

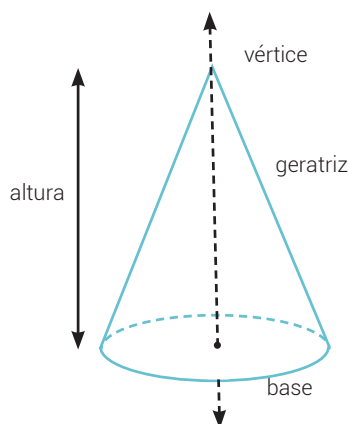
CONCE – DEFINIÇÃO E ELEMENTOS

Considere um círculo (C), de centro O e raio r e um ponto V fora do plano que contém esse círculo e seja X um ponto qualquer de P. Ao conjunto de todos os segmentos VX dá-se o nome de cone circular, sendo C sua base e V seu vértice.

Perceba que a definição de cone é muito semelhante à definição de pirâmide. São sólidos muito semelhantes, se pensarmos que o cone seria uma pirâmide cuja base é um polígono formado por infinitos lados.

O segmento que une o vértice V ao centro O da base é chamado eixo. A distância entre o vértice e o plano da base é a altura do cone. Todo segmento que une o vértice V a um ponto qualquer da circunferência da base é chamado de geratriz (g). Se o eixo não for perpendicular a base o cone é oblíquo.

Se o eixo do cone for perpendicular a base, dizemos que o cone é reto ou, de revolução. Neste caso, todas as geratrizes são congruentes e temos: $g^2 = h^2 + r^2$



Para os cones retos, temos:

$$V = (\pi \cdot r^2) \cdot h/3$$

$$S_{ABSE} = \pi \cdot r^2$$

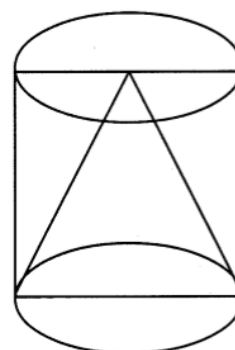
$$S_{LATERAL} = \pi \cdot r \cdot g$$

$$S_{TOTAL} = \pi \cdot r(r + g)$$

Na maioria dos casos, trabalhamos com cones retos, ou cones de revolução, cujo eixo é perpendicular ao plano basal. Em cones em que isso não acontece, utilizamos o nome cone oblíquo.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. (PUC-RS) A figura abaixo mostra um cone inscrito num cilindro. Ambos têm raio da base x e altura 2x. Retirando-se o cone do cilindro, o volume do sólido resultante é:



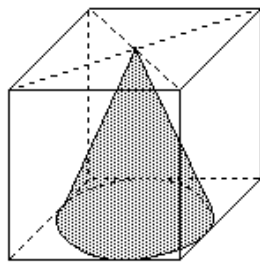
- $\frac{2\pi x^3}{3}$
- $\frac{4\pi x^3}{3}$
- $\frac{8\pi x^3}{3}$
- $\frac{2\pi x^2}{3}$
- $\frac{8\pi x^2}{3}$

Resolução: B

O volume pedido será de:

$$V = V_{CILINDRO} - V_{CONE} = \pi \cdot x^2 \cdot 2x - \frac{\pi \cdot x^2 \cdot 2x}{3} = \frac{4\pi x^3}{3}$$

02. (MACKENZIE) Na figura, a base do cone reto está inscrita na face do cubo.



Supondo $\pi=3$, se a área total do cubo é 54, então o volume do cone é:

- a) $81/2$ b) $27/2$ c) $9/4$ d) $27/4$ e) $81/4$

Resolução: D

A partir da área total do cubo, teremos:

$$6a^2 = 54 \rightarrow a^2 = 9 \rightarrow a = 3 \text{ u.c.}$$

Assim, o cone terá raio que medirá 1,5 u.c. e a altura será de 3 cm. O seu volume será de:

$$V_{\text{cone}} = \frac{\pi \cdot 1,5^2 \cdot 3}{3} = 3 \cdot 2,25 = 6,75 = \frac{27}{4} \text{ u.v.}$$

03. (CESGRANRIO) No desenho a seguir, dois reservatórios de altura H e raio R , um cilíndrico e outro cônico, estão totalmente vazios e cada um será alimentado por uma torneira, ambas de mesma vazão.



Se o reservatório cilíndrico leva 2 horas e meia para ficar completamente cheio, o tempo necessário para que isto ocorra com o reservatório cônico será de:

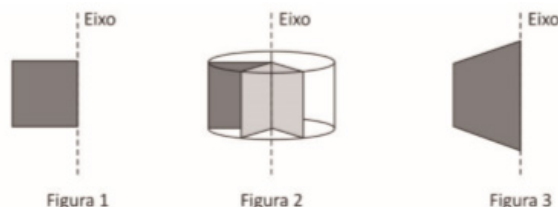
- a) 2 h d) 50 min
b) 1 h e 30 min e) 30 min
c) 1 h

Resolução: D

Como o cilindro e o cone têm a mesma altura e o mesmo raio da base, o volume do cilindro será o triplo do volume do cone. Assim, o tempo gasto para encher o cone é $1/3$ do tempo gasto para encher o cilindro. Assim:

$$t = \frac{150 \text{ min}}{3} = 50 \text{ min}$$

04. (FESO) A Figura 1 ilustra um quadrado e um eixo coincidente com um de seus lados. Esse quadrado, ao girar em torno do eixo, produz um cilindro, conforme ilustrado na Figura 2.



A Figura 3 ilustra um trapézio isósceles e um eixo coincidente com a sua base maior. Esse trapézio, ao girar em torno do eixo, produz um sólido que pode ser descrito como a associação de:

- a) um cilindro e uma pirâmide
b) um cilindro e um cone
c) um cilindro e dois cones idênticos
d) um cilindro e dois cones distintos.
e) dois cones.

Resolução: C

Com a rotação da figura, teremos, de cima para baixo: um cone, um cilindro e um cone igual ao primeiro (visto que o trapézio é isósceles). Assim, teremos: **um cilindro e dois cones idênticos**

05. (UFMG) Em uma mineração, com o uso de esteira rolante, é formado um monte cônico de minério, cuja razão entre o raio da base e a altura se mantém constante. Se a altura do monte for aumentada em 30%, então, o aumento de volume do minério ficará mais próximo de:

- a) 60%
b) 150%
c) 90%
d) 120%

Resolução: D

Como a razão entre o raio e a altura se mantém, se a altura foi aumentada em 30%, o raio da base também será. Assim, o novo volume será de:

$$V_{\text{NOVO}} = \frac{\pi \cdot (1,3R)^2 \cdot 1,3H}{3} = (1,3)^3 \cdot \frac{\pi \cdot R^2 \cdot H}{3} = 2,197 \cdot V_{\text{INICIAL}}$$

Ou seja, como o volume foi multiplicado aproximadamente por 2,2, temos que houve um aumento de: **120%**

06. (FUVEST) Deseja-se construir um cone circular reto com 4cm de raio da base e 3cm de altura. Para isso, recorta-se, em cartolina, um setor circular para a superfície lateral e um círculo para a base. A medida do ângulo central do setor circular é:

- a) 144° b) 192° c) 240° d) 288° e) 336°

Resolução: D

Como o raio da base mede 4 cm e a altura mede 3 cm, a geratriz do cone mede 5 cm. A área lateral deste cone medirá:

$$A_{LAT} = \pi \cdot 4 \cdot 5 = 20\pi \text{ cm}^2$$

Esta área está para o ângulo central pedido assim como a área de um círculo de raio 5 cm está para 360° . Desta forma:

$$\pi \cdot 5^2 \cdot x = 20\pi \cdot 360 \rightarrow 25x = 7200 \rightarrow x = 288^\circ$$

07. (FUVEST) Um pedaço de cartolina possui a forma de um semicírculo de raio 20 cm. Com essa cartolina um menino constrói um chapéu cônico e o coloca com a base apoiada sobre uma mesa. Qual a distância do bico do chapéu à mesa?

- a) $10\sqrt{3}$ cm d) 20 cm
b) $3\sqrt{10}$ cm e) 10 cm
c) $20\sqrt{2}$ cm

Resolução: A

A área deste semicírculo será de:

$$A = \frac{\pi \cdot 20^2}{2} = 200\pi \text{ cm}^2$$

Essa área será a área lateral do cone, que terá geratriz de 20 cm:

$$200\pi = \pi \cdot R \cdot 20 \rightarrow R = 10 \text{ cm}$$

Utilizando o Teorema de Pitágoras, teremos:

$$20^2 = 10^2 + H^2 \quad 400 = 100 + H^2 \rightarrow H^2 = 300 \rightarrow H = 10\sqrt{3} \text{ cm}$$

08. (UFV) Um chapéu, no formato de um cone circular reto, é feito de uma folha circular de raio 30 cm, recortando-se um setor circular de ângulo $\theta = 2\pi/3$ radianos e juntando os lados. A área da base do chapéu, em cm^2 , é:

- a) 140π b) 110π c) 130π d) 100π e) 120π

Resolução: D

Calcularemos a área do setor:

$$A_{SETOR} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 30^2 = 300\pi \text{ cm}^2$$

O cone terá geratriz igual 30 cm e a sua área lateral será igual à área do setor calculado. Assim:

$$\pi \cdot R \cdot 30 = 300\pi \rightarrow R = 10 \text{ cm}$$

A área da base deste cone será de:

$$A_{BASE} = \pi \cdot 10^2 = 100\pi \text{ cm}^2$$

ANOTAÇÕES