CONJUNTOS

INTRODUÇÃO

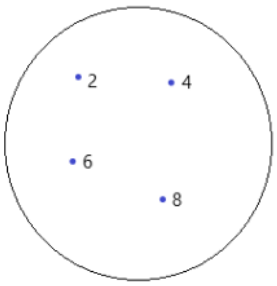
Existem alguns conceitos matemáticos que são chamados de primitivos, que são conceitos admitidos sem definição. Na teoria de conjuntos, os conceitos primitivos são: conjunto, elemento de um conjunto e pertinência entre elemento e conjunto.

Mas a ideia de conjunto é a mesma de coleção, reunião de elementos.

REPRESENTAÇÃO

Ex: A é o conjunto dos números pares menores que dez.

- A = {2, 4, 6, 8} → Representação através de seus elementos.
- A = {x | x é par e 0 < x < 10} → Representação através da propriedade de seus elementos.
- A



→ Diagrama de Venn

CONJUNTO UNIVERSO

O conjunto universo é a reunião de todos os elementos relacionados a um determinado estudo e é representado pela letra U.

RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA E INCLUSÃO

Para relacionar elemento e conjunto:

$\in \rightarrow$ pertence

$\notin \rightarrow$ não pertence

Para relacionar dois conjuntos:

$\subset \rightarrow$ está contido

$\not\subset \rightarrow$ não está contido

$\supset \rightarrow$ contém

$\not\supset \rightarrow$ não contém

CONJUNTO VAZIO E CONJUNTO UNITÁRIO

Conjunto unitário é aquele formado por um único elemento.

Ex: A = { x | x é um número e x · 5 = 15 }. O conjunto A é unitário, pois A é formado por um único elemento, isto é, A = {3}.

Conjunto vazio é aquele que não possui nenhum elemento.

Ex: B = { x | x é um número e x · 0 = 15 }. O conjunto B é vazio, pois, como não existe número que satisfaça essa condição, B não possui elemento algum, isto é, B =$\varnothing \rightarrow$ ou { }.

SUBCONJUNTOS

É chamado de subgrupo um grupo que seja uma parte de um grupo maior.

Ex: Seja A = {1, 2, 3, 4, 5}, B = {1, 3, 5}, C = {5, 6}

$B \subset A \rightarrow$ B é subconjunto de A, ou seja, B está contido em A.

$C \not\subset A \rightarrow$ C não é subconjunto de A, ou seja, C não está contido em A.

O conjunto B descrito acima terá 2^3 subconjuntos.

Pois se um conjunto possui x elementos, então a quantidade de subconjuntos será 2^x, e será representado como P(B).

$P(B) = \{\{1, 3, 5\}, \{1, 3\}, \{3, 5\}, \{1, 5\}, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \varnothing\} \rightarrow 2^3 = 8$ subconjuntos.

IGUALDADE

Dois conjuntos A e B são ditos iguais (A = B) se, e somente se, $A \subset B$ e $B \subset A$.

Ex: A = {3, 6, 9, 12} e B = {9, 12, 6, 3} $\rightarrow$ A = B.

OPERAÇÕES

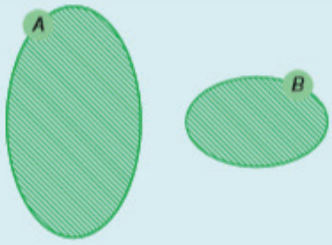
União

Sejam dois conjuntos, A e B, o conjunto união será formado por todos os elementos que pertencem a A ou a B.

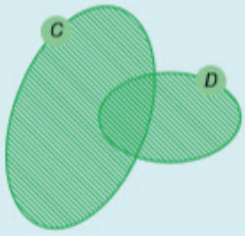
$$A \cup B = \{x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Ex: A = {1, 2, 3, 4} e B = {2, 4, 6, 8} $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$

Representação da união de conjuntos por diagramas de Venn



Toda a região hachurada representa $A \cup B$.



Toda a região hachurada representa $C \cup D$.



Toda a região hachurada representa $E \cup F$.

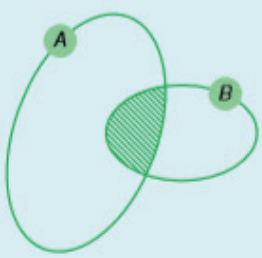
Interseção

Se A e B são dois conjuntos quaisquer, sua interseção é o conjunto formado pelos elementos que pertencem simultaneamente a A ou a B.

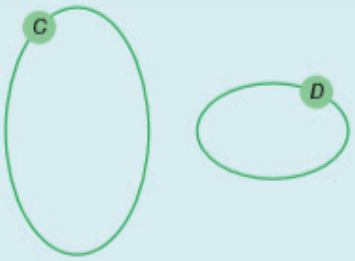
$$A \cap B = \{x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Ex: A = {1, 2, 3, 4} e B = {2, 4, 6, 8} $\rightarrow A \cap B = \{2, 4\}$

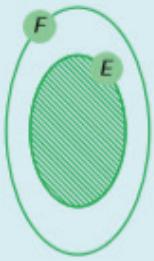
Representação da interseção de conjuntos por diagramas de Venn



Toda a região hachurada representa $A \cap B$.



Os conjuntos C e D são disjuntos, isto é, $C \cap D = \varnothing$.



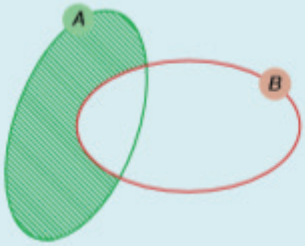
Toda a região hachurada representa $E \cap F$.

Diferença

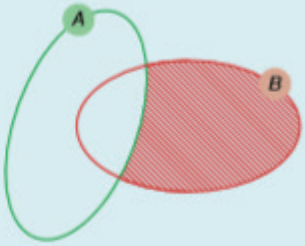
A diferença entre dois conjuntos A e B, representada por A – B, é o conjunto formado por elementos de A que não pertencem a B.

Ex: A = {1, 2, 3, 4} e B = {2, 4, 6, 8} → = {1, 3}

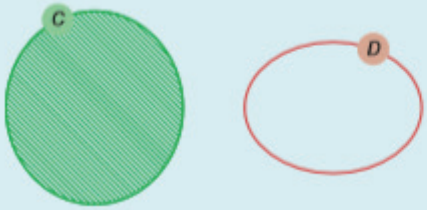
Representação da diferença de conjuntos por diagramas de Venn



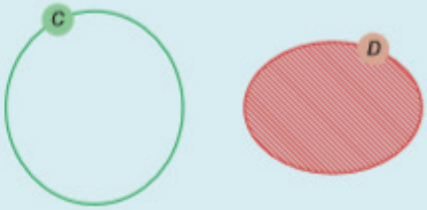
Toda a região hachurada representa $A - B$.



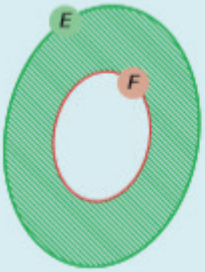
Toda a região hachurada representa $B - A$.



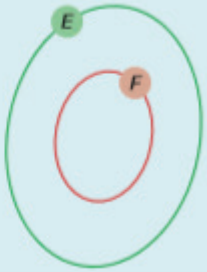
Toda a região hachurada representa $C - D$.



Toda a região hachurada representa $D - C$.



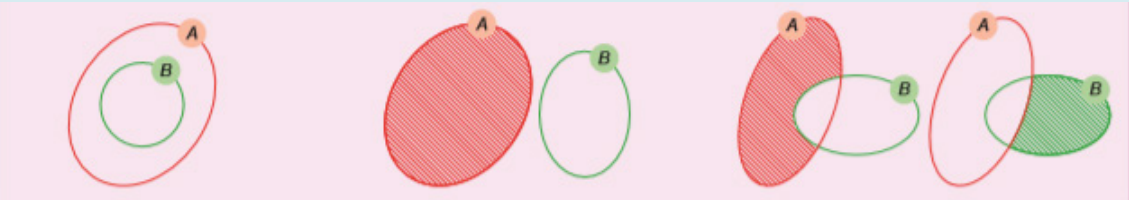
Toda a região hachurada representa $E - F$.



Como $F \subset E$, então $F - E = \varnothing$, pois todo elemento de F pertence a E.

Sendo A e B conjuntos quaisquer, temos:

$B \subset A \Leftrightarrow B - A = \varnothing$ $\quad A \cap B = \varnothing \Leftrightarrow A - B = A$ $\quad A \neq B \Leftrightarrow A - B \neq B - A$



Complementar

Dados A e B conjuntos, sendo $A \subset B$, o conjunto complementar de A em relação a B são todos os elementos que pertencem a B e não pertencem a A. E é representado por C_B^A ("complementar de A em relação a B").

O C_B^A pode ser escrito como conjunto da seguinte forma: $\{x \mid x \in B \text{ e } x \notin A\}$.

E que é exatamente a diferença B – A. Assim, temos:

$$A \subset B \Leftrightarrow C_B^A = B - A$$

Ex: $A = \{2, 4\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow$ Como $A \subset B$, logo existe C_B^A que é igual a B – A:

$$C_B^A = B - A = \{1, 3\}$$

CARDINALIDADE

A cardinalidade de um conjunto A é o total de elementos desse conjunto. É representado por n(A).

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow n(A) = 4$$

- Número de elementos na união de dois conjuntos:

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

- Número de elementos na união de três conjuntos:

$N(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

CLASSIFICAÇÃO DOS NÚMEROS

Conjunto dos Números Naturais ($\mathbb{N}$)

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$$

$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, ...\} \rightarrow$ Conjunto dos números naturais não nulos

Na reta numérica:



Se n é um número natural, temos que:

→ n e n + 1 são números naturais consecutivos.

→ n é o antecessor de n + 1.

→ n + 1 é o sucessor de n.

Conjunto dos Números Inteiros ($\mathbb{N}$)

$\mathbb{Z}$ = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

$\mathbb{Z}^*$ = {..., -3, -2, -1, 1, 2, 3, ...} → Conjunto dos números inteiros não nulos.

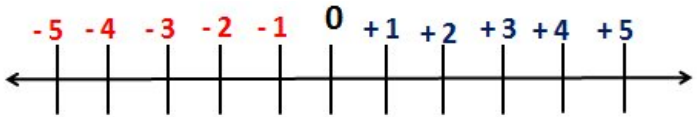
$\mathbb{Z}_+$ = {0, 1, 2, 3, ...} → Conjunto dos números inteiros não negativos.

$\mathbb{Z}_+^*$ = {1, 2, 3, ...} → Conjunto dos números inteiros positivos.

$\mathbb{Z}_-$ = {..., -3, -2, -1, 0} → Conjunto dos números inteiros não positivos.

$\mathbb{Z}_-^*$ = {..., -3, -2, -1} → Conjunto dos números inteiros negativos.

- Na reta numérica:



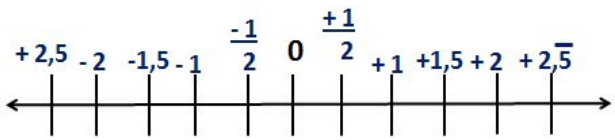
- Um número inteiro par pode ser escrito como 2n, com $n \in \mathbb{Z}$;
- Um número inteiro ímpar pode ser escrito como 2n+1, com;

Conjunto dos Números Racionais ($\mathbb{Q}$)

$$\mathbb{Q} = \{x \mid x = \frac{m}{n}, \text{ com } m \in \mathbb{Z} \text{ e } n \in \mathbb{Z}^*\}$$

É o conjunto de todos os números que pode ser representado pela razão de dois números inteiros, sendo o segundo não nulo. Assim, o conjunto é formado por números fracionários, decimais exatos, dízimas periódicas e os números inteiros.

Na reta numérica:



FRAÇÃO GERATRIZ

$$\frac{\left(\begin{array}{c}\text{O número todo}\\ \text{até onde repete}\end{array}\right)-\left(\begin{array}{c}\text{A parte que}\\ \text{não repete}\end{array}\right)}{\left(\begin{array}{c}\text{Tantos 9 quantos}\\ \text{algarismos}\\ \text{que repetem}\end{array}\right)-\left(\begin{array}{c}\text{Tantos 9 quanto}\\ \text{algarismos que não}\\ \text{repetem após a vírgula}\end{array}\right)}$$

Ex: 1,23555 ... 1,235

$$\frac{1235 - 123}{900} = \frac{1112}{900}$$

Conjunto dos Números Irracionais ($\mathbb{Q}$)

$$\mathbb{I}=\{x|x \notin \mathbb{Q}\}$$

São todos os números que, em sua forma decimal, é uma dízima não periódica. E Assim não pode ser representado como uma razão de dois números inteiros.

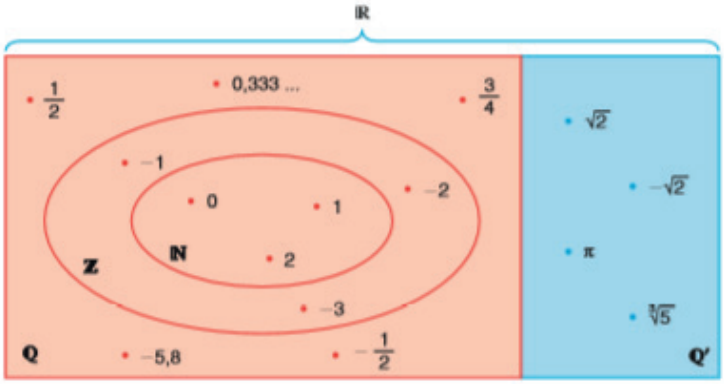
São exemplos de números irracionais:

$$\sqrt{2},\sqrt{5},\pi,...$$

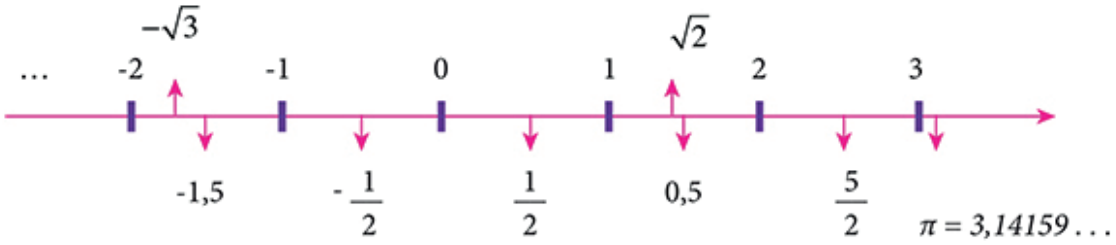
Conjunto dos Números Reais ($\mathbb{R}$)

É o conjunto formado pela união dos conjuntos dos números Racionais e dos Irracionais.

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

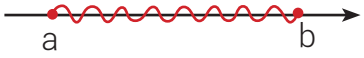
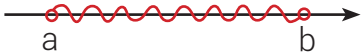
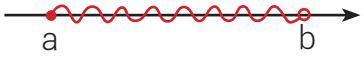
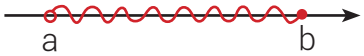
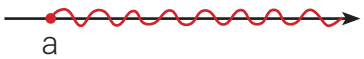
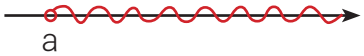
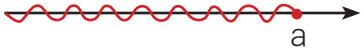
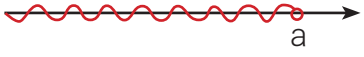


Na reta numérica:



Intervalos reais

Sejam a e b quaisquer números reais, sendo a < b, representados na reta numérica todos os reais, estão apresentados na tabela abaixo:

Descrição	Representação algébrica	Representação no eixo real
Intervalo fechado de extremos a e b.	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ ou $[a, b]$	
Intervalo aberto de extremos a e b.	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ ou $]a, b[$	
Intervalo fechado à esquerda e aberto à direita de extremos a e b.	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$ ou $[a, b[$	
Intervalo aberto à esquerda e fechado à direita de extremos a e b.	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$ ou $]a, b]$	
Intervalo limitado fechado à esquerda.	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$ ou $[a, +\infty[$	
Intervalo limitado aberto à esquerda.	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$ ou $]a, +\infty[$	
Intervalo limtado fechado à direita.	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$ ou $]-\infty, a]$	
Intervalo limitado aberto à direita.	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$ ou $]-\infty, a[$	
Intervalo limitado de $-\infty$ a $+\infty$.	$\mathbb{R}$ ou $]-\infty, +\infty[$	

- A bolinha cheia no extremo de um intervalo representa que o número associado a esse extremo pertence ao intervalo.
- A bolinha vazia no extremo de um intervalo representa que o número associado a esse extremo não pertence ao intervalo.