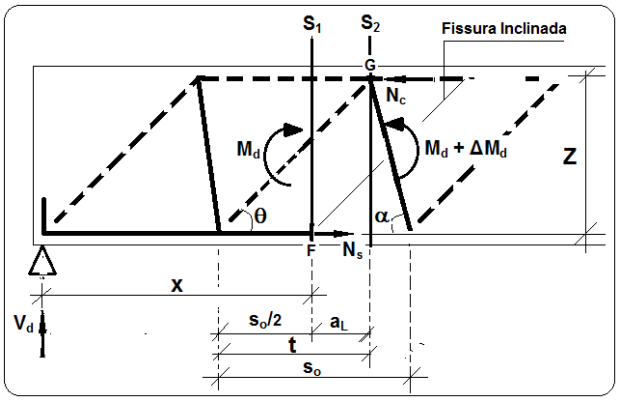


Figura III.7 – Ajuste de Esforços em Treliça Modelo

Conclui-se, portanto, que o esforço "$\mathbf{N_s}$" da armadura longitudinal de tração na seção "$\mathbf{S_1}$" é diretamente proporcional ao momento fletor que solicita a seção "$\mathbf{S_2}$". Desta forma, para definir a armadura de tração da viga deve-se considerar o diagrama de momento fletor deslocado de uma distância "$\mathbf{a_L}$", distância essa que deve ser tomada de maneira desfavorável.

A partir da figura III.8 pode-se deduzir ainda que:

$$M_d = V_d x \wedge M_d + \Delta M_d = V_d (x + a_L) \qquad \text{III.47}$$

Comparando-se as equações III.46 e III.47 conclui-se que:

$$N_S = \frac{V_d (x + a_L)}{Z} \qquad \text{III.48}$$

Da equação III.47 resulta:

$$M_d + \Delta M_d = V_d (x + a_L) = V_d x + V_d a_L \Rightarrow \Delta M_d = V_d a_L \qquad \text{III.49}$$

A partir da Figura III.8, que ilustra o diagrama de momentos fletores de uma viga, constata-se que:

$$tg\phi = \frac{\Delta M_d}{a_L} \Rightarrow \Delta M_d = a_L tg\phi \qquad \text{III.50}$$

Pode-se, inclusive, deduzir com base na Figura III.8 que:

$$tg\phi = \frac{dM_d}{dx} \qquad \text{III.51}$$

Uma vez que:

$$V_d = \frac{dM_d}{dx} \qquad \text{III.52}$$

Combinando-se as equações III.50, III.51 e III.52 resulta:

$$\Delta M_d = a_L \frac{dM_d}{dx} = a_L V_d \qquad \text{III.53}$$

A equação III.53 é idêntica à III.49 de sorte que o artifício de deslocar o Diagrama de Momentos Fletores de uma distância "$\mathbf{a_L}$" é efetivo para considerar o fato de que o Esforço Normal decorrente do Momento Fletor na seção "$\mathbf{S_2}$" é absorvido pela armadura longitudinal na seção "$\mathbf{S_1}$". Levando-se o valor de "$\mathbf{s_o}$" da equação III.7 na equação III.45 tem-se:

$$\begin{aligned} a_L &= Z\cot g\theta - Z[\cot g(\alpha) + \cot g(\theta)] / 2 \\ &= Z[\cot g(\theta)\cot g(\alpha)] / 2 \end{aligned} \qquad \text{III.54}$$

Fazendo-se $Z \approx d$ a equação III.54 se transforma em:

$$a_L = d[\cot g(\theta) - \cot g(\alpha)] / 2 \qquad \text{III.55}$$

Adotando-se estribos verticais a equação III.55 deve ser escrita na forma:

$$a_L = \frac{d}{2}\cot g(\theta) \qquad \text{III.56}$$

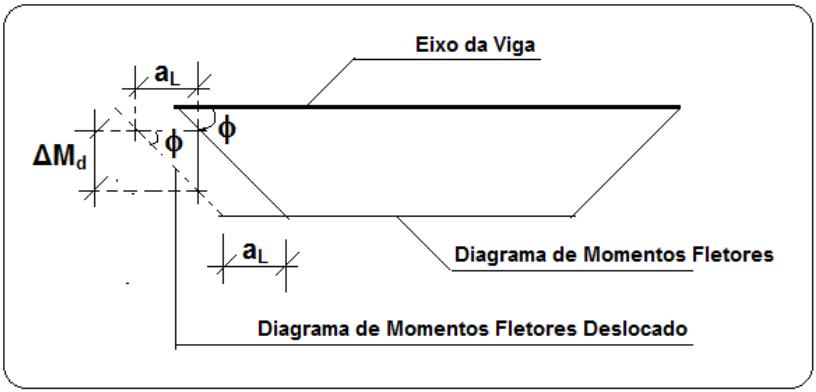


Figura III.8 – Descalagem do Diagrama de Momentos Fletores

Se Θ = 30° então:

$$a_L = \frac{d}{2}\sqrt{3} \approx 0{,}87d \qquad \text{III.57}$$

Por outro lado, se Θ = 45° então:

$$a_L = \frac{d}{2}.1 = 0{,}50d \qquad \text{III.58}$$

De acordo com a NBR 6118/2014, na hipótese de adoção de estribos verticais:

$$0{,}5 \leq \frac{a_L}{d} \leq 1 \qquad \text{III.59}$$

III.4.2 – Tratamento da Vizinhança de Apoios

Em vigas apoiadas em sua face inferior sobre pilares, e, solicitadas mediante a ação de carga distribuída ao longo de toda a sua extensão, aplicadas, exclusivamente, na superfície em seu bordo superior, a parcela de carga aplicada na região da vizinhança dos apoios é conduzida à seção dos referidos pilares segundo mecanismo de biela inclinada, Figura III.9.

A consequência mecânica desse padrão de transferência é a existência de tensões de intensidade menor que aquelas que decorreriam do esforço cortante máximo.

Em face de tal realidade a norma, embora exija que a tensão no concreto seja verificada para o esforço cortante máximo, permite, para fins de cálculo da armadura transversal das seções da viga nas proximidades do apoio, a adoção do valor do esforço cortante de projeto que solicita a seção transversal distante de **d/2** em relação à face do referido pilar, Figura III.9.

Por razões idênticas, quando se tratar de carga concentrada aplicada em seção no trecho “a” da vizinhança do apoio de uma viga, Figura III.10, desde que tal distância seja inferior ou no máximo igual ao dobro da altura útil, a norma permite, para fins de cálculo da armadura transversal no referido trecho de viga, adotar-se esforço cortante de projeto de valor dado por:

$$V_{rd} = \frac{a}{2d} \mathrm{V_d} < \mathrm{V_d} \qquad \text{III.60}$$

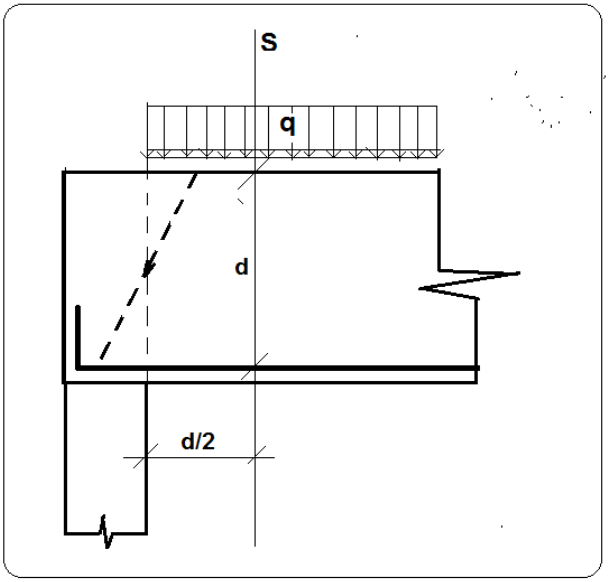


Figura III.9 – Transferência de carga de vigas para seções de pilares

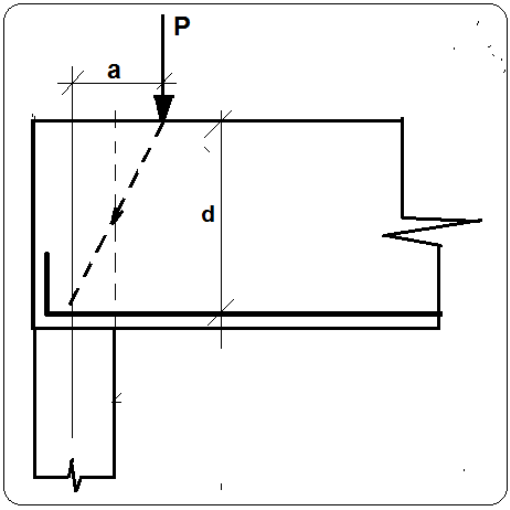


Figura III.10 – Transferência de carga concentrada em vigas para seções de pilares

Vale ressaltar que a economia de peças de estribos auferida mediante o usufruto do recurso apresentado nesta seção é inexpressiva.

III.4.3 – Tirantes de Suspensão

O tirante de suspensão constitui dispositivo destinado a garantir a integridade de um sistema estrutural contra ruína localizada na região do entorno de um apoio de viga secundária sobre uma viga principal, Figura III.11.

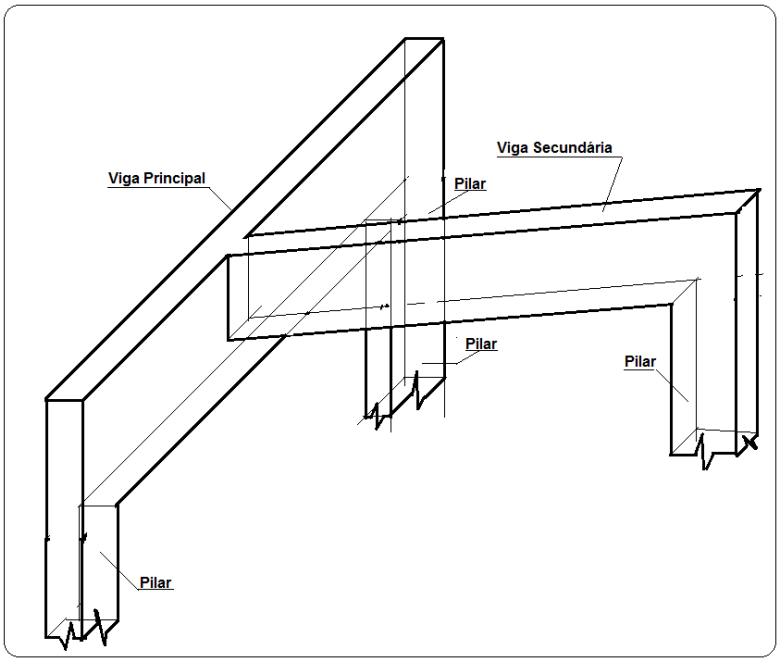


Figura III.11 – Ligação entre Viga Secundária e Viga Principal

No caso em que uma viga secundária se apóia em uma viga principal este tipo de ligação é conhecido como apoio indireto. Nesta circunstância, ao invés de o apoio efetuar-se do bordo inferior da viga secundária para o bordo superior da viga principal, ele é efetivado, teoricamente, através de uma biela inclinada que recai no bordo inferior da viga principal, Figura III.12.

Observa-se que o esforço cortante "$\mathbf{V_d}$" é transmitido do banzo superior da viga secundária para um ponto bem abaixo do banzo superior da viga principal, de forma que, para se promover a eficiência mecânica da ligação faz-se necessário transferir tal esforço para o bordo superior da viga principal. Este efeito deve ser exercido por uma armadura ou tirante de suspensão, cuja área da seção transversal deve ser obtida mediante a equação:

$$A_S = \frac{V_d}{f_{yd}} \qquad \text{III.61}$$

Na hipótese de os níveis das faces superiores das duas vigas coincidirem, para o cálculo da armadura de suspensão pode-se utilizar um valor reduzido para o esforço cortante de projeto dado a partir da equação:

$$V_{rd} = \frac{h_s}{h_p} V_d < V_d \qquad \text{III.62}$$

para a qual "$\mathbf{h_s}$" e "$\mathbf{h_p}$" representam as alturas da viga secundária e da viga principal, respectivamente.

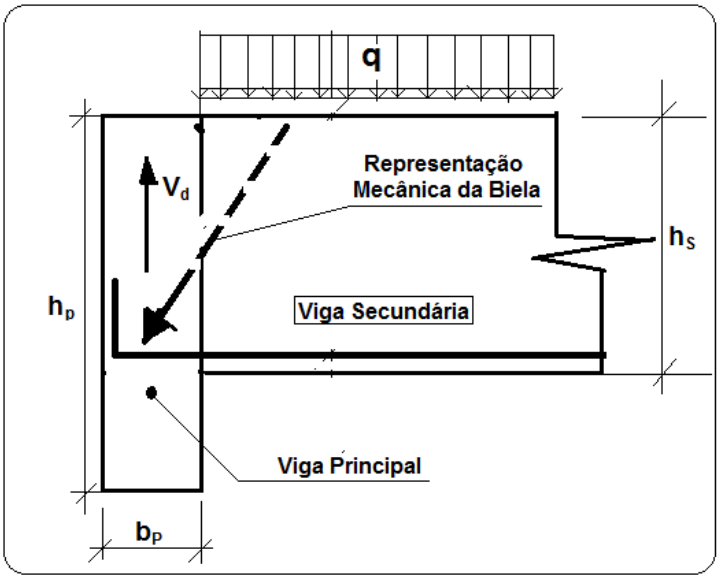


Figura III.12 – Esquema da Biela em Ligação de Viga Secundária a Viga Principal

A função de armadura ou tirante de suspensão deve ser exercida por peças de estribos, e, deve ter sua distribuição concentrada na vizinhança da ligação entre a viga secundária e a viga principal, conforme indicado no esquema da figura III.13. A fixação dos valores de "$\mathbf{a_s}$" e "$\mathbf{a_p}$" deve ser realizada com base nos critérios:

$$a_S \geq \frac{h_S}{2} \wedge a_S \geq \frac{b_p}{2} \qquad \text{III.63}$$

$$a_p \geq \frac{h_p}{2} \wedge a_p \geq \frac{b_S}{2} \qquad \text{III.64}$$

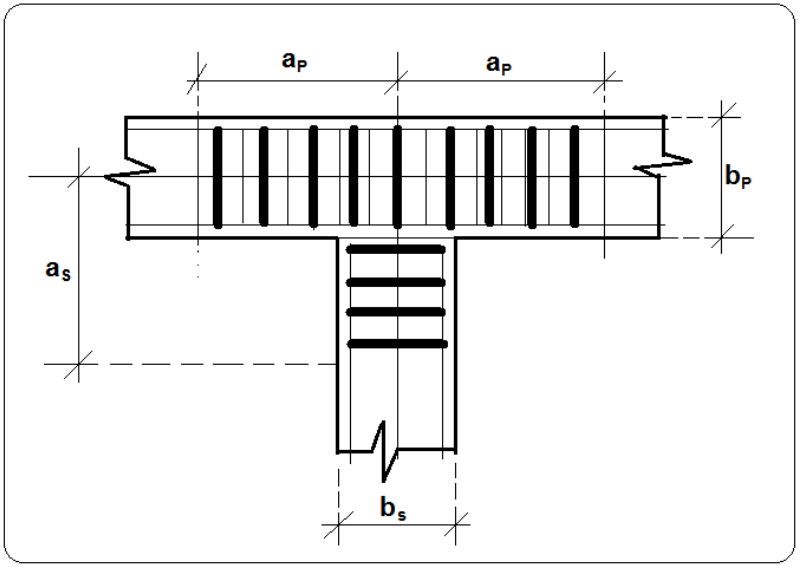


Figura III.13 – Disposição dos Tirantes de Suspensão

III.4.4 – Costuramento Alma-Mesa Colaborante

As Seções I.2.1 e II.3 deste trabalho apresentam, respectivamente, a descrição das vigas de seção transversal em forma de "**T**" e o procedimento de cálculo de sua armadura longitudinal, Figura III.14. A presente seção trata de recurso consagrado na literatura técnica, empregado para garantir que a seção assim composta trabalhe realmente como concebida, preservada a sua integridade conjunta, diante do regime de ações e efeitos aos quais estará submetida no decorrer de sua vida útil. Tal

recurso é conhecido como “Costuramento da Alma à Mesa Colaborante.

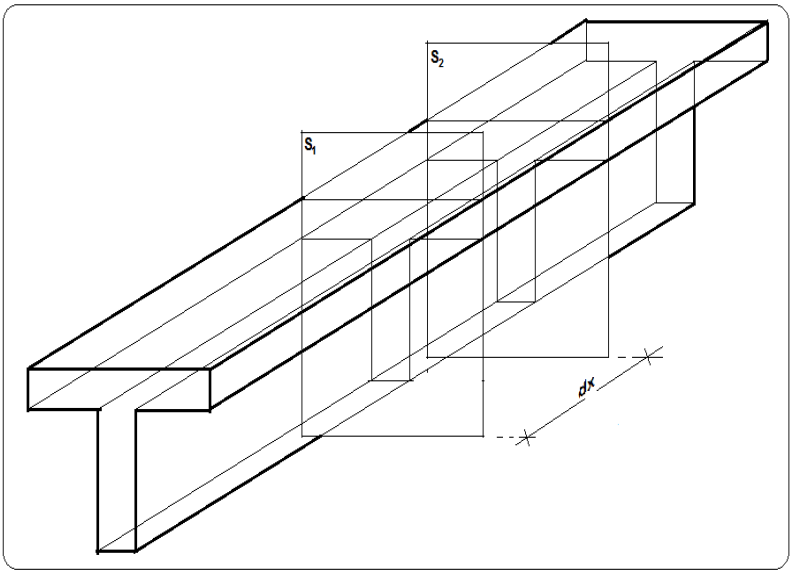


Figura III.14 – Viga de Seção Transversal em Forma de “**T**”

Para o entendimento do desempenho conjunto da alma e da mesa que compõem tal tipo de seção, consideremos a vista em perfil da viga em “**T**” da Figura III.14, apresentada na Figura III.15.a. Admitamos a situação extrema na qual cada um desses componentes trabalhe isoladamente. Em assim sendo, se a viga for carregada, Figura III.15.b, em virtude da diferença de rigidez entre esses membros, eles deformarão diferentemente. A linha horizontal do bordo superior da alma passa a apresentar o formato definido pela curva “**oqp**”, enquanto a posição assumida pela linha horizontal do bordo superior da mesa seria descrita pelo segmento “**orp**”, de desenvolvimento distinto de “**oqp**”. Por outro lado, havendo ligação

absolutamente solidária entre esses membros, a linha horizontal do bordo superior de ambas as partes apresentaria os mesmos deslocamentos de modo a estabilizarem-se em uma única forma final, no caso o segmento de curva "**osp**" Figura III.15.c. Esta última realidade cinemática traz como conseqüência estática o surgimento de tensão cisalhante "τ_o" nas seções da interface Alma-Mesa, conforme mostrado na figura III.16. Tal tensão seria absorvida, de forma semelhante à tensão cisalhante associada ao esforço cortante, mediante mecanismo biela-tirante onde o efeito de tirante seria desempenhado por armadura transversal, que representa a Armadura de Costuramento.

Assim sendo, para fins de cálculo de tal armadura transversal, considere-se o elemento de comprimento infinitesimal "**dx**", da viga "**T**" da Figura III.14, apresentado em detalhe na Figura III.45. Observe-se que ao Momento Fletor de Projeto "$\mathbf{M_d}$" que solicita a seção "$\mathbf{S_1}$" deve corresponder o conjugado formado pelo Esforço Normal de Compressão "$\mathbf{N_c}$" que equilibra o esforço normal resistente atribuído à massa de concreto e pelo Esforço Normal de Tração "$\mathbf{N_s}$" que equilibra o Esforço Normal absorvido pelas barras de aço da armadura longitudinal. Assim sendo deve-se ter:

$$M_d = N_c.Z \qquad \text{III.65}$$

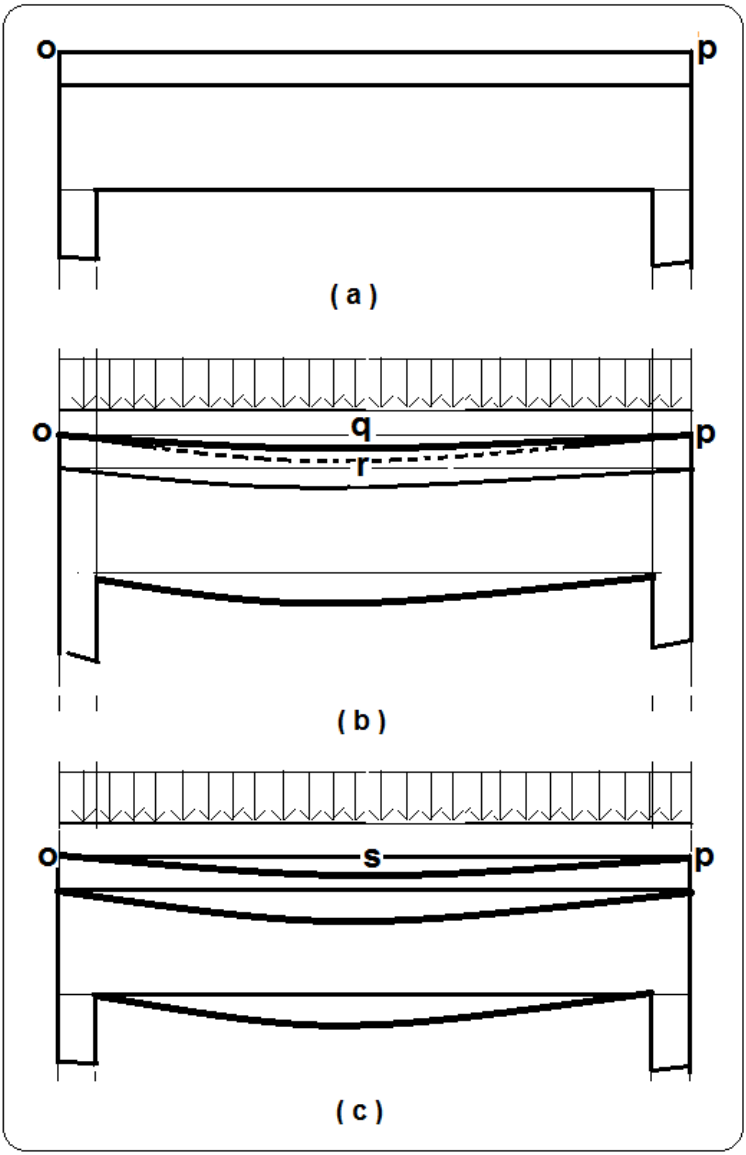


Figura III.15 – a -) Viga “T” em Perfil; b -) Desempenho Isolado Alma-Mesa; c -) Desempenho Solidário Alma-Mesa

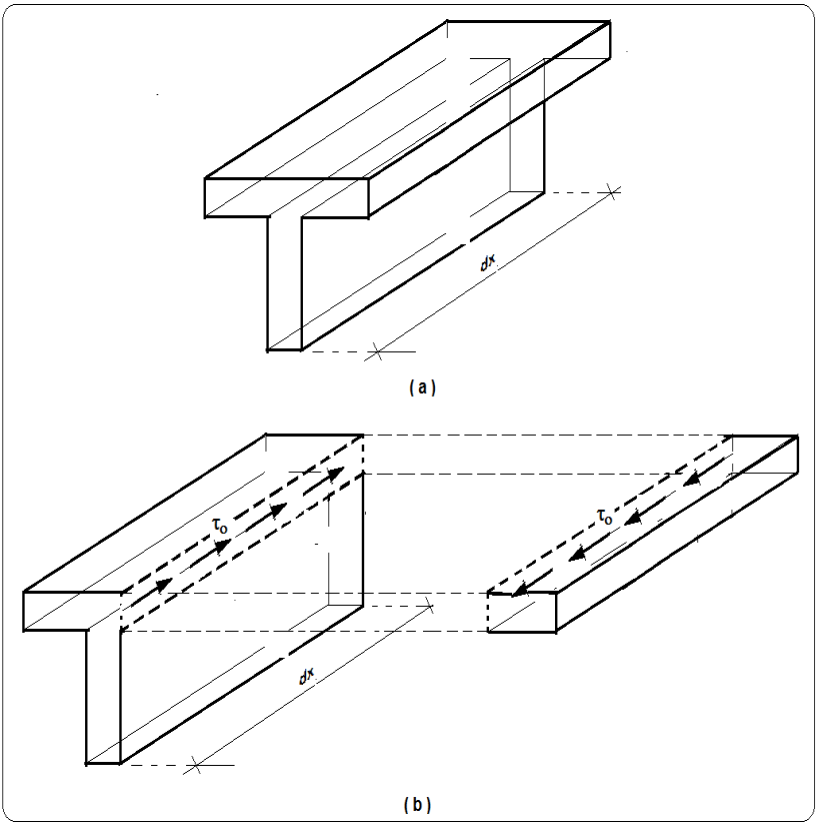


Figura III.16 – a –) Perspectiva de Elemento de viga "T"; Detalhe da Aba Destacada

Segundo raciocínio análogo pode-se deduzir que ao Momento Fletor de Projeto "$\mathbf{M_d + dM_d}$" que solicita a seção "$\mathbf{S_2}$" deve corresponder o conjugado formado pelo Esforço Normal de Compressão "$\mathbf{N_c + dN_c}$" que equilibra o esforço normal resistente atribuído à massa de concreto e pelo Esforço Normal de Tração expresso por "$\mathbf{N_s + dN_s}$" que equilibra o Esforço Normal absorvido pelas barras de aço da armadura longitudinal.

Logo, deve-se ter:

$$M_d + dM_d = (N_c + dN_c)Z = N_c.Z + dN_c.Z \qquad \text{III.66}$$

Combinando-se as equações III.65 e III.66, resulta:

$$M_d + dM_d = N_c.Z + dN_c.Z = M_d + dN_c.Z \qquad \text{III.67}$$

De modo que:

$$M_d + dM_d = M_d + Z.dN_c \Rightarrow dM_d = Z.dN_c \Rightarrow dN_c = \frac{dM_d}{Z} \qquad \text{III.68}$$

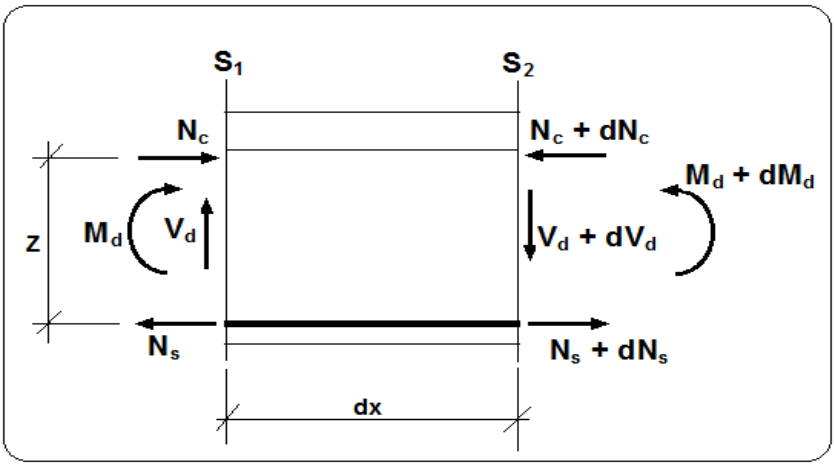


Figura III.17 – Detalhe de Elemento Infinitesimal Viga de Seção Transversal em Forma de "**T**"

Conforme os postulados da Mecânica dos Sólidos:

$$\frac{dM_d}{dx} = V_d \Rightarrow dM_d = V_d dx \qquad \text{III.69}$$

Levando-se a equação III.69 na equação III.68 induz:

$$dN_c = \frac{dM_d}{Z} = \frac{V_d dx}{Z} \Rightarrow \frac{dN_c}{dx} = \frac{V_d}{Z} \qquad \text{III.70}$$

A partir do conhecimento da profundidade da linha neutra "y", determinada quando do dimensionamento da armadura longitudinal de tração, o setor comprimido da seção transversal, Figura III.18, pode ser facilmente delineado, e pode ser representado pela equação:

$$A = 2A_1 + A_2 \qquad \text{III.71}$$

Onde "$\mathbf{A_1}$" representa a área das abas laterais da mesa colaborante e "$\mathbf{A_2}$", a área da parcela da alma da seção transversal situada na região comprimida da seção transversal.

Se a tensão na região comprimida apresenta distribuição uniforme com intensidade, conforme seção I.4.1 deve ser expressa por:

$$\sigma_{cd} = \alpha_c f_{cd} \qquad \text{III.72}$$

. O esforço normal correspondente será então:

$$N_c = A.\sigma_{cd} \Rightarrow \sigma_{cd} = \frac{N_c}{A} \qquad \text{III.73}$$

A parcela de esforço normal absorvida em cada uma das abas laterais da mesa colaborante será:

$$N_{c1} = A_1.\sigma_{cd} \qquad \text{III.74}$$

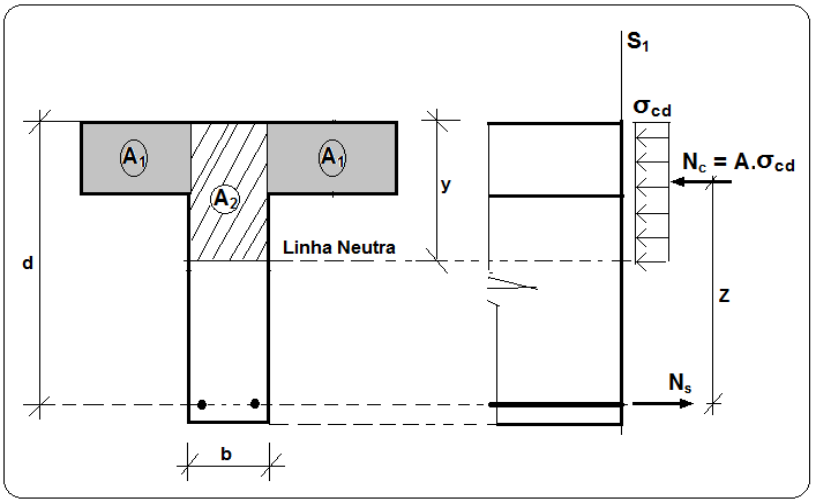


Figura III.18 – Seção Transversal em Forma de "**T**" Esforços e Tensões

Combinando-se as equações III.73 e III.74 resulta:

$$N_{c1} = A_1.\sigma_{cd} = A_1.\frac{N_c}{A} \qquad \text{III.75}$$

De modo que:

$$dN_{c1} = \frac{A_1}{A} dN_c \qquad \text{III.76}$$

A Figura III.19 apresenta em detalhe o diagrama de corpo livre do trecho de uma das abas laterais da mesa colaborante ao longo do elemento infinitesimal de comprimento dx. Constata-se que o esforço associado à tensão cisalhante "τ_o" que solicita a superfície

"**cdef**" da interface da aba com a alma da viga, deve equilibrar os esforços normais "$\mathbf{N_{c1} + d\ N_{c1}}$" que atua na face "**abcd**" e "$\mathbf{N_{c1}}$" na face oposta a "**abcd**". A equação de equilíbrio correspondente será:

$$(N_{c1} + dN_{c1}) - \tau_o h_f dx - N_{c1} = 0 \Rightarrow dN_{c1} = \tau_o h_f dx \qquad \text{III.77}$$

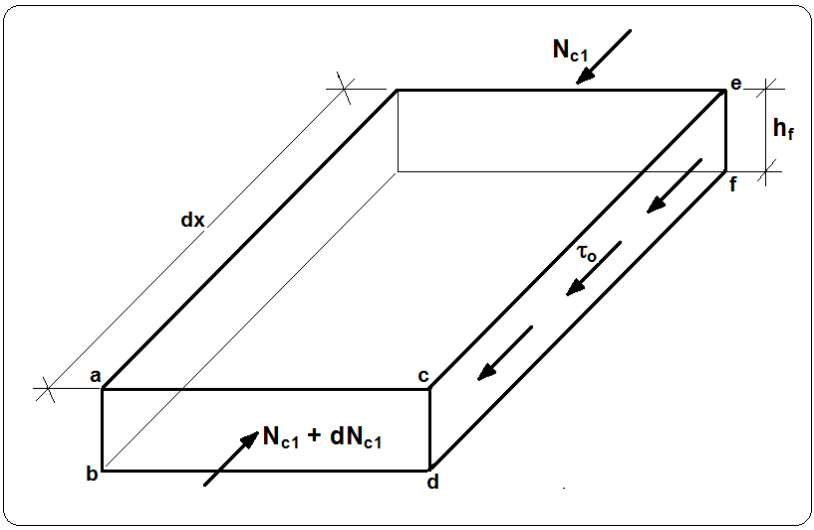


Figura III.19 – Detalhe de Trecho Infinitesimal de Aba de Seção Transversal em Forma de "**T**"

Combinando-se as equações III.76 e III.77 obtém-se:

$$\frac{A_1}{A} dN_c = \tau_o h_f dx \Rightarrow \tau_o = \frac{A_1}{A h_f} \frac{dN_c}{dx} \qquad \text{III.78}$$

A comparação entre as equações III.70 e III.78, leva a:

$$\tau_o = \frac{A_1}{A h_f} \frac{dN_c}{dx} = \frac{A_1}{A h_f} \frac{V_d}{Z} \qquad \text{III.79}$$

Fazendo-se Z ≈ 0,9.d a equação III.79 se transforma em:

$$\tau_o = \frac{A_1}{A.h_f}\frac{V_d}{Z} = \frac{A_1}{A.h_f}\frac{V_d}{0{,}9.d} = \frac{A_1}{0{,}9.A.h_f}\frac{V_d}{d} \qquad \text{III.80}$$

A Figura III.20 apresenta o mecanismo Biela-Tirante das abas da mesa colaborante em um trecho da viga da Figura III.14. De onde se pode deduzir que o esforço normal na Biela "**B_c**" pode ser obtido a partir da equação:

$$B_c \cos\theta = \tau_o h_f s_t \Rightarrow B_c = \frac{\tau_o h_f s_t}{\cos\theta} \qquad \text{III.81}$$

E que, o esforço normal no tirante "**T_s**" será:

$$T_s = B_c sen\theta \qquad \text{III.82}$$

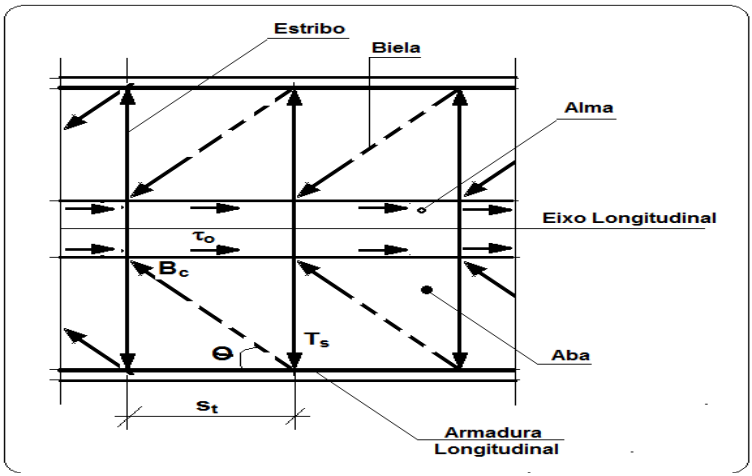


Figura III.20 – Vista Superior de Mecanismo Biela-Tirante em Aba de Viga com Seção em "**T**"

A Figura III.21 representa um detalhe Tridimensional de uma Biela em Aba da Viga com Seção em "**T**" objeto de estudo. O eixo da Biela, e portanto, o esforço "$\mathbf{B_c}$" é normal ao plano "**abcd**", de modo que a área do setor "**abcd**", é dada a partir da equação:

$$A_c = h_f . s_t sen\theta \qquad \text{III.83}$$

A tensão normal sobre a área do setor "**abcd**", será:

$$\sigma_c = \frac{B_c}{A_c} = \frac{\frac{\tau_o h_f s_t}{\cos\theta}}{h_f . s_t sen\theta} = \frac{\tau_o h_f s_t}{h_f . s_t sen\theta \cos\theta} = \frac{2\tau_o}{sen2\theta} \qquad \text{III.84}$$

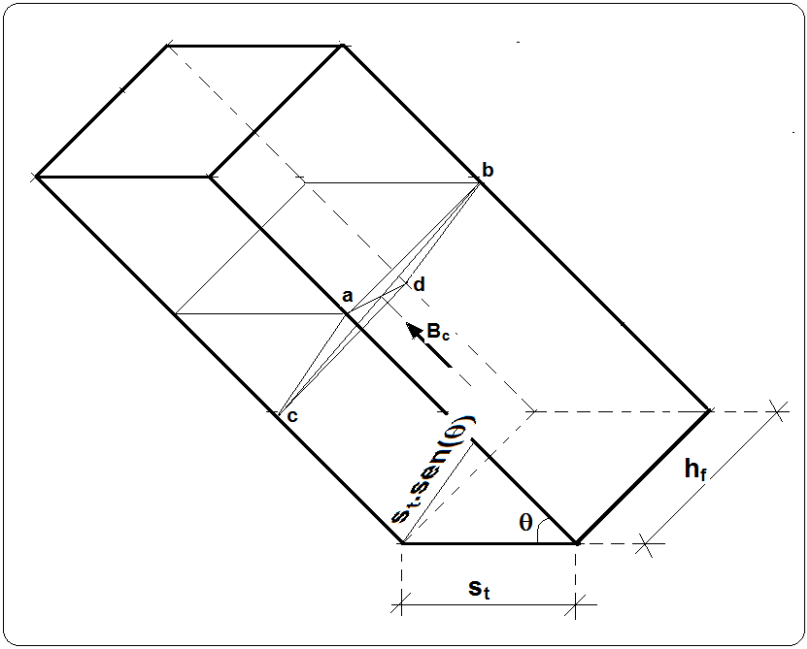


Figura III.21 – Detalhe Tridimensional de uma Biela em Aba de Viga com Seção em "**T**"

Assim como se deu em relação à tensão normal na diagonal comprimida da equação III.12, para que se verifique a segurança à ruína da diagonal comprimida deve-se ter, da mesma forma expressa na equação III.13:

$$\sigma_c \leq f_{rd} \qquad \text{III.85}$$

Com os parâmetros envolvidos definidos na seção III.2. Logo, confrontando-se as expressões III.84 e III.85, pode-se obter:

$$\sigma_c = \frac{2\tau_o}{sen2\theta} \leq 0{,}6\alpha_{v2} f_{cd} \qquad \text{III.86}$$

Levando a expressão de "$\boldsymbol{\tau_o}$" da equação III.80 na equação III.86, resulta:

$$\frac{2\dfrac{A_1}{0{,}9.A.h_f}\dfrac{V_d}{d}}{sen2\theta} \leq 0{,}6\alpha_{v2} f_{cd} \Rightarrow \frac{A_1}{A.h_f} V_d \leq 0{,}27\alpha_{v2} f_{cd} d sen2\theta \qquad \text{III.87}$$

Multiplicando-se ambos os membros da equação III.87 por "b", resulta:

$$b.\frac{A_1}{A.h_f} V_d \leq b.0{,}27\alpha_{v2} f_{cd} d sen2\theta \Rightarrow \frac{A_1.b}{A.h_f} V_d \leq 0{,}27\alpha_{v2} f_{cd} b d sen2\theta \qquad \text{III.88}$$

O segundo membro da equação III.88 representa o esforço cortante resistente da diagonal comprimida, de modo que a

verificação da segurança da diagonal comprimida das abas da mesa colaborante da viga com seção em "**T**" pode ser escrita na forma:

$$\frac{A_1.b}{A.h_f}V_d \leq V_{Rd2} \vee V_d \leq \frac{A.h_f}{A_1.b}V_{Rd2} \qquad \text{III.89}$$

Combinando-se as equações III.81 e III.82 chega-se a:

$$T_s = \frac{\tau_o h_f s_t}{\cos\theta} sen\theta \qquad \text{III.90}$$

Tomando-se o valor de "$\boldsymbol{\tau_o}$" da equação III.80 e levando-o na equação III.90 obtém-se:

$$T_s = \frac{\frac{A_1}{0,9.A.h_f}\frac{V_d}{d}h_f s_t}{\cos\theta} sen\theta = \frac{A_1}{0,9.A}\frac{s_t}{d}V_d\, tang\theta \qquad \text{III.91}$$

Se "$\mathbf{A_{stu}}$" é a área da seção transversal de um estribo, considerando-se seus ramos que farão a ligação alma-mesa e "**s**" será seu espaçamento ao longo do eixo longitudinal da viga então o esforço resistente de tração será:

$$T_{sR} = \frac{s_t}{s} A_{stu} f_{yd} \qquad \text{III.92}$$

No Estado-Limite Último deveremos ter:

$$T_{sR} = T_s \Rightarrow \frac{s_t}{s} A_{stu} f_{yd} = \frac{A_1}{0,9.A.}\frac{s_t}{d}V_d\, tang\theta \qquad \text{III.93}$$

Resolvendo-se a equação III.93 em "$\mathbf{A_{stu}/s}$", obtém-se:

$$\frac{A_{stu}}{s} = \frac{A_1}{0{,}9.A.}\frac{V_d}{d.f_{yd}} tang\theta \qquad \text{III.94}$$

Se na equação III.94 o Esforço Cortante for dado em "**MN**" e a Tensão Limite de Escoamento de Projeto do Aço for dada em "**MPa**", a área da seção da armadura transversal seria obtida em "$\mathbf{m^2/m}$" por peça de estribo. Para a sua obtenção em "$\mathbf{cm^2/m}$" por ramo de estribo, teríamos de fazer:

$$\frac{A_{s1}}{s} = \frac{10000}{2}\frac{A_{stu}}{s} = \frac{10000}{2}\frac{A_1}{0{,}9.A}\frac{V_d}{d.f_{yd}} tang\theta = 5556\frac{A_1}{A}\frac{V_d}{d.f_{yd}} tang\theta \qquad \text{III.95}$$

Conforme a NBR 6118/2014 a área mínima recomendada para tal armadura é de 0,75 cm^2/m.

Observe-se que a equação III.95 assemelha-se à equação III.33, deduzida para o cálculo da armadura transversal da alma da viga, diferindo pelo fator "$\mathbf{A_1/A}$" e pelo fato de que o esforço cortante ora utilizado é com seu valor total, não deduzindo-se, portanto a parcela associada aos mecanismos complementares. Este último detalhe de tal procedimento foi adotado nesta seção em virtude de, para o caso ora abordado, os efeitos associados aos mecanismos complementares ser pouco significativo.

Vale ressaltar, inclusive, que, para o presente recurso, o ângulo das bielas deve ser fixado em **45°**.

A Figura III.22 ilustra desenho esquemático do detalhe das armaduras transversais da seção da viga em forma de "**T**".

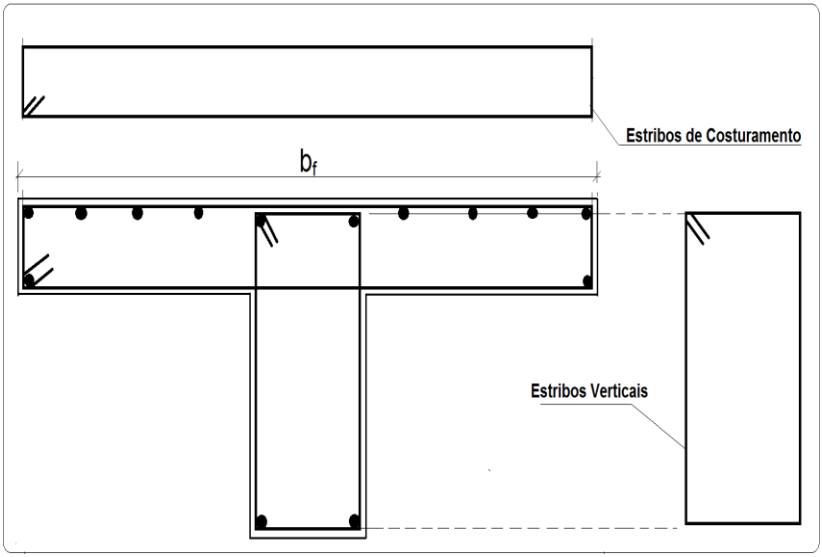


Figura III.22 – Detalhe da Armadura Transversal da Seção em "**T**

III.5 – Exercícios Propostos

Exercício PIII.1 - Verificar a segurança de uma viga às solicitações normais, no estado limite último de ruína do material cuja superfície será revestida com argamassa de cimento, areia e saibro, para a qual deve-se adotar seção transversal retangular apresentando dimensões **b = 12 cm** e **h = 60 cm**, figura AII.1, sabendo-se que será moldada em concreto **C 20** e armada com três barras de aço **CA-50** de **12,5 mm** de diâmetro nominal, distribuídas racionalmente

em seu bordo inferior, provida de armadura construtiva composta de duas barras de 5.0 mm, que faz parte da estrutura de um edifício residencial construído em área para a qual deve ser prescrita classe de agressividade ambiental "**I**" e que em sua vida útil será solicitada por uma combinação normal de ações que produz um momento fletor máximo de serviço de **55 kNm**. Admitir que as ações indiretas são desprezíveis.

Exercício PIII.2 - Determinar a armadura longitudinal de uma viga, para atendimento ao estado limite último de ruína do material, de seção transversal retangular com largura **b = 12 cm** e altura **h = 60 cm**, sabendo-se que será moldada a partir de concreto **C 20** armado com barras de aço **CA-50 A**. A viga será revestida com argamassa de cimento, areia e saibro, e faz parte da estrutura de um edifício residencial construído em área para a qual deve ser prescrita uma classe de agressividade ambiental "**I**" e que em sua vida útil será solicitada por uma combinação normal de ações cujas cargas características produzem um momento fletor máximo de serviço de **70 kNm**. Admitir que as ações indiretas são desprezíveis.

Exercício PIII.3 - Determinar a armadura longitudinal para uma viga, atendendo ao estado limite último de ruína do material, com seção transversal retangular de largura **b = 25 cm** e altura **h = 60 cm**, sabendo-se que será moldada a partir de concreto **C 30** armado com barras de aço **CA-50 A**, revestida com argamassa de cimento, areia e saibro, que faz parte da estrutura de um edifício residencial construído em área para a qual deve ser prescrita uma classe de agressividade ambiental "**I**" e que em sua vida útil será solicitada por uma combinação normal de ações cujas cargas características produzem um momento fletor máximo de serviço de **140 kNm**. Admitir que as ações indiretas são desprezíveis.

Exercício PIII.4 - Determinar a armadura longitudinal para uma viga, atendendo ao estado limite último de ruína do material, de seção transversal retangular de largura **b = 12 cm** e altura **h = 65 cm**, sabendo-se que será moldada a partir de concreto **C 30** armado com barras de aço **CA-50 A**, revestida com argamassa de cimento, areia e saibro, que faz parte da estrutura de um edifício residencial construído em área para a qual deve ser prescrita uma classe de agressividade ambiental "**I**" e que em sua vida útil será solicitada por uma combinação normal de ações cujas cargas características

produzem um momento fletor máximo de serviço de **200 kNm**. Admitir que as ações indiretas são desprezíveis.

Exercício PIII.5 - Um grupo de vigas simplesmente apoiadas paralelas entre si, cujo vão é **L = 7,00m,** será projetado para receber o apoio de uma laje contínua, resultando para o conjunto a seção transversal ilustrada na figura AIII.6. As vigas apresentam altura **h = 60 cm** e largura $\mathbf{b_o}$ **= 25 cm**, enquanto a laje apresentará espessura $\mathbf{h_f}$ **= 8 cm.** As demais dimensões pertinentes, figura III.7, serão $\mathbf{b_3}$ **= 1,00 m**, e, **a = 2,00 m**. Sabendo-se que o conjunto estrutural será moldado em concreto **C 30** armado com barras de aço **CA-50 A,** revestido com argamassa de cimento, areia e saibro, que faz parte da estrutura de um edifício residencial construído em área para a qual deve ser prescrita classe de agressividade ambiental "**I**", e, que em sua vida útil será solicitado por combinação normal de ações cujas cargas características produzem um momento fletor máximo de serviço de **140 kNm**, pede-se determinar a armadura longitudinal de tração da viga de extremidade, atendendo ao estado limite último de ruína do material. Admitir que as ações indiretas são desprezíveis.

Exercício PIII.6 - Uma viga simplesmente apoiada que será executada em concreto **C 30** e revestida com argamassa de cimento, areia e saibro, com seção transversal retangular de largura b = 0,20 m, e vão **L = 8,00** m, faz parte de uma estrutura cuja utilização e composição promove-lhe, basicamente, um carregamento representado por uma ação vertical distribuída uniformemente ao longo de toda a sua extensão longitudinal de intensidade igual **30 kN/m**. Tem como função estrutural receber os esforços provenientes de uma laje de piso de um edifício residencial, a ser construído em zona rural. Pede-se determinar sua armadura transversal em aço **CA-60**.

Exercício PIII.7 - Uma viga simplesmente apoiada a ser revestida com argamassa de cimento, areia e saibro, de seção transversal retangular e vão de comprimento **L = 8,00** m, faz parte de uma estrutura cuja utilização e composição promove-lhe, basicamente, um carregamento representado por uma ação vertical distribuída uniformemente ao longo de toda a sua extensão longitudinal. Tem como função estrutural receber os esforços provenientes de uma laje de piso do Hall principal de um hospital regional, a ser

construído em zona rural, destinado, inclusive, ao atendimento de vítimas de catástrofes da natureza e outros sinistros de grandes proporções, igualmente, classificados como de calamidade pública. A estrutura será executada em concreto **C 30** e aço **CA-50,** para armadura longitudinal, e, CA-60, para a armadura transversal, e em sua vida útil será solicitada por sobrecargas de intensidade inferior a 5,0 kN/m^2, com carregamento característico conforme tabela PIII.1. Considerando as informações acima, pede-se dimensionar a referida viga atendendo ao estado limite último de ruína do material e verificar o atendimento aos estados limites de serviço, considerando-se os critérios de efeito visual e vibrações sentidas no piso. Admitir que as ações indiretas são desprezíveis.

Tabela P.III.1 – Cargas e momentos correspondentes

Carga	**Intensidade (kN/m)**	**Momento fletor (kN.m)**
Permanente - g_k	15,0	120,0
Utilização cotidiana – q_{1k}	7,5	60,0
Ocorrências fortuitas – q_{2k}	5,0	40,0
Manutenção - q_{3k}	1,3	10,4

****

Capítulo IV

Estados-Limite de Serviço

IV.1 – Preâmbulo

É preciso garantir que, além da segurança contra o colapso, a estrutura atenda aos requisitos de durabilidade, aparência, conforto e funcionalidade, que são satisfeitos quando os estados-limite de serviço são, devidamente, observados.

Dentre os estados limites de serviço previstos em norma estão:

- O Estado-limite de fissuração; e,
- O Estado-limite de deformações excessivas.

O estado-limite de fissuração, por sua vez, compreende:

- O Estado-limite de formação de fissuras (ELS-F); e,
- O Estado-limite de abertura de fissuras (ELS-W).

O Estado-limite de formação de fissuras (ELS-F) se refere à condição em que é formada a fissura, o que ocorre quanto a máxima tensão de tração do campo de tensões do elemento estrutural, atinge intensidade igual à resistência à tração do concreto. Constitui advertência de que o concreto poderá ser levado a uma condição indesejada por fissuração nociva.

O Estado-limite de abertura de fissuras (ELS-W), por sua vez, constitui o estado em que a magnitude da abertura das fissuras apresenta-se igual ao valor máximo especificado em norma, para o qual, reconhecidamente, devem ocorrer comprometimentos às condições de serviço e à durabilidade.

IV.2 – Limite de Abertura de Fissuras

Em estruturas de concreto armado, uma vez atendidos os limites recomendados em norma, não haverá comprometimento da durabilidade nem da segurança no estado-limite último.

Os limites de abertura de fissuras de que trata a norma são caracterizados conforme o tabela I.8, que são fixados em termos da classe de agressividade do ambiente ao qual a estrutura está exposta.

Observações:

a. As magnitudes das aberturas das fissuras, "w_k's", representam valores característicos.

b. Fissuras efetivas podem, eventualmente, ultrapassar esses valores, entretanto com probabilidade pré-estabelecida seguramente.

Em se tratando de verificação do estado-limite de abertura de fissuras deve-se considerar a *combinação freqüente de serviço,* dada mediante a expressão*:*

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^{m} F_{Gi,k} + \psi_1 F_{Q1,k} + \sum_{j=1}^{n} \psi_{2j} F_{Qj,k} \qquad \text{IV.1}$$

O valor da abertura de fissuras pode ser influenciado por oposições a variações de natureza volumétrica e de condições de execução da estrutura sendo difíceis de avaliação precisa, de modo que os critérios ora apresentados estão passíveis dessas limitações.

Para cada grupo de barras de armadura que controlam a fissuração deve ser considerada uma área de envolvimento de concreto A_{cri}, retangular, cujos lados distam do eixo das barras de no máximo 7,5 vezes o seu diâmetro nominal, Figura IV.1.

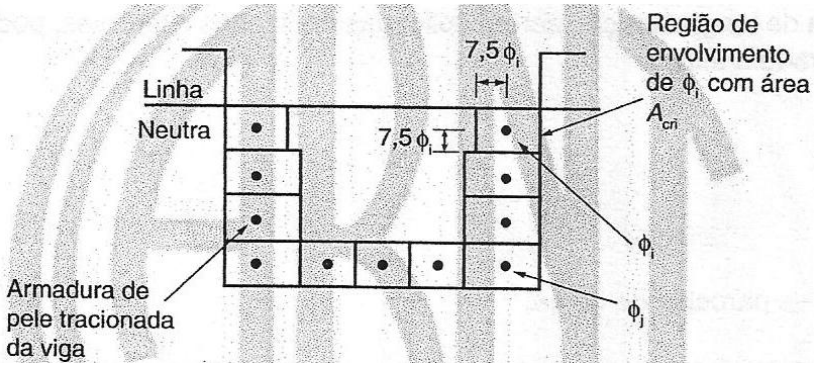


Figura IV.1 – Envolvimento da armadura(NBR 6118/14)

Para cada parte da região de envolvimento, o valor característico da abertura de fissuras deve ser o menor entre as estimativas:

$$w_k = \frac{\phi_i}{12{,}5\eta_1} . \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} . \frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}} \qquad \text{IV.2}$$

$$w_k = \frac{\phi_i}{12{,}5\eta_1} . \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} . \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \qquad \text{IV.3}$$

Onde E_{Si}, σ_{Si}, ϕ_i, η_1 são o módulo de elasticidade, a tensão de tração no centro de gravidade no estádio II, o diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada e o seu coeficiente de conformação superficial, enquanto, ρ_{ri} é a taxa de armadura em relação à área de envolvimento.

Com vistas ao cálculo no estádio II pode-se considerar a razão entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto como sendo $\alpha_e = 15$.

Em vigas de altura inferior a 1,20 m, pode-se considerar atendida a condição de abertura de fissuras em toda a pele tracionada se o limite de abertura de fissuras na região das barras mais tracionadas for atendido e existir armadura lateral de pele calculada e distribuída conforme preceitua a norma NBR 6118/14, sobre o caso.

A abertura de fissuras estimada conforme supra descrito deve respeitar os limites indicados na tabela III.1, do volume 1,

entretanto, os valores reais divergem de tal estimativa de modo que podem, eventualmente, ultrapassar tais limites.

Nas situações em que as fissuras afetarem a funcionalidade da estrutura, como nos casos de reservatórios ou superfícies de escoamento hidráulico, devem ser considerados limites mais rigorosos, às vezes até admitido o emprego do recurso da protensão.

Há ainda que se considerar o controle da fissuração quanto à aceitabilidade sensorial notadamente voltado para as situações que podem causar desconforto psicológico a usuários mesmo que não interfiram com a segurança.

O estado limite de abertura das fissuras pode ser considerado indiretamente atendido se respeitadas as exigências de cobrimento de armadura e das taxas de armadura mínima e de pele da norma e as restrições referentes a tensões, bitolas e espaçamento das barras de aço, expressas na tabela IV.1.

Para o cálculo das Tensões nas barras da armadura de tração faz-se necessário o conhecimento da posição da linha neutra. Para sua determinação, a seção que, na realidade, é composta por aço e concreto, é ficticiamente homogeneizada, substituindo-se a área de aço por área de concreto mecanicamente equivalente, que seria aquela área capaz de absorver o mesmo esforço normal e que resulte em conjugado resistente idêntico ao da seção original de concreto armado.

Tabela IV.1 – Espaçamento e diâmetro máximo de barras de alta aderência

Tensão na barra (MPa)	Diâmetro máximo (mm)	Espaçamento máximo(cm)
160	32	30
200	25	25
240	20	20
280	16	15
320	12.5	10
360	10	5
400	8	

Considere-se a seção transversal da figura IV.2. A área de concreto equivalente à área de armadura de tração está ali representada e constitui a área de concreto de mesma rigidez e mesmo centro de gravidade da seção transversal daquela armadura. Sendo assim, deve ser dada mediante:

$$A_{ceq} = \alpha_e A_s \qquad \text{IV.4}$$

Onde A_s é a área da armadura de tração e:

$$\alpha_e = E_s / E_{cs} \qquad \text{IV.5}$$

A seção homogeneizada, portanto, é o conjunto formado pela parcela comprimida da seção de concreto e a seção de concreto equivalente "$\mathbf{A_{ceq}}$", figura IV.2. A equação da linha neutra é obtida igualando-se a zero o momento estático da seção homogeneizada em relação à própria linha neutra, resultando a equação:

$$a_1 x^2 + a_2 x + a_3 = 0 \qquad \text{IV.6}$$

Desde que:

$$a_1 = b/2\ ;\ a_2 = A_{ceq}\ ;\ a_3 = -d.A_{ceq} \qquad \text{IV.7}$$

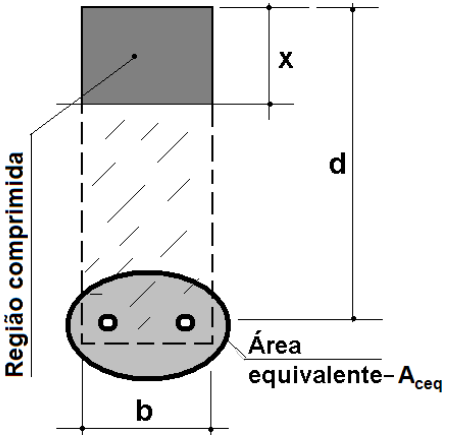


Figura IV.2 – Seção homogeneizada

Considerando-se o equilíbrio entre o momento solicitante e o conjugado resistente, Figura IV.3, conclui-se que:

$$M = R_s.z \qquad \text{IV.8}$$

Mas, z = d – x/3, assim:

$$M = R_s(d - x/3) \text{ ou } R_s = M/(d - x/3) \qquad \text{IV.9}$$

A tensão na armadura de aço é então obtida mediante:

$$\sigma_s = R_s/A_s = M/[A_s(d - x/3)] \qquad \text{IV.10}$$

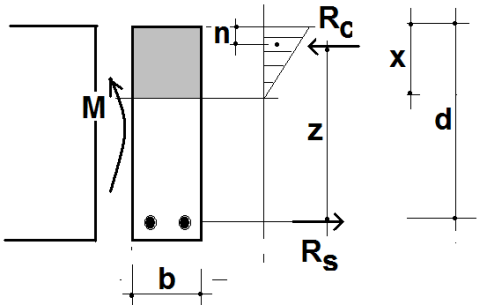


Figura IV.3 – Equilíbrio da seção transversal

IV.3 - Estado-Limite de Deformações Excessivas

É o estado limite de deformações que uma estrutura pode apresentar, recomendado em norma para sua utilização, até o qual seu desempenho é, reconhecidamente, satisfatório. Para sua verificação deve-se: a - analisar as combinações de ações a serem adotadas; b - considerar as características geométricas das seções; c - proceder à inclusão dos efeitos de fissuração e fluência; e, d - observar as deformações-limite em conformidade com os critérios pertinentes apresentados na tabela III.2, do volume 1.

O cálculo dos deslocamentos considerará a rigidez efetiva, haja vista as implicações da existência de armadura e de fissuração na seção transversal, bem como da ocorrência de deformações do elemento estrutural diferidas no tempo, as quais devem incluir a fluência e a retração.

Deve-se, inclusive, adotar o momento de inércia da seção transversal homogeneizada em relação à linha neutra, figura III.32,

considerando o concreto no estádio II, podendo ser avaliado conforme a equação:

$$I_{II} = \frac{b.x^3}{3} + A_{ceq}(d-x)^2 \qquad \text{IV.11}$$

A rigidez equivalente será dada a partir da equação de Branson, apresentada na forma:

$$(EI)_{eq} = E_{cs}\left\{\left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1-\left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_{II}\right\} \leq E_{cs} I_c \qquad \text{IV.12}$$

Na equação IV.12, "$\mathbf{M_a}$" é o momento fletor da seção crítica do vão considerado; e, "$\mathbf{M_r}$" é o momento de fissuração do elemento estrutural o qual é dado por:

$$M_r = \frac{\alpha.f_{ct}.I_c}{y_t} \qquad \text{IV.13}$$

onde "α" é o fator que correlaciona resistência à tração na flexão com resistência à tração direta, fixado em α **= 1,2** para seções em "T" ou duplo "T", e, α **= 1,5** para os demais casos. "$\mathbf{y_t}$" é a distância do centro de gravidade da seção ao bordo tracionado.

Os deslocamentos imediatos ao carregamento são obtidos a partir da formulação da Mecânica dos Sólidos e os deslocamentos diferidos no tempo mediante:

$$\delta_{dif} = \alpha_f \delta_{imed} \qquad \text{IV.14}$$

Onde δ_{imed} é o deslocamento imediato ao carregamento, e:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\varepsilon}{1+50\rho'} \qquad \text{IV.15}$$

com ρ' representando a taxa geométrica de armadura comprimida.

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon(t) - \varepsilon(t_o) \qquad \text{IV.16}$$

sendo "$\varepsilon(t)$" a deformação por fluência em um instante "t" qualquer, dada mediante as equações:

$$\varepsilon(t) = 0{,}68.0{,}996^t.t^{0{,}32} \text{ para } t \leq 70 \text{ meses}$$

IV.17

$$\varepsilon(t) = 2 \text{ para t > 70 meses}$$

sendo "t_o" e "t" a idade do concreto na data do carregamento e no instante considerado, respectivamente, expressa em meses. O deslocamento total será:

$$\delta = \delta_{imed} + \delta_{dif} = \delta_{imed} + \alpha_f \delta_{imed} = (1+\alpha_f)\delta_{imed} \qquad \text{IV.18}$$

Observação: Os artifícios aqui adotados são aplicáveis, inclusive, aos casos de vigas providas de armadura de compressão, e, para aquelas com seções em "**T**", bastando para isso introduzirem-se nas equações da formulação da área da seção homogeneizada e da

posição do centro de gravidade, termos referentes à área de armaduras comprimidas e da mesa colaborante, respectivamente.

Exercício III.8: Uma viga simplesmente apoiada a ser revestida com argamassa de cimento, areia e saibro, de seção transversal retangular e vão de comprimento **L = 7,00 m**, faz parte de estrutura cuja utilização e composição promove-lhe, basicamente, um carregamento representado por uma ação vertical distribuída uniformemente ao longo de toda a sua extensão longitudinal. Tem como função estrutural receber os esforços provenientes de uma laje de piso de ambiente destinado a reuniões que, em alguns dias de finais de semana ou feriados, é re-configurado para a realização de bailes. A estrutura será executada em concreto **C 20** e aço **CA-50 A,** em ambiente de classe de agressividade "**II**", e em sua vida útil será solicitada por carregamento característico prescrito conforme tabela AIII.1, cujas sobrecargas são de intensidade inferior a **5,0 kN/m^2**. Admitindo-se que as ações indiretas são desprezíveis, pede-se dimensionar a viga. *Conforme diretriz de projeto as vigas deverão facear com os pilares, que apresentam dimensão* ***b = 0,20 m****.*

Tabela AIV.1 – Cargas e momentos correspondentes

Carga	**Intensidade (kN/m)**	**Momento fletor (kN.m)**
Permanente - g_k	10,0	61,3
Reuniões – q_{1k}	6,4	39,2
Bailes – q_{1k}+q_{2k}	6,4 + 4,2	39,2 + 25,8
Serviços de Apoio – q_{3k}	2,2	13,5

- - ***Parâmetros Relevantes:***
- Geometria da Seção Transversal

Com a finalidade de determinar as dimensões, e, mirando-se no propósito de obter a solução com elemento o mais esbelto possível, poder-se-ia fixar as suas dimensões a partir do limite para o qual a

viga funcionaria como normalmente armada, entretanto, esta escolha não é absoluta, pois, podem não ser suficientes ao atendimento dos estados limite de serviço. Um recurso tradicionalmente praticado no cotidiano do projeto estrutural é tomar ***h = L/10,*** *como referência para estimativa inicial. Assim procedendo tem-se:*

$$h = L/10 = 7{,}00/10 = 0{,}70\,m$$

Logo:

$$A_c = bxh = 20x70 = 1400\ cm^2 = 0{,}140\,m^2$$
$$W_o = bxh^2/6 = 0{,}20x0{,}70^2/6 = 0{,}0164\,m^3\ ;$$
$$d = 0{,}9h = 0{,}9x0{,}70 = 0{,}63\,m$$

- Tensões Limite

Conforme tabela III.7, volume 1, os coeficientes de segurança dos materiais, para combinações normais de ações, serão $\gamma_c = 1{,}4$ e $\gamma_s = 1{,}15$, de modo que:

$$f_c = 0{,}85\frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0{,}85x20/1{,}4 = 12\,MPa$$

$$f_{ctk,sup} = 1{,}3x0{,}3xf_{ck}{}^{2/3} = 1{,}3x0{,}3x20^{2/3} = 2{,}88\,MPa \text{ e,}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 500/1{,}15 = 434\,MPa\ ;$$

- ***Momento Fletor Solicitante de Projeto***

Para combinações normais de ações, tabela III.3, volume 1, tem-se $\gamma_g = \gamma_q = 1{,}4$ *. Para o presente caso* $\psi_o = 0{,}7$ *, uma vez tratar-se de compartimento que, em sua utilização, estão previstas elevadas concentrações de pessoas. Logo:*

$$M_d = \gamma_g M_{gk} + \gamma_q [M_{q1k} + \psi_o (M_{q2k} + M_{q3k})]$$
$$M_d = 1{,}4x61{,}3 + 1{,}4[39{,}2 + 0{,}7(25{,}8 + 13{,}5)] \quad ;$$
$$M_d = 179{,}22\, kN.m \approx 0{,}18\, MNm$$

- ***Momento Fletor Reduzido***

$$\mu = \frac{M_d}{f_c b d^2} = \frac{0{,}18}{12x0{,}20x0{,}63^2} = 0{,}189 < 0{,}295 \,,$$

De modo que a viga comportar-se-á como normalmente armada;

- Armadura Longitudinal Mínima

$$A_{s\,min} = 0{,}15\%A_c = 0{,}15\%x1400 = 2{,}10\, cm^2$$
$$M_{d\,min} = 0{,}8 W_o f_{ctk,sup} = 0{,}8x0{,}0163x2{,}88 = 0{,}038\, MNm \;;$$

- Armadura Longitudinal Máxima

$$A_{s\,max} = 4\%A_c = 4\%x1400 = 56{,}00\, cm^2 \;;$$

- Armadura de pele

$$A_{spele} = 0{,}1\%A_c = 0{,}1\%x1400 = 1{,}40\,cm^2 - 5\phi 6.3$$

- Braço do Conjugado Resistente:

$$z = \frac{d}{2}(1+\sqrt{1-2.\mu}) = (1+\sqrt{1-2x0{,}189})\frac{0{,}63}{2} = 0{,}56\,m$$

- Profundidade da Linha Neutra:

$$x = 2(d-z) = 2(0{,}63-0{,}56) = 0{,}14\,m$$

$$y = x/0{,}8 = 0{,}14/0{,}8 = 0{,}175m$$

- Armadura Longitudinal

$$A_S = \frac{M_d}{\sigma_{sd}.z} = \frac{0{,}18}{434x0{,}56} = 7{,}41x10^{-4}\,m^2 = 7{,}41\,cm^2$$

- Escolha:

$$10\phi 10 \rightarrow 8{,}00\,cm^2\,;\, 6\phi 12.5 \rightarrow 7{,}50\,cm^2\,;$$
$$4\phi 16 \rightarrow 8{,}00\,cm^2\,;\, e, 3\phi 20 \rightarrow 9{,}45\,cm^2\,.$$

Observe-se que a solução mais econômica é com seis barras de 12.5 mm que é viável, pois, no exercício III.3, para esta mesma seção, foram viabilizadas sete barras.

- Verificação aos Estados-Limite de Serviço:

$$E_{cs} = 0{,}85x5600\sqrt{f_{ck}} = 0{,}85x5600\sqrt{20} = 21287{,}4\ MPa$$

$$\alpha_e = E_s / E_{cs} = 210000 / 21287{,}4 = 9{,}87$$

Área de concreto equivalente $A_{ceq} = 9{,}87x7{,}50 = 74\ cm^2$

Linha neutra:

$$a_1 = b/2 = 20/2 = 10\ ;\ a_2 = A_{ceq} = 74\ ;\ \text{e,}$$

$$a_3 = -d.A_{ceq} = -63x74 = 4662$$

$$a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0 \vee 10x^2 + 74x - 4662 = 0 \vee x^2 + 7{,}4x - 466{,}2 = 0$$

$$x \approx 18\ cm$$

Estado Limite de Abertura de Fissuras:

Devem-se utilizar os esforços referentes à combinação freqüente de serviço de modo que:

$$M_{,uti} = M_{gk} + \psi_1 M_{Q1,k} + \sum_{j=1}^{n} \psi_{2j} M_{Qj,k}$$

$M_{,uti} = 61{,}3 + 0{,}6x39{,}2 + 0{,}4(25{,}8 + 13{,}5) = 100{,}54\ kN.m = 0{,}101\ MN.m$

Pela mesma razão apresentada para "ψ_o*",* $\psi_1 = 0{,}6$ *e* $\psi_{2j} = 0{,}4\ \forall j \in \mathrm{N}$.

Se a distribuição de tensões de compressão ao longo da altura da seção transversal da viga é triangular, pois, trata-se de estádio II, figura AIV.1, então o braço de alavanca do conjugado resistente será:

$$z = d - x/3 = 0{,}63 - 0{,}18/3 = 0{,}57\ m$$

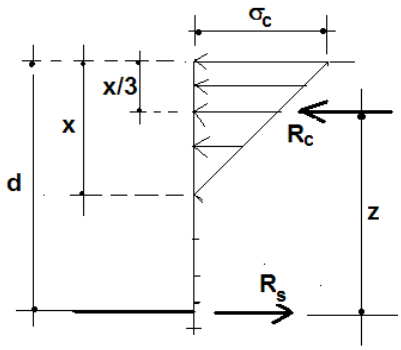


Figura AIV.1 – Distribuição de tensões de compressão na seção

O esforço na armadura de tração será:

$$R_S = M_{,util} / z = 0{,}101/0{,}57 = 0{,}177\ MN$$

Resultando a Tensão:

$$\sigma_S = R_S / A_S = 0{,}177/(7{,}50x10^{-4}) = 236\ MPa$$

Conforme tabela IV.1, para distribuição utilizando-se barras de 12.5 mm a intensidade da tensão solicitante poderia ser de até 320 MPa, com espaçamento máximo interface de até 10 cm,

conseqüentemente, para as condições apresentadas, a viga atende aos requisitos de abertura máxima de fissuras.

- ***Estado Limite de Deformações Excessivas:***

Face à realidade do problema devemos verificar os critérios de aceitabilidade sensorial referentes à impressão visual e a vibrações sentidas no piso.

a -) Deslocamentos Visíveis do Elemento Estrutural

$$\delta_{lim} = L/250 = 7{,}00/250 = 0{,}028\,m$$

$$M_a = M_{util} = 0{,}101 MN.m$$

$$\alpha = 1{,}5$$

$$f_{ct,m} = 0{,}3 f_{ck}^{2/3} = 0{,}3x20^{2/3} = 2{,}21 MPa$$

$$I_c = \frac{b.h^3}{12} = \frac{0{,}20x0{,}70^3}{12} = 5{,}716x10^{-3}\ m^4$$

$$y_t = 0{,}70/2 = 0{,}35\,m$$

$$M_r = \frac{\alpha.f_{ct,m} I_c}{y_t} = \frac{1{,}5x2{,}21x5{,}716x10^{-3}}{0{,}35} = 0{,}054\,MN.m$$

$$I_{II} = \frac{b.x^3}{3} + A_{ceq}(d-x)^2 = \frac{0{,}20x0{,}18^3}{3} + 74x10^{-4}\,x(0{,}63-0{,}18)^2$$

$$I_{II} = 1{,}88x10^{-3}\ m^4$$

$$(EI)_{eq} = E_{cs}\left\{\left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1-\left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_{II}\right\} \le E_{cs}I_c$$

$$(EI)_{eq} = 21287{,}4\left\{\left(\frac{0{,}054}{0{,}101}\right)^3 \frac{5{,}716}{1000} + \left[1-\left(\frac{0{,}054}{0{,}101}\right)^3\right]\frac{1{,}88}{1000}\right\}$$

$$(EI)_{eq} = 52{,}5\ MN.m^2$$

$$E_{cs}I_c = 21287{,}4x5{,}716x10^{-3} = 121{,}6\ MN.m^2$$

$$q_{,uti} = g_k + \psi_1 q_{1k} + \sum_{j=1}^{n} \psi_{2j} q_{j,k}$$

$$q_{,uti} = 10 + 0{,}6x6{,}4 + 0{,}4(4{,}2+2{,}2) = 16{,}4\ kN/m = 0{,}0164\ MN/m$$

Deslocamento máximo imediato:

$$\delta_{imed} = \frac{5q_{util}L^4}{384EI} = \frac{5x0{,}0164x7{,}00^4}{384x52{,}5} = 0{,}01\,m$$

Deslocamento diferido no tempo:

$$\varepsilon(t) = 0{,}68.0{,}996^{t}.t^{0{,}32} \quad t \leq 70\ meses$$

$$\varepsilon(t_0) = \varepsilon(1) = 0{,}68x0{,}996^{1{,}0}\ x1{,}0^{0{,}32} = 0{,}67$$

$\varepsilon(t) = 2$ para t > 70 meses.

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon(t) - \varepsilon(t_o) = 2 - 0{,}67 = 1{,}33$$

$$\alpha_f = \frac{\Delta\varepsilon}{1 + 50\rho'} = \frac{1{,}33}{1 + 50x0{,}0} = 1{,}33$$

No presente caso $\rho' = 0{,}0$*, pois a seção não dispõe de armadura comprimida.*

$$\delta_{dif} = \alpha_f \delta_{imed} = 1{,}33x0{,}01 = 0{,}0133\,m$$

Deslocamento total:

$$\delta = \delta_{imed} + \delta_{dif} = 0{,}01 + 0{,}0133 = 0{,}0233\,m$$

Uma vez que $\delta_{lim} = 0{,}028\,m > 0{,}0233\,m$ *o critério dos deslocamentos visíveis está atendido.*

- ***Vibrações Sentidas no Piso:***

$$\delta_{lim} = L/350 = 7{,}00/350 = 0{,}02\,m$$

Este caso envolve apenas os efeitos de carga acidental, logo:

$$q_{,uti} = 0,6x6,4 + 0,4(4,2 + 2,2) = 6,4\ kN/m = 0,0064\ MN/m$$

$$M_a = q_{,util} L^2 / 8 = 0,0064x7,00^2 / 8 = 0,0392\ MN.m$$

$$(EI)_{eq} = 21287,4\left\{\left(\frac{0,054}{0,0392}\right)^3 \frac{5,716}{1000} + \left[1 - \left(\frac{0,054}{0,0392}\right)^3\right]\frac{1,88}{1000}\right\}$$

$(EI)_{eq} = 253,5\ MN.m^2$, *usar então* $E_{cs} I_c = 121,6\ MN.m^2$

$$\delta_{imed} = \frac{5q_{util} L^4}{384EI} = \frac{5x0,0064x7,00^4}{384x121,6} = 1,65x10^{-3}\ m$$

$$\delta_{dif} = \alpha_f \delta_{imed} = 1,33x1,65x10^{-3} = 2,2x10^{-3} m$$

$$\delta = \delta_{imed} + \delta_{dif} = 1,65X10^{-3} + 2,2x10^{-3} = 3,85x10^{-3} m$$

$$\delta = 3,85x10^{-3} m \approx 0,4\ cm < 2,0\ cm$$

De modo que o critério ora verificado está devidamente atendido. A seção resultante deverá ser detalhada conforme o desenho da figura AIV.2.

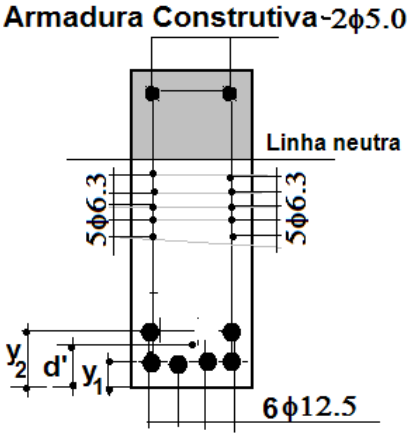


Figura AIV.2 – Seção transversal

IV.4 – Exercício Proposto

Exercício PIV.1 - Uma viga simplesmente apoiada a ser revestida com argamassa de cimento, areia e saibro, de seção transversal retangular e vão de comprimento **L = 8,00** m, faz parte de uma estrutura cuja utilização e composição promove-lhe, basicamente, um carregamento representado por uma ação vertical distribuída uniformemente ao longo de toda a sua extensão longitudinal. Tem como função estrutural receber os esforços provenientes de uma laje de piso do Hall principal de um hospital regional, a ser construído em zona rural, destinado, inclusive, ao atendimento de vítimas de catástrofes da natureza e outros sinistros de grandes proporções, igualmente, classificados como de calamidade pública. A estrutura será executada em concreto **C 30** e aço **CA-50,** para armadura longitudinal, e, CA-60, para a armadura transversal, e em sua vida útil será solicitada por sobrecargas de intensidade inferior a 5,0 kN/m^2, com carregamento característico conforme tabela PIV.1. Considerando as informações acima, pede-se dimensionar a referida viga atendendo ao estado limite último de ruína do material

e verificar o atendimento aos estados limites de serviço, considerando-se os critérios de efeito visual e vibrações sentidas no piso. Admitir que as ações indiretas são desprezíveis.

Tabela PIV.1 – Cargas e momentos correspondentes

Carga	**Intensidade (kN/m)**	**Momento fletor (kN.m)**
Permanente - g_k	15,0	120,0
Utilização cotidiana – q_{1k}	7,5	60,0
Ocorrências fortuitas – q_{2k}	5,0	40,0
Manutenção - q_{3k}	1,3	10,4

****

Referências Bibliográficas

1 – ARAÚJO, J. M. Curso de Concreto Armado. Editora Dunas. 4ª Edição. Porto Alegre, 2014.

2 – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5738: Procedimento para moldagem e cura de corpos-de-prova - ementa. Rio de Janeiro, 2008.

3 – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5739: Ensaios de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2007.

4 – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto. Rio de Janeiro, 2014.

5 – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6120: - Cargas para o cálculo de estruturas de edificações - versão corrigida. Rio de Janeiro – Versão corrigida, 2000.

6 – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8548: Barras de aço destinadas a armaduras para concreto armado com emenda mecânica ou por solda - Determinação da resistência à tração - Método de ensaio. Rio de Janeiro, 1984.

7 – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas – Procedimento – Versão Corrigida. Rio de Janeiro, 2003.

8 – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8953: Concreto para fins estruturais - Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência – Versão corrigida. Rio de Janeiro, 2011.

9 - BAIKOV, V.N; SIGALOV, E. **Reinforced Concrete Structures**. 1. ed. Moscow: Mir, 1981. 2v.

10 - CARVALHO, R. C. e FIGUEIREDO FILHO, J. R. Concreto Armado. EdUFSCar. São Paulo. 2010.

11 - FUSCO, P. B. **Estruturas de Concreto**: solicitações normais, estados limites últimos : teoria e aplicações. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981.

12 - FUSCO, P. B. **Técnica de Armar as Estruturas de Concreto.** São Paulo: Pini, 1995.

13 - JIMÉNEZ MONTOYA, P.; GARCÍA MESEGUER, Á.e MORÁN CABRÉ, F. **Hormigón armado**. 14. ed. Barcelona: G. Gili, 2000.

14 - LEONHARDT, F. e MONNIG, E. **Construções de Concreto**. Rio de Janeiro: Interciência, 1977. Volume 1.

15 – MADUREIRA, E.L. e ÁVILA, J.I.S.L. – Numerical simulation of the mechanical performance of deep beam. IBRACON Structures and Materials Journal. Vol 5, n. 5. São Paulo, 2012.

16 – MADUREIRA, E.L.; SIQUEIRA, T.M. e RODRIGUES, E.C. Creep Strains on Reinforced Concrete Columns. IBRACON Structures and Materials Journal. Vol 6, n. 4. São Paulo, 2013.

17 - PFEIL, W. **Dimensionamento do Concreto Armado a Flexão Composta:** segundo as recomendações da CEB/72 e a nova norma brasileira NB1/75. Rio de Janeiro: Livros Tecnicos e Cientificos, 1976.

18 - PFEIL, W. **Concreto Armado**. 5. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1989.

19 - POLILLO, A. **Dimensionamento de Concreto Armado**. 1. ed. Rio de Janeiro: Científica, 1979.

20 - RUSCH, H. **Concreto Armado e Protendido**: propriedades dos materiais e dimensionamento. Rio de Janeiro: Campus, 1981.

21 - SUSSEKIND, J. C. **Curso de Concreto**. 3. ed. Rio de Janeiro: Globo, 1987. 3v

22 - WIGHT, J. K. e MACGREGOR, J. G. **Reinforced Concrete**: mechanics and design. 5th ed. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 2009.