

चक्रवृद्धि ब्याज (Compound Interest)

जब ऋण लेने वाला एक व्यक्ति एक निश्चित समय पर ब्याज की राशि नहीं चुका पाता है तो यह ब्याज की राशि मूलधन में जोड़ दी जाती है तथा इस पर फिर से ब्याज अगली अवधि के लिए लगाया जाता है अर्थात् पहली अवधि का मिश्रधन अगली अवधि के लिए मूलधन बन जाता है। इस प्रकार अंत में प्राप्त मिश्रधन, चक्रवृद्धि मिश्रधन कहलाता है। चक्रवृद्धि मिश्रधन और मूलधन का अंतर **चक्रवृद्धि ब्याज** कहलाता है।

इस प्रकार चक्रवृद्धि ब्याज को ब्याज पर ब्याज कहना श्रेयस्कर है। चक्रवृद्धि ब्याज का परिकलन करते समय ब्याज नियत समय के उपरान्त मूलधन में जुड़ जाता है। वह नियत समय वार्षिक, अर्द्धवार्षिक या त्रैमासिक या मासिक हो सकता है। प्रत्येक अवधि के बाद ब्याज मूलधन में जुड़ कर दूसरी अवधि का नया मूलधन बन जाता है, यही क्रिया नियत समय तक चलती रहती है।

अब इस तरह समझें

यदि 100 रु. को 10% वार्षिक की दर से 3 वर्ष के लिए चक्रवृद्धि ब्याज पर उधार दिया जाए तो 3 वर्ष के अंत में देय रकम इस प्रकार निकाली जाएगी।

प्रथम वर्ष के अंत में मिश्रधन = $100 + 100$ रु. पर

10% की दर से ब्याज = $100 + 10 = 110$ रु.

द्वितीय वर्ष के अंत में मिश्रधन = $110 + 110$ रु. पर

10% की दर से ब्याज = $110 + 11 = 121$ रु.

तृतीय वर्ष के अंत में मिश्रधन = $121 + 121$ रु. पर

10% की दर से ब्याज = $121 + 12.10 = 133.10$ रु.

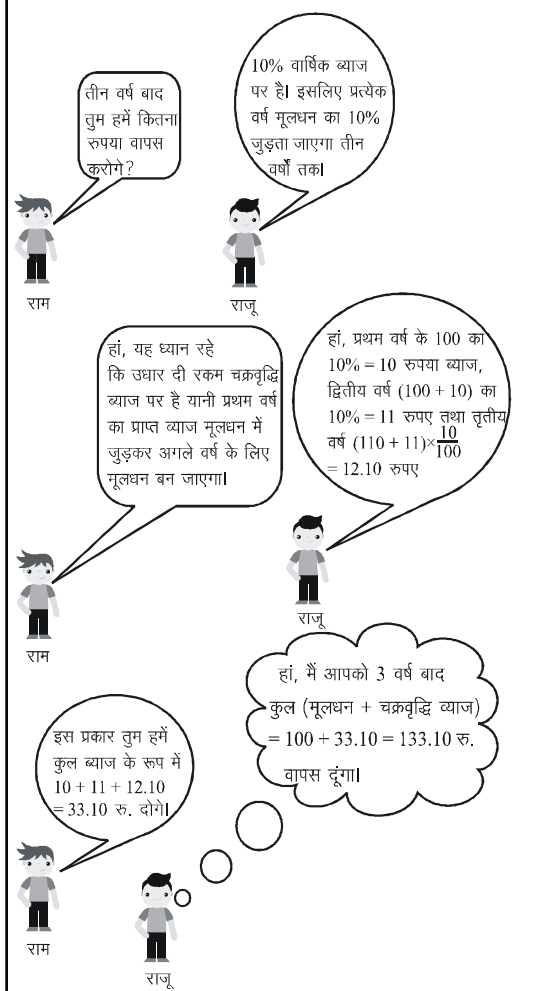
साधारण ब्याज पर यह राशि 130 रु. होती है।

अतः स्पष्ट है कि चक्रवृद्धि ब्याज का अर्थ है-ब्याज पर

ब्याज।

चित्रात्मक प्रस्तुति

मान लीजिए राम, राजू को 100 रु. 10% वार्षिक दर से 3 वर्ष के लिए चक्रवृद्धि ब्याज पर उधार दिया है तो राजू 3 वर्ष बाद राम को कितने रुपया वापस क्रिया?



□ चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करने की विधियाँ

1000 रु. 10% वार्षिक की दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज इस प्रकार ज्ञात करेंगे-



सामान्य विधि

इस विधि में प्रतिवर्ष ब्याज निकालकर उसे मूलधन में जोड़कर उससे अगले वर्ष का मूलधन ज्ञात कर लिया जाता है, जैसे उपर्युक्त प्रश्न का हल देखें-

प्रथम वर्ष के अंत में मिश्रधन = 1000 + 1000 का

$$10\% = 1000 + 100 = 1100 \text{ रु.}$$

द्वितीय वर्ष के अंत में मिश्रधन = 1100 + 1100 का

$$10\% = 1100 + 110 = 1210 \text{ रु.}$$

तृतीय वर्ष के अंत में मिश्रधन = 1210 + 1210 का

$$10\% = 1210 + 121 = 1331 \text{ रु.}$$

अतः चक्रवृद्धि ब्याज = मिश्रधन - मूलधन

$$= 1331 - 1000 = 331 \text{ रु.}$$

⇒ उत्तर



सूत्र विधि

इस विधि द्वारा सूत्रानुसार निश्चित समय पर निश्चित दर से किसी धन का मिश्रधन ज्ञात करते हैं, चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करने के लिए इस मिश्रधन में से मूलधन घटा दिया जाता है।

सूत्र इस प्रकार है-

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$\text{अब उपर्युक्त प्रश्न से मिश्रधन} = 1000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3$$

$$= 1000 \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}$$

$$= 1331 \text{ रु.}$$

अतः चक्रवृद्धि ब्याज = मिश्रधन - मूलधन

$$= 1331 - 1000 = 331 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



भिन्न का नियम

100 में ब्याज दर प्रतिशत जोड़कर भिन्न हेतु गणना के अंक बनाते हैं = 100 एवं 100 + 10
= 100 एवं 110

अब मिश्रधन ज्ञात करने के लिए मूलधन में $\frac{110}{100}$ से 3 बार

गुणा करेंगे क्योंकि मिश्रधन ज्यादा है।

(यदि हमें मूलधन ज्ञात करना होता तो मिश्रधन में $\frac{100}{110}$ से तीन बार गुणा करते)

अतः उपर्युक्त प्रश्न से

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}$$

$$= 1000 \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}$$

$$= 1331 \text{ रु.}$$

अतः चक्रवृद्धि ब्याज = 1331 - 1000 = 331 रु.

⇒ उत्तर



गुणा भाग विधि

$$\text{मूलधन} \times \text{प्रथम वर्ष} \times \text{द्वितीय वर्ष} \times \text{तृतीय वर्ष} = \text{मिश्रधन}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1000 & \times & 1.1 & \times & 1.1 & \times & 1.1 = 1331 \text{ रु.} \end{array}$$

अतः चक्रवृद्धि ब्याज = 1331 - 1000 = 331 रु.

भिन्न का नियम तब अत्यधिक लाभदायक सिद्ध होता है,

जब विभिन्न वर्षों में ब्याज की दरें अलग-अलग हों, जैसे

निम्न प्रश्न देखें-



प्रश्न- 8000 रु. का 3 वर्षों का चक्रवृद्धि ब्याज कितना होगा, यदि प्रथम वर्ष 15%, द्वितीय वर्ष 10% तथा तृतीय वर्ष 5% की दर से ब्याज लगाया जाए?



हल : भिन्न के नियम से

भिन्न के अंक होंगे = 100 एवं (100 + 15), 100 एवं (100 + 10) तथा 100 एवं (100 + 5)

अर्थात् 100 एवं 115, 100 एवं 110 तथा 100 एवं 105

8000 रु. का 3 वर्षों बाद मिश्रधन होगा

$$= 8000 \times \frac{115}{100} \times \frac{110}{100} \times \frac{105}{100}$$

$$= 10626 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{चक्रवृद्धि ब्याज} = 10626 - 8000 = 2626 \text{ रु.}$$

⇒ उत्तर

मूलधन ज्ञात करना

प्रश्न : किस धन का 10% वार्षिक ब्याज की दर से 3 वर्ष में मिश्रधन 13310 रु. हो जाएगा?



हल : सूत्र विधि

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$13310 = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3$$

$$13310 = \text{मूलधन} \left(\frac{110}{100}\right)^3$$

$$13310 = \text{मूलधन} \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}$$

$$\therefore \text{मूलधन} = 13310 \times \frac{100}{110} \times \frac{100}{110} \times \frac{100}{110}$$

$$= 10000 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



भिन्न का नियम

गणना के लिए भिन्न के अंक होंगे = 100 एवं 100 + 10 = 110 एवं 110 ज्ञात की जाने वाली राशि (मूलधन) कम है। अतः ऐसी भिन्न से गुणा करना है, जिसका मान 1 से कम हो अर्थात्

$$\text{मूलधन} = \text{मिश्रधन} \times \frac{100}{110} \times \frac{100}{110} \times \frac{100}{110}$$

$$= 13310 \times \frac{100}{110} \times \frac{100}{110} \times \frac{100}{110} = 10000 \text{ रु.}$$

⇒ उत्तर



समय ज्ञात करना



प्रश्न : 10000 रु. कितने वर्षों में 10% प्रतिवर्ष की दर से 13310 रु. हो जाएगा?



हल : सूत्र विधि

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$13310 = 10000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$\frac{13310}{10000} = \left(\frac{110}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$\frac{1331}{1000} = \left(\frac{11}{10}\right)^{\text{समय}}$$

$$\left(\frac{11}{10}\right)^3 = \left(\frac{11}{10}\right)^{\text{समय}}$$

[घातों की तुलना करने पर]

$$\text{समय} = 3 \text{ वर्ष}$$



भिन्न के नियम से

$$\begin{aligned}\text{भिन्न के अंक होंगे} &= 100 \text{ एवं } 100 + 10 \\ &= 100 \text{ एवं } 110\end{aligned}$$

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \times \left(\frac{110}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$13310 = 10000 \times \left(\frac{11}{10}\right)^{\text{समय}}$$

$$\left(\frac{13310}{10000}\right) = \left(\frac{11}{10}\right)^{\text{समय}}$$

$$\left(\frac{11}{10}\right)^3 = \left(\frac{11}{10}\right)^{\text{समय}}$$

घातों की तुलना करने पर

अतः समय = 3 वर्ष $\Rightarrow$ उत्तर

□ गुना पर आधारित चक्रवृद्धि ब्याज के प्रश्न

देखें-



प्रश्न : एक धन किसी दर पर चक्रवृद्धि ब्याज से 4 वर्ष में दोगुना हो जाता है। उसी दर पर यह धन कितने वर्षों में 8 गुना हो जाएगा?



हल : सामान्य समझ पर

प्रश्नानुसार

1 रु. 4 वर्षों में 2 रु. हो जाएगा। यह 2 रु. अगले 4 वर्षों में 4 रु. तथा यह 4 रु. पुनः 4 वर्षों में 8 रु. हो जाएगा। इस प्रकार 1 रु. को 8 रु. हेतु में कुल $(4+4+4) = 12$ वर्ष लगेंगे।

चक्रवृद्धि ब्याज के इस प्रकार के प्रश्नों में सदैव 2 के गुणक में वृद्धि होती है।

जैसे $2 \times 2 = 4$ गुना या $2 \times 2 \times 2 = 8$ गुना।

प्रश्न में जितना गुना दिया हो उसमें जितने 2 हों उससे

दिए गए वर्षों में गुणा करके वर्षों की संख्या ज्ञात की जा सकती है।

प्रश्न इस प्रकार भी आ सकता है- किसी धन को 4 गुना होने में 4 वर्ष लगते हैं, तो उस धन को 16 गुना होने में कितने वर्ष लगेंगे?

$16 \text{ गुना} = 4 \times 4$ (16 को 4 के गुणक में विभाजित करेंगे क्योंकि प्रश्न में धन को 4 गुना होने की बात कही गई है)

एक और प्रश्न देखें



प्रश्न : कोई धन चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 4 वर्ष में दोगुना हो जाता है। इसी दर से वह 16 गुना कितने वर्षों में होगा?



हल : परंपरागत विधि

माना धन P है

4 वर्षों में चक्रवृद्धि मिश्रधन = 2P

[क्योंकि वह धन 4 वर्ष में दोगुना हो जाता है।]

$$\therefore \text{सूत्र से चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$2P = P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^4 \quad (\text{यहां दर} = r \text{ है})$$

$$2 = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^4 \quad \dots\dots\dots(1)$$

माना इसी दर r पर वह धन n वर्षों में 16 गुना हो जाएगा।

$\therefore$ n वर्षों में चक्रवृद्धि मिश्रधन = 16P

$$\therefore \text{सूत्र-चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$16P = P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$16 = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{\text{समय}} \quad (\text{यहां दर} = r \text{ है})$$

$$2^4 = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$\left[\left(1 + \frac{r}{100} \right)^4 \right]^4 = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^{\text{समय}}$$

[समीकरण (i) से $2 = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^4$ रखा गया है]

$$\left(1 + \frac{r}{100} \right)^{16} = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^{\text{समय}}$$

समय = 16 वर्ष $\Rightarrow$ उत्तर

[बाएं पक्ष में घातक के सूत्र $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ का प्रयोग किया गया तथा घातों की तुलना करने पर]



सामान्य समझ पर

प्रश्नानुसार 1 रु. 4 वर्षों में 2 रु. हो जाएगा, यह 2 रु. अगले 4 वर्षों में 4 रु. हो जाएगा, यह 4 रु. अगले 4 वर्षों में 8 रु. हो जाएगा।

यह 8 रु. अगले 4 वर्षों में 16 रु. हो जाएगा।

इस प्रकार 1 रु. को 16 रु. (16 गुना) होने में कुल $4 + 4 + 4 + 4 = 16$ वर्ष लगेंगे।

अतः कोई धन चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 4 वर्ष में दोगुना हो जाता है। इसी दर से वह 16 गुना 16 वर्षों में होगा।

एक और प्रश्न देखें



प्रश्न : कोई धन चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 4 वर्ष में तिगुना हो जाता है, तो बताइए कि उसी दर से कितने वर्ष में वह 9 गुना हो जाएगा?



हल : परंपरागत विधि

माना धन P और चक्रवृद्धि ब्याज की दर $r\%$ है।

$\therefore$ 4 वर्ष में चक्रवृद्धि मिश्रधन = $3P$

[क्योंकि वह धन 4 वर्ष में अपने का तिगुना हो जाता है]

$$\text{सूत्र-चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{\text{समय}}$$

$$3P = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^{\text{समय}}$$

$$3 = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^4$$

$$3^{\frac{1}{4}} = \left(1 + \frac{r}{100} \right) \dots\dots(i)$$

[जब कोई घात दूसरे पक्ष में स्थानांतरित होती है, तब वह अपने का व्युत्क्रम हो जाती है। अतः घात 4 का व्युत्क्रम

$\frac{1}{4}$ हो गया है]

अब माना वह धन n वर्षों में अपने का 9 गुना हो जाता है अर्थात् मिश्रधन = $9P$

अब सूत्र से

$$9P = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$$

$$9 = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$$

$$3^2 = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$$

$$= 3^{8 \times \frac{1}{4}}$$

$$= \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$$

$$[यहां $3^2 = 3^{8 \times \frac{1}{4}}$ लिखा गया]$$

$$\left(1 + \frac{r}{100} \right)^8 = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$$

$$[समीकरण (i) से $3^{\frac{1}{4}} = \left(1 + \frac{r}{100} \right)$ लिखा गया]$$

$n = 8$ वर्ष $\Rightarrow$ उत्तर

[दोनों पक्षों का आधार बराबर है। अतः घातों भी बराबर होंगी]



सामान्य समझ पर

प्रश्नानुसार, 1 रु. 4 वर्षों में 3 रु. हो जाएगा, यह 3 रु. अगले 4 वर्षों में 9 रु. हो जाएगा। इस प्रकार 1 रु. को 9 रु. (9 गुना) होने में कुल $4 + 4 = 8$ वर्ष लगेंगे $\Rightarrow$ उत्तर

अब देखें भिन्न-भिन्न ब्याज दरों पर मिश्रधन

यदि पहले, दूसरे एवं तीसरे वर्ष के लिए ब्याज की दर क्रमशः $r_1\%$, $r_2\%$ एवं $r_3\%$ हों, तो

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूल} \left(1 + \frac{r_1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{r_2}{100}\right) \times \left(1 + \frac{r_3}{100}\right)$$

उपर्युक्त सूत्रों का इस्तेमाल करते वक्त कभी-कभी गणितीय गणनाएं जटिल हो जाती हैं एवं बहुत अधिक समय लग सकता है। गणना को सरल बनाने एवं समय की बचत के लिए आपको कुछ अतिरिक्त जानकारी दी जा रही है।

प्रश्नों में अवधि के रूप में प्रायः 3 वर्षों तक का ही प्रयोग होता है। इसी तरह दर की जगह अक्सर 4%, 5% एवं 10% मिल जाएंगे।

$$\text{सूत्र है- मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

यदि मूलधन 1 रु. हो, तो पहले, दूसरे एवं तीसरे वर्ष के लिए मिश्रधन क्रमशः-

$$\left(1 + \frac{r}{100}\right), \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 \text{ एवं } \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3 \text{ होगा और}$$

ब्याज की दर क्रमशः 4%, 5% एवं 10% हो, तो ये मान होंगे-

$$4\% \text{ पर } \left(\frac{26}{25}\right), \left(\frac{26}{25}\right)^2 \text{ एवं } \left(\frac{26}{25}\right)^3$$

$$5\% \text{ पर } \left(\frac{21}{20}\right), \left(\frac{21}{20}\right)^2 \text{ एवं } \left(\frac{21}{20}\right)^3$$

$$\text{एवं } 10\% \text{ पर } \left(\frac{11}{10}\right), \left(\frac{11}{10}\right)^2 \text{ एवं } \left(\frac{11}{10}\right)^3$$

उपर्युक्त सूचनाओं को सारणी के रूप में निम्नलिखित रूप से लिखा जा सकता है-

समय	1 वर्ष	2 वर्ष	3 वर्ष
दर	$\left(1 + \frac{r}{100}\right)$	$\left(1 + \frac{r}{100}\right)^2$	$\left(1 + \frac{r}{100}\right)^3$
4%	$\frac{26}{25}$	$\left(\frac{26}{25}\right)^2 = \frac{676}{625}$	$\left(\frac{26}{25}\right)^3 = \frac{17576}{15625}$
5%	$\frac{21}{20}$	$\left(\frac{21}{20}\right)^2 = \frac{441}{400}$	$\left(\frac{21}{20}\right)^3 = \frac{9261}{8000}$
10%	$\frac{11}{10}$	$\left(\frac{11}{10}\right)^2 = \frac{121}{100}$	$\left(\frac{11}{10}\right)^3 = \frac{1331}{1000}$

उपर्युक्त सारणी के आधार पर कुछ उदाहरणार्थ

प्रश्न देखें-



प्रश्न : 6000 रु. 4% प्रतिवर्ष की दर से चक्रवृद्धि ब्याज पर उधार लिया जाता है। 2 वर्ष बाद कितनी राशि का भुगतान करना होगा ?



हल : भिन्न के नियम से

चूंकि यहां ब्याज की दर 4% प्रतिवर्ष है तथा समय दो वर्ष

है, इसलिए हमारी संबद्ध भिन्न होगी $= \frac{676}{625}$

उपर्युक्त सारणी से स्पष्ट है कि 1 रु. का 4% चक्रवृद्धि

ब्याज की दर से 2 वर्षों में $\frac{676}{625}$ रु. हो जाता है। इसलिए

$$2 \text{ वर्षों बाद } 6000 \text{ रु. का मिश्रधन} = 6000 \times \frac{676}{625}$$

$$= 6489.6 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

📖 एक और प्रश्न देखें



प्रश्न : यदि 4% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्ष का मिश्रधन 2028 रु. हो, तो ब्याज की राशि ज्ञात कीजिए।



हल : भिन्न के नियम से

चूंकि यहां ब्याज की दर 4% प्रतिवर्ष है तथा समय दो वर्ष है इसलिए हमारी संबद्ध भिन्न होगी $= \frac{676}{625}$ इसका अर्थ है 4% प्रतिवर्ष की दर से 625 रु. पर 2 वर्षों में मिश्रधन 676 रु. हो जाता है तथा चक्रवृद्धि ब्याज $= 676 - 625 = 51$ रु. होगा।
चूंकि मिश्रधन 676 रु. पर 2 वर्षों का चक्रवृद्धि ब्याज = 51 रु. है, तो मिश्रधन 2028 रु. पर 2 वर्षों का चक्रवृद्धि ब्याज

$$\text{होगा} = \frac{2028}{676} \times 51 = 3 \times 51 = 153 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

📖 एक और उदाहरणार्थ प्रश्न देखें



प्रश्न : 5% चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्ष में कौन-सी राशि 2205 रु. हो जाएगी?



हल : भिन्न के नियम से

चूंकि यहां ब्याज की दर 5% वार्षिक है तथा समय 2 वर्ष है इसलिए हमारी संबद्ध भिन्न होगी $= \frac{441}{400}$ इसका अर्थ है 5% प्रतिवर्ष की दर से मूलधन 400 रु. पर 2 वर्षों में मिश्रधन 441 रु. हो जाता है।
 $\therefore$ 441 रु. मिश्रधन 2 वर्षों में 5% प्रतिवर्ष की दर से मूलधन 400 रु. पर होता है।

$$\therefore 2205 \text{ रु. मिश्रधन होगा मूलधन} = \frac{2205}{441} \times 400 \\ = 5 \times 400 = 2000 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

📖 उपर्युक्त सारणी के आधार पर एक और प्रश्न देखें-



प्रश्न : 6000 रु. 5% चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 3 वर्ष में कितना होगा?



हल : भिन्न के नियम से

चूंकि यहां ब्याज की दर 5% प्रतिवर्ष है तथा समय 3 वर्ष है इसलिए हमारी संबद्ध भिन्न होगी $= \frac{9261}{8000}$
 $\therefore$ 8000 रु. मूलधन 5% चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 3 वर्ष में 9261 रु. हो जाता है
 $\therefore$ 6000 रु. मूलधन 5% चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 3 वर्ष में $= \frac{6000}{8000} \times 9261 = 6945.75$ रु. हो जाएगा।

$\Rightarrow$ उत्तर

📖 एक साधारण प्रश्न देखें



प्रश्न : 10% चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 3 वर्ष का मिश्रधन यदि 2662 रु. हो, तो मूलधन ज्ञात कीजिए।



हल : भिन्न के नियम से

चूंकि यहां ब्याज की दर 10% प्रतिवर्ष तथा समय 3 वर्ष है इसलिए हमारी संबद्ध भिन्न होगी $= \frac{1331}{1000}$
 $\therefore$ मिश्रधन 1331 रु. 10% चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 3 वर्षों में मूलधन 1000 रु. पर है
 $\therefore$ मिश्रधन 2662 रु. होने के लिए मूलधन होगा $= \frac{2662}{1331} \times 1000 = 2 \times 1000 = 2000 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$

📖 एक और परिवर्तित प्रश्न देखें



प्रश्न : प्रथम वर्ष 10%, द्वितीय वर्ष 20% एवं तृतीय वर्ष $x\%$ चक्रवृद्धि ब्याज की दर से यदि 12000 रु. 3 वर्षों में 19800 रु. हो जाता है, तो x का मान क्या है?



हल : भिन्न के नियम से

$$\text{प्रथम वर्ष के लिए भिन्न होगी} = \frac{110}{100}$$

$$\text{द्वितीय वर्ष के लिए भिन्न होगी} = \frac{120}{100}$$

$$\text{एवं तृतीय वर्ष के लिए भिन्न होगी} = \left(\frac{100+x}{100}\right)$$

अब प्रश्नानुसार,

$$12000 \times \frac{110}{100} \times \frac{120}{100} \times \left(\frac{100+x}{100}\right) = 19800$$

$$\frac{100+x}{100} = \frac{19800}{120 \times 11 \times 12}$$

$$100+x = \frac{19800 \times 100}{120 \times 11 \times 12}$$

$$100+x = 125$$

$$x = 125 - 100$$

$$x = 25$$

अतः x का मान = 25% होगा। $\Rightarrow$ उत्तर

 चक्रवृद्धि ब्याज के कुछ सामान्य प्रश्न देखें



प्रश्न 1. कितने वर्षों में 800 रु. का मिश्रधन 5% प्रतिवर्ष

चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 882 रु. हो जाएगा?



हल : सूत्र विधि

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$882 = 800 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$\frac{882}{800} = \left(\frac{105}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$\frac{2 \times 441}{2 \times 400} = \left(\frac{21}{20}\right)^{\text{समय}}$$

$$\frac{441}{400} = \left(\frac{21}{20}\right)^{\text{समय}}$$

$$\left(\frac{21}{20}\right)^2 = \left(\frac{21}{20}\right)^{\text{समय}}$$

$$\text{समय} = 2 \text{ वर्ष} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

(आधार समान है इसलिए घातों की तुलना करने पर)



प्रश्न 2. कितने वर्षों में 8000 रु. का मिश्रधन 5% प्रति

वर्ष चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 9261 रु. हो जाएगा?



हल : सूत्र विधि

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$9261 = 8000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$\frac{9261}{8000} = \left(\frac{105}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$\left(\frac{21}{20}\right)^3 = \left(\frac{21}{20}\right)^{\text{समय}}$$

$$\text{समय} = 3 \text{ वर्ष} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

(आधार समान है, इसलिए घातों की तुलना करने पर)



प्रश्न 3. यदि कोई धनराशि चक्रवृद्धि ब्याज पर 2 वर्ष में

672 रु. तथा 3 वर्ष में 714 रु. हो जाती है, तो ब्याज

की वार्षिक दर क्या है?



हल : सूत्र विधि

माना मूलधन x रु. है।

चक्रवृद्धि मिश्रधन = मूलधन $\left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$

$$672 = x \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^2 \dots\dots\dots(i)$$

तथा $714 = x \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^3 \dots\dots\dots(ii)$

समीकरण (ii) में (i) से भाग देने पर-

$$\frac{x \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^3}{x \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^2} = \frac{714}{672}$$

$$\left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{3-2} = \frac{714}{672}$$

$$1 + \frac{\text{दर}}{100} = \frac{714}{672}$$

$$\frac{\text{दर}}{100} = \frac{714}{672} - 1$$

$$\frac{\text{दर}}{100} = \frac{714 - 672}{672}$$

$$\text{दर} = \frac{42 \times 100}{672} = \frac{100}{16} \%$$

$$\text{दर} = 6\frac{1}{4} \% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 4. 5% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से $\frac{1}{4}$ लिया गया 50440 रु. का उधार यदि 3 समान वार्षिक किश्तों में चुकाया जाना हो, तो प्रत्येक किश्त की राशि क्या होगी?



हल : सूत्र विधि

माना किश्त की राशि = a रु.

जब अंतिम वर्ष किश्त का भुगतान करके संपूर्ण ऋण का

भुगतान किया जाएगा, तो ब्याज केवल उसी किश्त पर लगा होगा परंतु उसके पहले वर्ष में उस पर लगा ही होगा। अर्थात्

$$a \left[\frac{100}{105} + \left(\frac{100}{105}\right)^2 + \left(\frac{100}{105}\right)^3 \right] = \text{मूलधन}$$

$$a \left[\frac{20}{21} + \left(\frac{20}{21}\right)^2 + \left(\frac{20}{21}\right)^3 \right] = 50440$$

$$a \left(\frac{20}{21} + \frac{400}{441} + \frac{8000}{9261} \right) = 50440$$

$$a \left(\frac{8820 + 8400 + 8000}{9261} \right) = 50440$$

$$a \times \frac{25220}{9261} = 50440$$

$$a = \frac{50440 \times 9261}{25220}$$

$$a = 2 \times 9261 = 18522 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः प्रत्येक किश्त की राशि 18522 रु. है।



प्रश्न 5. एक टेलीविजन का नकद मूल्य 4022 रु. है। एक ग्राहक ने 1500 रु. नकद दिए और शेष धन को 5% चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 3 समान किश्तों में चुकाने के लिए कहा। प्रत्येक किश्त कितने रुपये की होगी?



हल : सूत्र विधि

शेष धन = 4022 - 1500 = 2522 रु.

माना प्रत्येक किश्त की राशि a रु. है।

$$a \left[\frac{100}{105} + \left(\frac{100}{105}\right)^2 + \left(\frac{100}{105}\right)^3 \right] = 2522$$

$$a \left[\frac{20}{21} + \left(\frac{20}{21}\right)^2 + \left(\frac{20}{21}\right)^3 \right] = 2522$$

$$a \left(\frac{20}{21} + \frac{400}{441} + \frac{8000}{9261} \right) = 2522$$

$$a \left(\frac{8820 + 8400 + 8000}{9261} \right) = 2522$$

$$a \times \frac{25220}{9261} = 2522$$

$$a = \frac{2522 \times 9261}{25220}$$

$$a = \frac{9261}{10} = 926.10 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः प्रत्येक किश्त 926.10 रु. की होगी।

□ चक्रवृद्धि ब्याज के अंतर्गत उन प्रश्नों को भी रखा जा सकता है, जो चक्रवृद्धि ब्याज एवं साधारण ब्याज के संबंधों पर आधारित होते हैं। इन प्रश्नों में मुख्य रूप से 2 भागों में विभाजन किया जा सकता है-

1. 2 वर्ष के चक्रवृद्धि ब्याज एवं साधारण ब्याज के संबंधों के आधार पर बनने वाले प्रश्न।
2. 3 वर्ष के चक्रवृद्धि ब्याज एवं साधारण ब्याज के संबंधों के आधार पर बनने वाले प्रश्न।

⇒ सर्वप्रथम 2 वर्ष के चक्रवृद्धि ब्याज एवं साधारण ब्याज के संबंधों पर आधारित प्रश्न देखें-



प्रश्न 1. 2 वर्ष के साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज में 5% की दर से अंतर 25 रु. हो, तो धनराशि ज्ञात कीजिए।



हल : सूत्र विधि

5% की दर से 2 वर्ष का साधारण ब्याज होगा-

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$\text{तथा चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मू.} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{\text{समय}} - \text{मू.}$$

चक्रवृद्धि ब्याज - साधारण ब्याज =

$$\text{मू.} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{\text{समय}} - \text{मू.} - \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$= \text{मू.} \left[\left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{\text{समय}} - \frac{\text{समय} \times \text{दर}}{100} - 1 \right]$$

$$= \text{मू.} \left[\left(\frac{100 + \text{दर}}{100} \right)^2 - \frac{\text{समय} \times \text{दर}}{100} - 1 \right]$$

$$= \text{मू.} \left[\frac{(100)^2 + (\text{दर})^2 + 2 \times 100 \times \text{दर}}{(100)^2} - \frac{2 \times \text{दर}}{100} - 1 \right]$$

[क्योंकि समय = 2 वर्ष]

$$= \text{मू.} \left[\frac{(100)^2 + (\text{दर})^2 + 2 \times 100 \times \text{दर} - 100 \times 2 \times \text{दर} - (100)^2}{(100)^2} \right]$$

$$= \text{मूलधन} \times \frac{(\text{दर})^2}{(100)^2}$$

$$\therefore \text{चक्रवृद्धि ब्याज} - \text{साधारण ब्याज} = \text{मूलधन} \left(\frac{\text{दर}}{100} \right)^2$$

.....यही सूत्र है।

नोट- इस प्रकार साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज के दो वर्षों के अंतर पर आधारित प्रश्नों को इसी सूत्र द्वारा हल किया जा सकता है।

अब उपर्युक्त प्रश्न का हल देखें-



सूत्र विधि

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} - \text{साधारण ब्याज} = \text{मूलधन} \times \left(\frac{\text{दर}}{100} \right)^2$$

प्रश्नानुसार,

$$25 = \text{मूलधन} \times \left(\frac{5}{100} \right)^2$$

$$25 = \text{मूलधन} \times \left(\frac{1}{20} \right)^2$$

$$\text{मूलधन} = 25 \times 20 \times 20 = 10000 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

उपर्युक्त प्रश्न को सामान्य समझ पर भी आसानी से अति न्यून समय में हल किया जा सकता है। **देखें-**



सामान्य समझ पर

2 वर्ष में साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज का अंतर क्या है? इस पर विचार करें-

चक्रवृद्धि ब्याज की दशा में दूसरे वर्ष प्रथम वर्ष के ब्याज पर भी ब्याज लगता है। यही ब्याज 2 वर्षों में चक्रवृद्धि ब्याज एवं साधारण ब्याज का अंतर होता है। स्पष्ट है कि 25 रु., 5% की से दर एक वर्ष का ब्याज पर ब्याज है।

अर्थात् 1 वर्ष के साधारण ब्याज का 5% = 25 रु.

$$1\% = \frac{25}{5} = 5 \text{ रु.}$$

$$\therefore 100\% = 5 \times 100 = 500 \text{ रु.}$$

अब यह 500 रु., मूलधन का 5% है

$$\therefore \text{मूलधन का } 5\% = 500 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{मूलधन या मूलधन का } 100\% = \frac{500}{5} \times 100$$

$$= 10000 \text{ रु. होगा।} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

उपर्युक्त प्रश्न को इस प्रकार भी हल कर सकते हैं।



देखें-

माना मूलधन 100 रु. है।

तब मूलधन 100 रु. का 5% वार्षिक दर से

	प्रथम वर्ष	द्वितीय वर्ष	दो वर्षों में प्राप्त
सा. ब्याज	= 5 रु.	5 रु.	= 10 रु.
च. ब्याज	= 5 रु.	5.25 रु.	= 10.25 रु.

चक्रवृद्धि एवं साधारण ब्याज का अंतर = 0.25 रु.

$\therefore$ चक्रवृद्धि ब्याज एवं साधारण ब्याज का अंतर 0.25 रु.

का है तो मूलधन है = 100 रु.

$\therefore$ दोनों ब्याजों का अंतर 25 रु. होगा तो मूलधन होगा

$$= \frac{25}{.25} \times 100$$

$$= 100 \times 100 = 10000 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 2. 600 रु. का 2 वर्ष का 5% की दर से चक्रवृद्धि एवं साधारण ब्याज में अंतर कितना होगा?

हल : सूत्र विधि

$$\text{च. ब्याज} - \text{सा. ब्याज} = \text{मूलधन} \times \left(\frac{\text{दर}}{100} \right)^2$$

$$= 600 \times \left(\frac{5}{100} \right)^2$$

$$= 600 \times \frac{1}{20} \times \frac{1}{20}$$

$$= \frac{600}{400} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ रु.}$$

$\Rightarrow$ उत्तर



सामान्य समझ पर

मूलधन 600 रु. का एक वर्ष का 5% की दर से साधारण

$$\text{ब्याज होगा} = \frac{600 \times 5 \times 1}{100} = 30 \text{ रु.}$$

अगले वर्ष साधारण ब्याज की दशा में तो 30 रु. ही लिया जाएगा परंतु चक्रवृद्धि ब्याज की दशा में 30 रु. के साथ-साथ 30 रु. पर भी 5% की दर से लिया जाएगा। अतः

$$\text{इसी 30 रु. का 5\% अर्थात् } 30 \times \frac{5}{100} = 1.5 \text{ रु. दोनों}$$

ब्याजों का अंतर होगा। $\Rightarrow$ उत्तर



इस प्रकार भी हल कर सकते हैं। देखें-

माना मूलधन 100 रु. है।

	प्रथम वर्ष	द्वितीय वर्ष	कुल प्राप्त ब्याज
सा. ब्याज =	5 रु.	5 रु.	= 10 रु.
च. ब्याज =	5 रु.	5.25 रु.	= 10.25 रु.

चक्रवृद्धि ब्याज एवं साधारण ब्याज का अंतर = 0.25 रु.

चूँकि मूलधन 100 रु. है, तो दोनों ब्याजों का अंतर है = 0.25

∴ मूलधन 600 रु. होगा तो दोनों ब्याजों का अंतर होगा =

$$\frac{600}{100} \times 0.25 = 1.5 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 3. किसी राशि का 2 वर्ष का साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज क्रमशः 40 रु. एवं 40.80 रु. है। राशि तथा प्रतिशत दर क्या है?



हल : सूत्र विधि

$$\begin{aligned} \text{दर} &= \frac{2 \times \text{दोनों ब्याजों का अंतर}}{\text{साधारण ब्याज}} \times 100 \\ &= \frac{2 \times 0.80}{40} \times 100 = 4\% \end{aligned}$$

(दोनों ब्याजों का अंतर = 40.80 - 40 = 0.80 रु.)

$$\text{दोनों ब्याजों का अंतर} = \text{मूलधन} \times \left(\frac{\text{दर}}{100}\right)^2$$

$$40.80 - 40 = \text{मूलधन} \times \left(\frac{4}{100}\right)^2$$

$$\text{मूलधन} = 0.80 \times 25 \times 25 = 500 \text{ रु.}$$

अतः राशि = 500 रु. तथा दर = 4% है।

⇒ उत्तर



सामान्य समझ पर

2 वर्ष का साधारण ब्याज 40 रु. है।

अतः स्पष्ट है कि 1 वर्ष का साधारण ब्याज 20 रु. होगा इसी 20 रु. पर ब्याज 0.80 रु. (40.80 - 40.0) है क्योंकि चक्रवृद्धि ब्याज में साधारण ब्याज पर भी साधारण ब्याज लगाया जाता है।

∴ 20 रु. पर ब्याज = 0.80 रु.

$$\begin{aligned} \therefore 100 \text{ रु. पर प्रतिशत ब्याज} &= \frac{100}{20} \times 0.80 \\ &= 4\% \end{aligned}$$

अब दर = 4%, समय = 2 वर्ष तथा ब्याज = 40 है

$$\text{तो मूलधन} = \frac{40 \times 100}{4 \times 2} = 500 \text{ रु. होगा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 4. किसी राशि का 10% वार्षिक दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज 63 रु. हो, तो साधारण ब्याज क्या होगा?



हल : सूत्र विधि

$$\begin{aligned} \text{सा. ब्याज} &= \frac{\text{दर} \times \text{समय}}{100 \left[\left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}} - 1 \right]} \times \text{चक्रवृद्धि ब्याज} \\ &= \frac{10 \times 2}{100 \left[\left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 - 1 \right]} \times 63 \\ &= \frac{10 \times 2}{100 \left[\left(\frac{11}{10} \times \frac{11}{10}\right) - 1 \right]} \times 63 \\ &= \frac{20 \times 63}{100 \left(\frac{121}{100} - 100 \right)} \end{aligned}$$

$$= \frac{20 \times 63}{100 \times (121 - 100)}$$

$$= \frac{20 \times 63}{100}$$

$$= \frac{20 \times 63}{21} = 20 \times 3$$

$$= 60 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सामान्य समझ पर

माना मूलधन = 100 रु. है।

	प्रथम वर्ष	द्वितीय वर्ष	कुल प्राप्त ब्याज
सा. ब्याज =	10	10	= 20 रु.
च. ब्याज =	10	11	= 21 रु.

∴ जब चक्रवृद्धि ब्याज 21 रु. होगा, तब साधारण ब्याज = 20 रु.

∴ जब चक्रवृद्धि ब्याज 63 रु. होगा, तब साधारण ब्याज =

$$\frac{63}{21} \times 20 = 60 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 5. किसी धन का 10% वार्षिक दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज की दर से मिश्रधन 363 रु. है, तो मूलधन क्या होगा?



हल : सूत्र विधि

$$\text{मूलधन} = \frac{\text{मिश्रधन}}{\left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^2}$$

$$= \frac{363}{\left(1 + \frac{10}{100}\right)^2} = \frac{363}{\left(\frac{11}{10}\right)^2}$$

$$= \frac{363 \times 100}{121} = 300 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सामान्य समझ के आधार पर

माना मूलधन = 100 रु.

	प्रथम वर्ष	द्वितीय वर्ष	मिश्रधन
	↓	↓	↓
सा. ब्याज =	10	10	= 100+10+10=120
च. ब्याज =	10	11	= 100+10+11=121
∴ जब मिश्रधन 121 रु. है, तब मूलधन = 100 रु.			
∴ जब मिश्रधन 363 रु. होगा,			

$$\text{तब मूलधन} = \frac{363}{121} \times 100$$

$$= 300 \text{ रु. होगा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

⇒ अब 3 वर्ष के साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज के संबंधों पर आधारित प्रश्न देखें



प्रश्न 1. किस मूलधन का 3 वर्ष का 5% वार्षिक की दर से चक्रवृद्धि ब्याज एवं सरल ब्याज का अंतर 122 रु. होगा?



हल : सूत्र विधि

$$\text{मूलधन} = \frac{\text{अंतर} \times (100)^3}{\text{दर}^2 (300 + \text{दर})}$$

$$= \frac{122 \times 100 \times 100 \times 100}{5 \times 5 (300 + 5)}$$

$$= 16000 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सामान्य समझ पर

माना मूलधन = 100 रु.

	प्रथम वर्ष	द्वितीय वर्ष	तृतीय वर्ष	प्राप्त ब्याज
	↓	↓	↓	↓
सा. ब्याज =	5	5	5	= 15 रु.
च. ब्याज =	5	5.25	5.5125	= 15.7625 रु.

चक्रवृद्धि ब्याज एवं साधारण ब्याज का अंतर = 0.7625 रु.

∴ चक्रवृद्धि एवं साधारण ब्याज का अंतर 0.7625 रु. है, तो
मूलधन = 100 रु. है

∴ चक्रवृद्धि एवं साधारण ब्याज का अंतर 122 रु. होगा, तो

$$\begin{aligned}\text{मूलधन} &= \frac{122}{0.7625} \times 100 \\ &= \frac{122}{7625} \times 100 \times 10000\end{aligned}$$

$$= 1.6 \times 10000 = 16000 \text{ रु. होगा} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 2. किसी धन का 5% की दर से 3 वर्षों का साधारण ब्याज 150 रु. है, तो इसी धन पर इसी दर से 3 वर्षों का चक्रवृद्धि ब्याज कितना होगा?



हल : सूत्र विधि

$$\text{सा. ब्याज} = \frac{\text{दर} \times \text{समय}}{100 \left[\left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{\text{समय}} - 1 \right]} \times \text{च. ब्याज}$$

$$\text{च. ब्याज} = \frac{\text{साधारण ब्याज} \times 100 \left[\left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{\text{समय}} - 1 \right]}{\text{दर} \times \text{समय}}$$

$$= \frac{150 \times \left[100 \left\{ \left(1 + \frac{5}{100} \right)^3 - 1 \right\} \right]}{5 \times 3}$$

$$= 10 \times \left[100 \left\{ \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} - 1 \right\} \right]$$

$$= 10 \times \left[100 \left(\frac{9261 - 8000}{8000} \right) \right]$$

$$= 10 \times \frac{1261}{80}$$

$$= 157.625 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सामान्य समझ पर

माना मूलधन = 100 रु.

	प्रथम वर्ष	द्वितीय वर्ष	तृतीय वर्ष	प्राप्त ब्याज
	↓	↓	↓	↓
= सा. ब्याज	5	5	5	= 15 रु.
= च. ब्याज	5 रु.	5.25 रु.	5.5125 रु.	= 15.7625 रु.

∴ साधारण ब्याज 15 रु. है, तो चक्रवृद्धि ब्याज = 15.7625 रु.

∴ साधारण ब्याज 150 रु. हो, तो चक्रवृद्धि ब्याज

$$\text{होगा} = \frac{150}{15} \times 15.7625$$

$$= 10 \times 15.7625$$

$$= 157.625 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

☞ जब दो तथा तीन वर्षों का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात हो, तो मूलधन एवं दर ज्ञात करना देखें-

☞ एक उदाहरणार्थ प्रश्न



प्रश्न : एक धन चक्रवृद्धि ब्याज पर 2 वर्ष में बढ़कर 4840 रु. हो जाता है तथा 3 वर्ष में 5324 रु. हो जाता है, तो दर ज्ञात करें।



हल : सूत्र विधि

$$\left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{\text{समयों का अंतर}} = \frac{\text{दूसरा चक्रवृद्धि ब्याज}}{\text{पहला चक्रवृद्धि ब्याज}}$$

$$\left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{3-2} = \frac{5324}{4840}$$

$$1 + \frac{\text{दर}}{100} = \frac{1331}{1210} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{\text{दर}}{100} = \frac{11}{10} - 1 = \frac{11-10}{10}$$

$$\frac{\text{दर}}{100} = \frac{1}{10}$$

$$\text{दर} = \frac{1}{10} \times 100 = 10\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सामान्य समझ पर

प्रश्न से स्पष्ट है कि 1 वर्ष का ब्याज = $5324 - 4840 = 484$ रु. है

$$\begin{aligned} \text{दर} &= \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{जिस ब्याज पर 1 वर्ष का ब्याज लगा है} \times \text{समय}} \\ &= \frac{484 \times 100}{4840 \times 1} = 10\% \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$

- ☞ तीन वर्षों के चक्रवृद्धि ब्याज एवं साधारण ब्याज का अंतर (Δ_3) तथा दो वर्षों के चक्रवृद्धि ब्याज एवं साधारण ब्याज का अंतर (Δ_2) है, तो दर निकालने का सूत्र होगा-

$$(\Delta_3) = \Delta_2 \left(\frac{300+r}{100} \right)$$

☞ एक उदाहरणार्थ प्रश्न देखें-



प्रश्न- किसी राशि को चक्रवृद्धि ब्याज तथा साधारण ब्याज की किसी खास दर से लगाया जाता है तथा ऐसा पाया जाता है कि तीन वर्षों के चक्रवृद्धि ब्याज तथा साधारण ब्याज का अंतर दो वर्षों के चक्रवृद्धि ब्याज तथा साधारण ब्याज के अंतर का 3.15 गुना है। प्रतिशत दर ज्ञात करें।



हल : सूत्र विधि

उपर्युक्त सूत्र से

$$\Delta_3 = \Delta_2 \left(\frac{300+r}{100} \right) \quad \dots\dots (i)$$

प्रश्नानुसार,

$$\Delta_3 = \Delta_2 (3.15) \quad \dots\dots (ii)$$

समीकरण (i) एवं (ii) की तुलना करने पर

$$\frac{300+r}{100} = 3.15$$

$$300+r = 3.15 \times 100$$

$$r = 315 - 300 = 15\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

उदाहरणार्थ प्रश्न



प्रश्न 1. 5000 रु. का 10% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन ज्ञात कीजिए।

हल : सूत्र विधि

$$\begin{aligned} \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} &= \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{\text{समय}} \\ &= 5000 \left(1 + \frac{10}{100} \right)^2 \\ &= 5000 \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100} \\ &= 5000 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \\ &= 6050 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



भिन्न के नियम से

100 में ब्याज दर प्रतिशत जोड़कर भिन्न हेतु गणना के अंक बनाते हैं = 100 एवं 100 + 10
= 100 एवं 110

अब मिश्रधन ज्ञात करने के लिए मूलधन में $\frac{110}{100}$ से

2 बार गुणा करेंगे क्योंकि मिश्रधन ज्यादा है

$$\begin{aligned} \text{अतः मिश्रधन} &= \text{मूलधन} \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100} \\ &= 5000 \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100} \\ &= 6050 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



गुणा-भाग विधि

मूलधन $\times$ प्रथम वर्ष $\times$ द्वितीय वर्ष = मिश्रधन

$$5000 \times 1.1 \times 1.1 = 6050 \text{ रु.}$$

[प्रथम वर्ष मूलधन पर 10% वृद्धि है अर्थात् मूलधन का

$$\frac{110}{100} = \text{मूलधन} \times 1.1 \text{ तथा द्वितीय वर्ष में मूलधन} \times 1.1$$

पर 10% की वृद्धि है अर्थात् मिश्रधन = मूलधन $\times 1.1 \times 1.1$ होगा]



प्रश्न 2. 8000 रु. 5% वार्षिक दर पर 3 वर्ष के लिए दिए गए अवधि के अंत में चक्रवृद्धि ब्याज के कितने रुपये प्राप्त होंगे?



हल : सूत्र विधि

$$\begin{aligned}
\text{चक्रवृद्धि ब्याज} &= \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}} - \text{मूलधन} \\
&= 8000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 - 8000 \\
&= 8000 \times \frac{105}{100} \times \frac{105}{100} \times \frac{105}{100} - 8000 \\
&= 8000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} - 8000 \\
&= 9261 - 8000 = 1261 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}
\end{aligned}$$



भिन्न के नियम से

गणना के लिए भिन्न के अंक होंगे = 100 एवं 100 + 5
= 100 एवं 105

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = 8000 \times \frac{105}{100} \times \frac{105}{100} \times \frac{105}{100}$$

$$\begin{aligned}
&= 8000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \\
&= 9261 \text{ रु.}
\end{aligned}$$

अतः चक्रवृद्धि ब्याज = मिश्रधन - मूलधन

$$= 9261 - 8000 = 1261 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 3. यदि किसी धन का 4% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्ष का ब्याज 204 रु. हो, तो वह धन क्या होगा?



हल : सूत्र विधि

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मूलधन} \left[\left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}} - 1 \right]$$

$$204 = \text{मूलधन} \left[\left(1 + \frac{4}{100}\right)^2 - 1 \right]$$

$$204 = \text{मूलधन} \left[\frac{26}{25} \times \frac{26}{25} - 1 \right]$$

$$204 = \text{मूलधन} \left(\frac{676 - 625}{625} \right)$$

$$\text{मूलधन} = \frac{204 \times 625}{51}$$

$$\text{मूलधन} = 4 \times 625 = 2500 \text{ रु.}$$

अतः वह धन 2500 रु. होगा $\Rightarrow$ उत्तर



भिन्न के नियम से

गणना के लिए भिन्न के अंक होंगे = 100 एवं 100 + 4
= 100 एवं 104

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \text{मूलधन} \times \frac{104}{100} \times \frac{104}{100}$$

$$\text{मूलधन} + 204 = \text{मूलधन} \times \frac{26}{25} \times \frac{26}{25}$$

$$\text{मूलधन} \left[\frac{676}{625} - 1 \right] = 204$$

$$\text{मूलधन} \left(\frac{676 - 625}{625} \right) = 204$$

$$\text{मूलधन} = 204 \times \frac{625}{51}$$

$$= 4 \times 625 = 2500 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 4. कितने समय में 800 रु. का 10% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि मिश्रधन 926.10 रु. हो जाएगा, जबकि ब्याज छमाही देय हो?



हल : सूत्र विधि

$$\text{मूलधन} = 800 \text{ रु.}$$

$$\text{दर} = 10\% \text{ वार्षिक} = \frac{10}{2} = 5\% \text{ छमाही}$$

माना x वर्षों में चक्रवृद्धि मिश्रधन 926.10 रु. होता है।

$$\therefore \text{छमाही में समय} = x \times 2 = 2x \text{ छमाहियाँ}$$

अब सूत्र से

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{\text{समय}}$$

$$926.10 = 800 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^{2x}$$

$$\frac{926.10}{800} = \left(1 + \frac{5}{100} \right)^{2x}$$

$$\frac{9261}{8000} = \left(\frac{21}{20} \right)^{2x}$$

[बाएं पक्ष के अंश और हर दोनों में 10 से गुणा किया गया है।]

$$\left(\frac{21}{20} \right)^3 = \left(\frac{21}{20} \right)^{2x}$$

$$2x = 3$$

[दोनों पक्षों का आधार समान है, अतः घातें भी समान होंगी।]

$$x = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2} \text{ वर्ष} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 5. किसी धन का 5% वार्षिक दर से 3 वर्ष का साधारण ब्याज 1200 रु. है। उसी दर पर उतने ही समय का चक्रवृद्धि ब्याज क्या होगा?



हल : परंपरागत विधि

माना मूलधन P है।

$\therefore$ 5% वार्षिक दर पर 3 वर्ष का साधारण ब्याज

$$= \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$1200 = \frac{P \times 5 \times 3}{100}$$

[क्योंकि 3 वर्ष का साधारण ब्याज 1200 रु. है।]

$$\frac{3P}{20} = 1200$$

$$P = \frac{1200 \times 20}{3} = 8000 \text{ रु.}$$

अब सूत्र से

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मूलधन} \left[\left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{\text{समय}} - 1 \right]$$

$$= 8000 \left[\left(1 + \frac{5}{100} \right)^3 - 1 \right]$$

$$= 8000 \left[\left(1 + \frac{1}{20} \right)^3 - 1 \right]$$

$$= 8000 \left[\frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} - 1 \right]$$

$$= 8000 \left[\frac{9261 - 8000}{8000} \right]$$

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = 8000 \times \frac{1261}{8000} = 1261 \text{ रु.}$$

⇒ उत्तर



भिन्न के नियम से

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$1200 = \frac{\text{मूलधन} \times 5 \times 3}{100}$$

$$\text{मूलधन} = \frac{1200 \times 100}{5 \times 3} = 8000 \text{ रु.}$$

$$\begin{aligned} \text{अब गणना के लिए भिन्न के अंक होंगे} \\ = 100 \text{ एवं } 100 + 5 \\ = 100 \text{ एवं } 105 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = 8000 \times \frac{105}{100} \times \frac{105}{100} \times \frac{105}{100}$$

$$= 8000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} = 9261 \text{ रु.}$$

$$\text{अतः चक्रवृद्धि ब्याज} = 9261 - 8000 = 1261 \text{ रु.}$$

⇒ उत्तर



सामान्य समझ पर

3 वर्ष का साधारण ब्याज 1200 रु. है, इसलिए एक वर्ष

$$\text{का साधारण ब्याज} = \frac{1200}{3} = 400 \text{ रु. चक्रवृद्धि ब्याज के}$$

बराबर होगा।

दूसरे वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज

$$= \text{पहले वर्ष का ब्याज} + \text{ब्याज पर ब्याज}$$

$$= 400 + \frac{400 \times 5 \times 1}{100}$$

$$= 400 + 20 = 420 \text{ रु.}$$

तीसरे वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज

$$= \text{दूसरे वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज} + \text{ब्याज पर ब्याज}$$

$$= 420 + \frac{420 \times 5}{100}$$

$$= 420 + 21 = 441$$

$$\therefore \text{कुल ब्याज} = 400 + 420 + 441 = 1261 \text{ रु.}$$

⇒ उत्तर



प्रश्न 6. कोई धन चक्रवृद्धि ब्याज पर 15 वर्षों में दोगुना हो जाता है। इसी दर पर यह धन 8 गुना कितने वर्षों में होगा?



हल : परंपरागत विधि

$$\text{माना मूलधन} = P \text{ तथा दर} = R\% \text{ वार्षिक}$$

$$2P = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^{15}$$

[क्योंकि मूलधन 15 वर्षों में दोगुना हो जाता है]

$$2 = \left(1 + \frac{R}{100} \right)^{15} \dots\dots\dots(i)$$

माना मूलधन (P), n वर्षों में 8 गुना हो जाता है।

तब

$$8P = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$8 = \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$2^3 = \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$\left\{ \left(1 + \frac{R}{100} \right)^{15} \right\}^3 = \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

[समीकरण (i) से $2 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^{15}$ रखने पर]

$$\left(1 + \frac{R}{100}\right)^{15 \times 3} = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$\left(1 + \frac{R}{100}\right)^{45} = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$n = 45$ वर्ष $\Rightarrow$ उत्तर

[क्योंकि दोनों पक्षों का आधार समान है इसलिए घातें भी समान होंगी]



सामान्य समझ पर

प्रश्नानुसार, 1 रु., 15 वर्षों में 2 रु. हो जाएगा। यह 2 रु. अगले 15 वर्षों में 4 रु. हो जाएगा और यह 4 रु. अगले 15 वर्षों में 8 रु. हो जाएगा। इस प्रकार 1 रु. को 8 रु. (8 गुना) होने में लगा कुल समय = $15 + 15 + 15 = 45$ वर्ष।



प्रश्न 7. कोई धन चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 16 वर्ष में तीन गुना हो जाता है। वह उसी दर से कितने वर्षों में 9 गुना हो जाएगा?



हल : सामान्य समझ पर

प्रश्नानुसार, 1 रु. 16 वर्षों में 3 रु. हो जाएगा। यह 3 रु. अगले 16 वर्षों में 9 रु. हो जाएगा। इस प्रकार 1 रु. को 9 रु. (9 गुना) होने में लगा कुल समय = $16 + 16 = 32$ वर्ष। इसे इस तरह समझें-

16 वर्ष में धनराशि = 3^1 गुना

$\therefore$ (16 + 16) वर्ष में धनराशि = 3^2 गुना

अर्थात् समय समांतर क्रम में तथा गुना गुणोत्तर क्रम में बढ़ता है। इस प्रकार धन को 9 गुना होने में लगा समय = 32 वर्ष $\Rightarrow$ उत्तर



प्रश्न 8. कोई धन चक्रवृद्धि ब्याज पर 3 वर्ष में 6690 रु. तथा 6 वर्ष में 10035 रु. हो जाता है। धन ज्ञात कीजिए।



हल : सूत्र विधि

मान मूलधन = P रु. तथा दर = R% वार्षिक

$$\text{तब } P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^3 = 6690 \quad \dots\dots (i)$$

$$\text{तथा } P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^6 = 10035 \quad \dots\dots (ii)$$

समीकरण (ii) को (i) से भाग देने पर

$$\frac{P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^6}{P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^3} = \frac{10035}{6690}$$

$$\left(1 + \frac{R}{100}\right)^{6-3} = \frac{3}{2}$$

$$\left(1 + \frac{R}{100}\right)^3 = \frac{3}{2}$$

$$\text{समीकरण (i) से } \left(1 + \frac{R}{100}\right)^3 = \frac{6690}{P} \text{ रखने पर}$$

$$\frac{6690}{P} = \frac{3}{2}$$

$$P = 6690 \times \frac{2}{3}$$

$$P = 2230 \times 2 = 4460 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 9. 12500 रु. का 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए। यदि ब्याज की दर पहले वर्ष 14% तथा दूसरे वर्ष 16% हो।



हल : भिन्न के नियम से

गणना के लिए भिन्न के अंक होंगे- 100 एवं $100 + 14$ तथा 100 एवं $100 + 16$

$$= 100 \text{ एवं } 114 \text{ तथा } 100 \text{ एवं } 116$$

चक्रवृद्धि ब्याज निकालना है, इसके लिए चक्रवृद्धि मिश्रधन ज्ञात करेंगे।

$$\begin{aligned}\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} &= 12500 \times \frac{114}{100} \times \frac{116}{100} \\ &= 16530\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{अतः चक्रवृद्धि ब्याज} &= \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} - \text{मूलधन} \\ &= 16530 - 12500 \\ &= 4030 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}\end{aligned}$$



प्रश्न 10. किसी धन पर एक निश्चित दर पर 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज 330 रु. तथा साधारण ब्याज 320 रु. है। ब्याज की दर तथा मूलधन ज्ञात कीजिए।



हल : सामान्य समझ पर

2 वर्ष का साधारण ब्याज = 320 रु. है।

∴ 1 वर्ष का साधारण ब्याज = 160 रु. होगा।

स्पष्ट है कि इसी 160 रु. पर 1 वर्ष का ब्याज लगा है, इसी कारण चक्रवृद्धि ब्याज 330 रु. हो जाता है यानी 330 - 320 = 10 रु. अधिका।

∴ 160 रु. पर 1 वर्ष का ब्याज = 10 रु. है।

$$\begin{aligned}\therefore 100 \text{ रु. पर } 1 \text{ वर्ष का ब्याज} &= \frac{100}{160} \times 10 \\ &= 6 \frac{1}{4} \text{ रु.}\end{aligned}$$

यही वार्षिक दर अर्थात् $6 \frac{1}{4}\%$ होगा।

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$320 = \frac{\text{मूलधन} \times 6 \frac{1}{4} \times 2}{100}$$

$$\text{मूलधन} \times \frac{25}{4} \times 2 = 320 \times 100$$

$$\text{मूलधन} = \frac{320 \times 100 \times 4}{25 \times 2}$$

$$\text{मूलधन} = 2560 \text{ रु.}$$

अतः मूलधन 2560 रु. तथा ब्याज की वार्षिक दर $6 \frac{1}{4}\%$

है। $\Rightarrow$ उत्तर



प्रश्न 11. कोई धनराशि 3 वर्ष में 133100 रु. तथा 5 वर्ष में 161051 रु. हो जाती है। चक्रवृद्धि ब्याज की वार्षिक दर ज्ञात कीजिए।



हल : सूत्र विधि

$$\left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समयों का अंतर}} = \frac{\text{दूसरा चक्रवृद्धि ब्याज}}{\text{पहला चक्रवृद्धि ब्याज}}$$

$$\left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{5-3} = \frac{161051}{133100}$$

$$\left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^2 = \frac{121}{100}$$

$$\left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^2 = \left(\frac{11}{10}\right)^2$$

[दोनों पक्षों की घातें समान है इसलिए दोनों पक्ष बराबर होंगे]

$$1 + \frac{\text{दर}}{100} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{\text{दर}}{100} = \frac{11}{10} - 1 = \frac{1}{10}$$

$$\text{दर} = \frac{1}{10} \times 100 = 10\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 12. एक धनराशि के 2 वर्ष के चक्रवृद्धि ब्याज और साधारण ब्याज का अंतर 1.25 रु. है। यदि ब्याज की वार्षिक दर 5% हो, तो वह धनराशि होगी?



हल : सूत्र विधि

$$\text{मूलधन} = \text{दोनों ब्याजों का अंतर} \times \left(\frac{100}{\text{दर}} \right)^{\text{समय}}$$

$$= 1.25 \times \frac{100}{5} \times \frac{100}{5}$$

$$= 1.25 \times 20 \times 20 = 500 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सामान्य समझ पर

2 वर्ष में साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज का अंतर क्या है? इस पर विचार करें-

चक्रवृद्धि ब्याज की दशा में दूसरे वर्ष, प्रथम वर्ष के ब्याज पर भी ब्याज लगता है। यही ब्याज 2 वर्षों में चक्रवृद्धि ब्याज एवं साधारण ब्याज का अंतर होता है।

स्पष्ट है कि 1.25 रु., 5% की दर एक वर्ष का ब्याज पर ब्याज है।

अर्थात् 1 वर्ष के साधारण ब्याज का 5% = 1.25 रु.

$$1\% = \frac{1.25}{5} = 0.25 \text{ रु.}$$

$$\therefore 100\% = 25 \text{ रु.}$$

अब यह 25 रु., मूलधन का 5% है।

$$\therefore \text{मूलधन का } 5\% = 25 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{मूलधन या मूलधन का } 100\% = \frac{100}{5} \times 25 = 500 \text{ रु.}$$

अतः मूलधन = 500 रु. $\Rightarrow$ उत्तर



प्रश्न 13. एक टेलीविजन का मूल्य $6\frac{1}{4}\%$ प्रतिवर्ष

घटता है। यदि 3 वर्ष बाद उसका मूल्य 21093.75 रु. रह गया हो, तो प्रारंभ में उसका मूल्य क्या था?



हल : सूत्र विधि

नोट- यदि किसी वस्तु का मूल्य या शहर की जनसंख्या R% वार्षिक घट रही हो, तो सूत्र होगा-

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \text{मूलधन} \times \left(1 - \frac{R}{100} \right)^{\text{समय}}$$

अब उपर्युक्त प्रश्न का हल देखें

3 वर्ष बाद टेलीविजन का मूल्य 21093.75 रु. है।

यहां मिश्रधन = 21093.75

$\therefore$ मूलधन = टेलीविजन का प्रारंभिक मूल्य

$$21093.75 = \text{टेलीविजन का प्रारंभिक मूल्य} \times \left(1 - \frac{6\frac{1}{4}}{100} \right)^3$$

$$21093.75 = \text{टेलीविजन का प्रारंभिक मूल्य} \times \left(1 - \frac{25}{4 \times 100} \right)^3$$

$$\text{टेलीविजन का प्रारंभिक मूल्य} = \frac{21093.75}{\left(1 - \frac{1}{16} \right)^3}$$

$$= \frac{21093.75}{\frac{15}{16} \times \frac{15}{16} \times \frac{15}{16}}$$

$$= \frac{21093.75 \times 16 \times 16 \times 16}{15 \times 15 \times 15}$$

$$= 25600 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



प्रश्न 14. एक किसान किसी बैंक से 2100 रु. उधार लेता है और उसको 10% चक्रवृद्धि ब्याज की दर से तीन समान वार्षिक किश्तों में चुकाता है। बताइए प्रत्येक किश्त कितने रुपये की है?



हल : सूत्र विधि

माना किश्त की राशि a रु. है।

जब अंतिम वर्ष किश्त का भुगतान करके संपूर्ण ऋण का भुगतान किया जाएगा, तो ब्याज केवल उसी किश्त पर लगा होगा परंतु उसके पहले वर्ष में उस पर लगा ही होगा। अर्थात्

$$a \left[\frac{100}{110} + \left(\frac{100}{110} \right)^2 + \left(\frac{100}{110} \right)^3 \right] = \text{मूलधन}$$

$$a \left[\frac{10}{11} + \left(\frac{10}{11} \right)^2 + \left(\frac{10}{11} \right)^3 \right] = 2100$$

$$a \left[\frac{10}{11} + \frac{100}{121} + \frac{1000}{1331} \right] = 2100$$

$$a \left(\frac{1210 + 1100 + 1000}{1331} \right) = 2100$$

$$a = \frac{2100 \times 1331}{3310}$$

$$a = 844.44 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः प्रत्येक किश्त लगभग 844.44 रु. होगी।



प्रश्न 15. राजू एक गाय इस शर्त पर खरीदता है कि अभी 500 रु., एक वर्ष बाद 425 रु. और दो वर्ष बाद

289 रु. भुगतान करेगा। यदि चक्रवृद्धि ब्याज $6\frac{1}{4}\%$

वार्षिक की दर से लगाया जाए, तो गाय का वर्तमान मूल्य ज्ञात कीजिए।



हल : परंपरागत विधि

यहां पर वार्षिक किश्त समान नहीं है। अतः इस प्रश्न को गाय का मूल्य x रु. मान कर करेंगे।

$\therefore$ 500 रु. अभी अदा करने पर शेष धन $= (x-500)$ रु.

$$\therefore \text{एक वर्ष बाद इसका मिश्रधन} = (x-500) \left(1 + \frac{6\frac{1}{4}}{100} \right)^1$$

$$= (x-500) \left(1 + \frac{25}{4 \times 100} \right)$$

$$= (x-500) \left(1 + \frac{1}{4 \times 4} \right)$$

$$= (x-500) \left(1 + \frac{1}{16} \right)$$

$$= \frac{17}{16} (x-500) \text{ रु.}$$

$$\text{अब 425 रु. अदा करने पर शेष धन} = \frac{17}{16} (x-500) - 425 \text{ रु.}$$

$\therefore$ अगले वर्ष बाद इसका मिश्रधन

$$= \left[\frac{17}{16} (x-500) - 425 \right] \left(1 + \frac{25}{4 \times 100} \right)^1$$

$$= \left[\frac{17}{16} (x-500) - 425 \right] \frac{17}{16} \text{ रु.}$$

अब 289 रु. अदा करने पर कुल धन चुकाता है।

$$\therefore \frac{17}{16} \left[\frac{17}{16} (x-500) - 425 \right] = 289$$

$$\text{या } \frac{17}{16} (x-500) - 425 = 289 \times \frac{16}{17}$$

$$\frac{17}{16} (x-500) = 17 \times 16 + 425$$

$$\frac{17}{16} (x-500) = 272 + 425$$

$$(x-500) = 697 \times \frac{16}{17}$$

$$x-500 = 41 \times 16$$

$$x = 656 + 500 = 1156 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः गाय का वर्तमान मूल्य 1156 रु. है।



प्रश्न 16. 3903 रु. को A तथा B में इस प्रकार

बाँटिए कि 4% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से A का भाग 7 वर्ष के अंत में वही हो जो B का भाग 9 वर्ष बाद हो।



हल : परंपरागत विधि

माना A का भाग x रु. है।

$\therefore$ B का भाग $= (3903 - x)$ रु.

$$\begin{aligned} \text{अब, A का मिश्रधन} &= x \left(1 + \frac{4}{100}\right)^7 \\ &= x \left(\frac{104}{100}\right)^7 = x \left(\frac{26}{25}\right)^7 \text{ रु.} \quad \dots(i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{तथा B का मिश्रधन} &= (3903 - x) \left(1 + \frac{4}{100}\right)^9 \\ &= (3903 - x) \left(\frac{104}{100}\right)^9 \\ &= (3903 - x) \left(\frac{26}{25}\right)^9 \text{ रु.} \quad \dots(ii) \end{aligned}$$

प्रश्नानुसार, समीकरण (i) = समीकरण (ii) (क्योंकि A के भाग का 7 वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन बराबर है, B के भाग का 9 वर्ष के चक्रवृद्धि मिश्रधन के)

$$x \left(\frac{26}{25}\right)^7 = (3903 - x) \left(\frac{26}{25}\right)^9$$

$$x = \frac{(3903 - x) \left(\frac{26}{25}\right)^9}{\left(\frac{26}{25}\right)^7}$$

$$x = (3903 - x) \left(\frac{26}{25}\right)^2$$

$$x(25)^2 = (3903 - x)(26)^2$$

$$625x = (676 \times 3903 - 676 \times x)$$

$$625x + 676x = 676 \times 3903$$

$$x = \frac{676 \times 3903}{1301}$$

$$x = 676 \times 3 = 2028 \text{ रु.}$$

$\therefore$ A का भाग $= 2028$ रु.

तथा B का भाग $= 3903 - 2028 = 1875$ रु.

$\Rightarrow$ उत्तर

अभ्यास प्रश्न

- 4% की दर से दूसरे वर्ष में 208 रु. का चक्रवृद्धि ब्याज देने वाला मूलधन क्या होगा?
- 30,000 रु. पर 7% प्रतिवर्ष की दर से कुछ अवधि के लिए चक्रवृद्धि ब्याज 4,347 रु. है। अवधि ज्ञात कीजिए।
- यदि ब्याज की गणना अर्द्धवार्षिक की जाए, तो 16,000 रु. पर 5% प्रतिवर्ष की दर से $1\frac{1}{2}$ वर्षों के अंत में चक्रवृद्धि ब्याज क्या होगा?
- 8,000 रु. को चक्रवृद्धि ब्याज की दर से निवेशित करने पर 3 वर्ष पश्चात 1,261 रु. ब्याज के रूप में प्राप्त होते हैं। ब्याज की वार्षिक दर ज्ञात कीजिए।
- एक धनराशि 4% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज दर पर, 2 वर्षों में 1,352 रु. हो जाती है। तदनुसार, वह धनराशि कितनी है?
- कितने समय में 2,000 रु. की धनराशि 10% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2,420 रु. हो जाएगी, जबकि ब्याज वार्षिक संयोजित होता हो?
- यदि किसी राशि पर तीन वर्ष के लिए साधारण ब्याज 225 रु. है और उसी राशि पर उसी दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज 153 रु. है, तो निवेश किया गया मूलधन ज्ञात कीजिए।
- एक धनराशि का 10% वार्षिक की दर पर 2 वर्षों का साधारण ब्याज 100 रु. है। तदनुसार, उस अवधि का उसी दर पर चक्रवृद्धि ब्याज कितना होगा?
- कोई धनराशि चक्रवृद्धि ब्याज में 3 वर्षों में 2400 रु. और 4 वर्षों में 2520 रु. हो जाती है। वार्षिक ब्याज की दर ज्ञात कीजिए।
- किसी धनराशि का 5% वार्षिक ब्याज की दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज 246 रुपये है। उसी धनराशि का 6% वार्षिक ब्याज की दर से 3 वर्ष का साधारण ब्याज क्या होगा?

11. किसी राशि पर 5% प्रतिवर्ष की दर से 2 वर्ष के लिए साधारण और चक्रवृद्धि ब्याज में 160 रु. का अंतर है। वह राशि कितनी है?
12. एक धनराशि पर 3 वर्षों के लिए 10% वार्षिक दर पर साधारण ब्याज तथा चक्रवृद्धि ब्याज का अंतर 31 रुपये है। तदनुसार वह धनराशि कितनी है?
13. 10,000 रुपये पर दो वर्षों के चक्रवृद्धि ब्याज और साधारण ब्याज का अंतर 25 रुपये है। तदनुसार वार्षिक ब्याज दर कितनी है?
14. किसी धनराशि का 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज 282.15 रु. तथा उतने ही समय का साधारण ब्याज 270 रु. है। ब्याज की वार्षिक दर कितनी है?
15. 5,000 रुपये पर 2 वर्षों के चक्रवृद्धि ब्याज और साधारण ब्याज का अंतर 32 रुपये है। तदनुसार ब्याज की दर कितनी है?
16. एक धनराशि चक्रवृद्धि ब्याज पर जमा करने पर चार वर्षों में अपनी दोगुनी हो जाती है। तदनुसार वह कितने वर्षों में अपनी चार गुनी हो जाएगी?
17. यदि वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज पर रखी कोई राशि 5 वर्ष में दोगुनी हो जाती है, तो वही राशि आठ गुना होने में किन्ना समय लेगी?
18. यदि चक्रवृद्धि ब्याज (प्रतिवर्ष संयोजित) से 2 वर्षों के पश्चात मिश्रधन, मूलधन का 2.25 गुना हो जाता है, तो वार्षिक ब्याज की दर क्या है?
19. 12,000 रुपये की धनराशि चक्रवृद्धि ब्याज पर जमा करने पर 6 वर्षों में दोगुनी हो जाती है। तदनुसार वह राशि 24 वर्षों बाद कितनी हो जाएगी?
20. किसी राशि पर, अर्द्धवार्षिक रूप से देय चक्रवृद्धि ब्याज और उसी राशि पर एक वर्ष के सामान्य ब्याज का अंतर 180 रुपये था। यदि उन दोनों स्थितियों में ब्याज की दर 10% रही हो, तो मूल राशि कितनी थी?
21. 5,040 रुपये 10% वार्षिक संयोजित चक्रवृद्धि ब्याज पर उधार लिए गए। उन्हें दो वर्षों में दो बराबर वार्षिक किश्तों में वापस कर दिया गया। तदनुसार प्रत्येक किश्त की राशि कितनी थी?
22. एक भवन निर्माता ने 2550 रुपये उधार लिए, तो उसे 4% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर पर दो वर्षों के अंतराल पर दो बराबर की वार्षिक किश्तों में वापस करने थे। प्रत्येक किश्त कितने रुपये की होगी?
23. एक बैंक में कुछ राशि चक्रवृद्धि ब्याज दर पर निवेश की गई है। पहले और तीसरे वर्ष के बाद ब्याज सहित मिश्रधन क्रमशः 1200 रु. और 1587 रु. है। तो ब्याज की दर क्या है?
24. किसी धनराशि पर 2 वर्षों में 3% वार्षिक ब्याज की दर से चक्रवृद्धि ब्याज 101.50 रु. है, उसी धनराशि का उतने ही समय में उसी दर से साधारण ब्याज क्या होगा?
25. $6\frac{1}{4}\%$ वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 3 वर्ष बाद देय 4913 रु. का वर्तमान मूल्य ज्ञात कीजिए।

अभ्यास प्रश्नों का हल



हल 1. परंपरागत विधि

माना मूलधन = P, दर = 4%

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \left[P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n - P \right]$$

$$208 = P \left(1 + \frac{4}{100} \right)^1 - P$$

$$208 = \frac{26}{25} P - P$$

$$208 = \frac{P}{25}$$

$$P = 208 \times 25 = 5200 \text{ रु.}$$

$$\therefore 1 \text{ वर्ष का मिश्रधन} = 5200 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^n$$

$$5200 = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{4}{100}\right)^1$$

$$\begin{aligned}\text{मूलधन} &= \frac{5200 \times 100}{104} \\ &= \frac{5200 \times 25}{26} = 5000 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}\end{aligned}$$

अतः 4% वार्षिक ब्याज की दर से दूसरे वर्ष में 208 रु. का चक्रवृद्धि ब्याज देने वाला मूलधन 5000 रु. है।



सामान्य समझ पर

दूसरे वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज 208 रु. है।
यानी पहले वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन का 4% = 208 रु.
(क्योंकि ब्याज की दर 4% वार्षिक है)

$$\therefore \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \frac{208 \times 100}{4} = 5200 \text{ रु.}$$

यह 5200 रु. मूलधन का 104% है।

$$\therefore \text{मूलधन का } 104\% = 5200$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{मूलधन} &= 5200 \times \frac{100}{104} \\ &= 5000 \text{ रु.}\end{aligned}$$

अतः 4% वार्षिक ब्याज की दर से दूसरे वर्ष में 208 रु. का चक्रवृद्धि ब्याज देने वाला मूलधन 5000 रु. है।



हल 2. परंपरागत विधि

दिया है— मूलधन = 30,000 रु., दर = 7%
तथा चक्रवृद्धि ब्याज = 4,347 रु.
 $\therefore$ चक्रवृद्धि मिश्रधन = 30000 + 4347 = 34347 रु.

$$\text{सूत्र- चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$34,347 = 30,000 \left(1 + \frac{7}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$\frac{34,347}{30,000} = \left(\frac{107}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$\frac{11,449}{10,000} = \left(\frac{107}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$\left(\frac{107}{100}\right)^2 = \left(\frac{107}{100}\right)^{\text{समय}}$$

दोनों पक्षों के घातों की तुलना करने पर

$$\text{समय} = 2 \text{ वर्ष}$$



भिन्न के नियम से

गणना के लिए भिन्न के अंक होंगे = 100 एवं 100 + 7 = 107 एवं 107

माना समय n वर्ष है

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \times \frac{107}{100} \times \dots n \text{ बार}$$

(ज्ञात नहीं है कितने वर्ष)

$$\text{मिश्रधन} = 30,000 + 4347 \Rightarrow 34,347$$

$$34,347 = 30,000 \times \left(\frac{107}{100}\right)^n$$

$$\frac{34,347}{30,000} = \left(\frac{107}{100}\right)^n$$

$$\left(\frac{107}{100}\right)^2 = \left(\frac{107}{100}\right)^n$$

दोनों पक्षों के घातों की तुलना करने पर

$$\text{अतः समय (n)} = 2 \text{ वर्ष} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सामान्य समझ पर

$\therefore$ एक वर्ष का साधारण ब्याज चक्रवृद्धि ब्याज के बराबर होता है।

इसलिए एक वर्ष का साधारण ब्याज

$$= \frac{30,000 \times 7 \times 1}{100} = 2,100 \text{ रु. है अर्थात् दो वर्ष का}$$

चक्रवृद्धि ब्याज, दो वर्षों के साधारण ब्याज तथा ब्याज पर

$$\text{ब्याज का योग } (2,100 + 2,100 + 2,100 \times \frac{7 \times 1}{100})$$

$$= 4,200 + 147$$

$$= 4,347 \text{ रुपये हैं} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः 4,347 रुपये दो वर्षों में प्राप्त होंगे।



हल 3. परंपरागत विधि

ज्ञात है मूलधन = 16,000 रु.

$$\text{दर} = 5\% \text{ वार्षिक या } \frac{5}{2} = 2.5\% \text{ छमाही}$$

$$\text{समय} = 1 \frac{1}{2} \text{ वर्ष या 3 छमाही}$$

$$\text{सूत्र- चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मूलधन} \left[\left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{\text{समय}} - 1 \right]$$

$$\text{च. ब्याज} = 16,000 \left[\left(1 + \frac{2.5}{100} \right)^3 - 1 \right]$$

$$\text{च. ब्याज} = 16,000 \left[\frac{102.5}{100} \times \frac{102.5}{100} \times \frac{102.5}{100} - 1 \right]$$

$$\text{च. ब्याज} = 16,000 \left[\frac{41}{40} \times \frac{41}{40} \times \frac{41}{40} - 1 \right]$$

$$\text{च. ब्याज} = 16,000 \left(\frac{68,921 - 64,000}{64,000} \right)$$

$$\text{च. ब्याज} = 16,000 \times \frac{4921}{64,000}$$

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = 1230.25 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

नोट : ब्याज की गणना अर्द्धवार्षिक करने पर समय दोगुना तथा

ब्याज की दर आधा कर देते हैं।



हल 4. परंपरागत विधि

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} + \text{ब्याज}$$

$$= 8,000 + 1,261 = 9,261$$

$$\text{सूत्र- मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{\text{समय}}$$

$$9,261 = 8,000 \left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^3$$

$$\frac{9,261}{8,000} = \left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^3$$

$$\left(\frac{21}{20} \right)^3 = \left(100 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^3$$

दोनों पक्षों की घातें बराबर है।

$$\therefore \frac{21}{20} = \frac{100 + \text{दर}}{100}$$

$$100 + \text{दर} = \frac{21}{20} \times 100$$

$$\text{दर} = 105 - 100 = 5\% \text{ वार्षिक} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 5. परंपरागत विधि

ज्ञात है- दर = 4% वार्षिक, समय = 2 वर्ष

चक्रवृद्धि मिश्रधन = 1,352 रु.

$$\text{सूत्र- चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{\text{समय}}$$

$$1,352 = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{4}{100} \right)^2$$

$$1,352 = \text{मूलधन} \left(\frac{104}{100} \right)^2$$

$$\text{मूलधन} = 1,352 \times \frac{100}{104} \times \frac{100}{104}$$

$$= 1,352 \times \frac{25}{26} \times \frac{25}{26}$$

$$= 2 \times 25 \times 25$$

$$\text{मूलधन} = 1,250 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः धनराशि 1,250 रु. है।



भिन्न के नियम से

गणना के अंक होंगे = 100 एवं 100 + 4
= 100 एवं 104

ज्ञात की जाने वाली राशि कम है। अतः ऐसी भिन्न से गुणा करना है जिसका मान 1 से कम हो-

$$\begin{aligned}\text{मूलधन} &= \text{मिश्रधन} \times \frac{100}{104} \times \frac{100}{104} \\ &= 1,352 \times \frac{25}{26} \times \frac{25}{26}\end{aligned}$$

मूलधन = 1,250 रु. $\Rightarrow$ उत्तर

अतः धनराशि 1,250 रु. है।



हल 6. सामान्य समझ पर

पहले वर्ष के अंत में साधारण ब्याज चक्रवृद्धि ब्याज के बराबर होता है।

$$\therefore \text{एक वर्ष का साधारण ब्याज} = \frac{2,000 \times 20 \times 1}{100} = 200 \text{ रु.}$$

दूसरे वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज = पहले वर्ष का ब्याज + ब्याज पर ब्याज

$$\begin{aligned}&= 200 + \frac{2,000 \times 10 \times 1}{100} \\ &= 200 + 20 = 220\end{aligned}$$

कुल ब्याज = 200 + 220 = 420 रु.

कुल मिश्रधन = 2000 + 420 = 2,420

अतः 2 वर्ष में 2,000 रुपये 10% वार्षिक ब्याज पर 2,420 रु. होंगे $\Rightarrow$ उत्तर



सूत्र विधि

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$2,420 = 2,000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$\frac{2,420}{2,000} = \left(\frac{11}{10}\right)^{\text{समय}}$$

$$\left(\frac{11}{10}\right)^2 = \left(\frac{11}{10}\right)^{\text{समय}}$$

[दोनों पक्षों का आधार समान है इसलिए घातें भी बराबर होंगी]

$\therefore$ समय = 2 वर्ष $\Rightarrow$ उत्तर



हल 7. सूत्र विधि

माना मूलधन = P रु. तथा दर = R% वार्षिक

$$\therefore 3 \text{ वर्ष का साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$225 = \frac{P \times R \times 3}{100}$$

$$P \times R = 225 \times \frac{100}{3}$$

$$PR = 75 \times 100 = 7500 \dots\dots\dots(i)$$

$\therefore$ एक वर्ष का साधारण ब्याज और चक्रवृद्धि ब्याज बराबर होता है।

$$\therefore \text{एक वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज} = \frac{225}{3} = 75 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{दूसरे वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज} = 75 + \frac{(75 + P) \times R \times 1}{100}$$

(क्योंकि चक्रवृद्धि ब्याज की दशा में दूसरे वर्ष प्रथम वर्ष के ब्याज पर भी ब्याज लगता है)

$$153 = 75 + \frac{75R + PR}{100}$$

$$\frac{75R + PR}{100} = 153 - 75$$

$$75R + PR = 78 \times 100$$

$$75R + 7500 = 7800$$

[समीकरण (i) से PR = 7500 रखने पर]

$$75R = 7800 - 7500$$

$$R = \frac{300}{75} = 4\%$$

समीकरण (i) में R = 4% रखने पर

$$P \times 4 = 7500$$

$$P = \frac{7500}{4} = 1875 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः निवेश किया गया मूलधन 1875 रु. है।



हल 8. सूत्र विधि

ज्ञात है- दर = 10% वार्षिक

समय = 2 वर्ष

एवं साधारण ब्याज = 100 रु.

$$\therefore \text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$100 = \frac{\text{मूलधन} \times 10 \times 2}{100}$$

$$\text{मूलधन} = \frac{100 \times 100}{10 \times 2} = 500 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$= 500 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2$$

$$= 500 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} = 605 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मिश्रधन} - \text{मूलधन} \\ = 605 - 500 = 105 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 9. सूत्र विधि

$$2400 \text{ रु. का 1 वर्ष का ब्याज} = 2520 - 2400 \\ = 120 \text{ रु.}$$

अब चौथे वर्ष के लिए मूलधन = 2400 रु. होगा

$$\text{ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$120 = \frac{2400 \times \text{दर} \times 1}{100}$$

$$\text{दर} = \frac{120 \times 100}{2400} = 5\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 10. सूत्र विधि

माना धनराशि P है।

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}} - \text{मूलधन}$$

$$246 = P \left(1 + \frac{5}{100}\right)^2 - P$$

$$246 = P \times \left(\frac{105}{100} \times \frac{105}{100}\right) - P$$

$$= P \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} - P$$

$$= \frac{441P - 400P}{400}$$

$$246 = \frac{41P}{400}$$

$$P = \frac{246 \times 400}{41}$$

$$P = 2400 \text{ रु.}$$

$\therefore$ मूलधन 2400 रु. का 6% की दर से 3 वर्ष का

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$= \frac{2400 \times 6 \times 3}{100} = 432 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 11. सूत्र विधि

$$\text{मूलधन} = \text{दोनों ब्याजों का अंतर} \times \left(\frac{100}{\text{दर}}\right)^{\text{समय}}$$

$$= 160 \times \left(\frac{100}{5}\right)^2$$

$$= 160 \times 20 \times 20$$

$$\text{मूलधन} = 64000 \text{ रु.}$$



सामान्य समझ पर

2 वर्ष में साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज का अंतर क्या है?

इस पर विचार करें-

चक्रवृद्धि ब्याज की दशा में दूसरे वर्ष प्रथम वर्ष के ब्याज पर भी ब्याज लगता है। यही ब्याज 2 वर्षों में चक्रवृद्धि ब्याज एवं साधारण ब्याज का अंतर होता है।

स्पष्ट है कि 160 रु., 5% की दर से एक वर्ष का ब्याज पर ब्याज है।

अर्थात् 1 वर्ष के साधारण ब्याज का 5% = 160 रु.

$$\therefore 1\% = \frac{160}{5} = 32 \text{ रु.}$$

$$\therefore 100\% = 3200 \text{ रु.}$$

अब यह 3200 रु. मूलधन का 5% है

$$\therefore \text{मूलधन का } 5\% = 3200 \text{ रु.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{मूलधन या मूलधन का } 100\% &= \frac{100}{5} \times 3200 \\ &= 64000 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर} \end{aligned}$$



हल 12. परंपरागत विधि

माना धनराशि P रु. है।

P रु. का 10% वार्षिक दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज

$$\begin{aligned} &= \left[P \left(1 + \frac{10}{100} \right)^3 - P \right] \\ &= P \left[\left(1 + \frac{10}{100} \right)^3 - 1 \right] \end{aligned}$$

तथा P रु. का 10% वार्षिक दर से 3 वर्ष का साधारण

$$\text{ब्याज} = \frac{P \times 10 \times 3}{100} = \frac{3P}{10} \text{ रु.}$$

प्रश्नानुसार,

$$P \left[\left(1 + \frac{10}{100} \right)^3 - 1 \right] - \frac{3P}{10} = 31$$

$$P \left(\frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} - 1 \right) - \frac{3P}{10} = 31$$

$$P \left(\frac{1331 - 1000}{1000} \right) - \frac{3P}{10} = 31$$

$$\frac{331P}{1000} - \frac{3P}{10} = 31$$

$$\frac{331P - 300P}{1000} = 31$$

$$\frac{31P}{1000} = 31$$

$$P = \frac{31 \times 1000}{31} = 1000 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



सूत्र विधि

तीन वर्ष के चक्रवृद्धि ब्याज और साधारण ब्याज में अंतर

$$= \frac{Pr^2}{(100)^3} (r + 300)$$

$$\therefore 31 = \frac{P \times 10^2}{(100)^3} (10 + 300)$$

$$31 = \frac{P \times 100 \times 310}{1000000}$$

$$\therefore P = 1000 \text{ रुपये} \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 13. सूत्र विधि

दो वर्षों के चक्रवृद्धि ब्याज एवं साधारण ब्याज का अंतर =

$$\text{मूलधन} \times \left(\frac{\text{दर}}{100} \right) \text{ समय}$$

$$25 = 10,000 \times \left(\frac{\text{दर}}{100} \right)^2$$

$$\left(\frac{\text{दर}}{100}\right)^2 = \frac{25}{10,000}$$

$$\left(\frac{\text{दर}}{100}\right)^2 = \left(\frac{5}{100}\right)^2$$

[दोनों पक्षों की घातें बराबर हैं इसलिए आधार भी बराबर होंगे]

$$\frac{\text{दर}}{100} = \frac{5}{100}$$

$$\therefore \text{दर} = \frac{5}{100} \times 100 = 5\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 14. सूत्र विधि

यदि किसी धन पर 2 वर्ष का साधारण ब्याज x रु. तथा चक्रवृद्धि ब्याज y रु. हो, तो सूत्र होगा

$$y = x \left(1 + \frac{\text{दर}}{200}\right)$$

$$282.15 = 270 \left(1 + \frac{\text{दर}}{200}\right)$$

$$\left(1 + \frac{\text{दर}}{200}\right) = \frac{282.15}{270}$$

$$\frac{\text{दर}}{200} = \frac{282.15}{270} - 1$$

$$\frac{\text{दर}}{200} = \frac{282.15 - 270}{270}$$

$$\frac{\text{दर}}{200} = \frac{12.15}{270}$$

$$\text{दर} = \frac{12.15}{270} \times 200$$

$$\text{दर} = \frac{1215 \times 2}{270}$$

$$\text{दर} = 9\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः ब्याज की वार्षिक दर 9% है।



हल 15. सूत्र विधि

$$\text{सूत्र- मूलधन} = \text{ब्याजों का अंतर} \times \left(\frac{100}{\text{दर}}\right)^{\text{समय}}$$

$$5000 = 32 \times \left(\frac{100}{\text{दर}}\right)^2$$

$$\frac{\text{दर}}{100} \times \frac{\text{दर}}{100} = \frac{32}{5000}$$

$$\text{दर}^2 = \frac{32}{5000} \times 100 \times 100$$

$$\text{दर}^2 = 32 \times 2$$

$$\text{दर} = \sqrt{64} = 8\%$$

अतः ब्याज की वार्षिक दर 8% है। $\Rightarrow$ उत्तर



हल 16. परंपरागत विधि

माना मूलधन = P तथा दर = $R\%$ वार्षिक

$$2P = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^4$$

[क्योंकि मूलधन 4 वर्षों में दो गुना हो जाता है।]

$$2 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^4 \dots\dots\dots(i)$$

माना मूलधन (P), n वर्षों में चार गुना हो जाता है।

$$\text{तब } 4P = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$4 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$2^2 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$\left\{\left(1 + \frac{R}{100}\right)^4\right\}^2 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

[समीकरण (i) से $2 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^4$ रखने पर]

$$\left(1 + \frac{R}{100}\right)^{4 \times 2} = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$\left(1 + \frac{R}{100}\right)^8 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

$$n = 8 \text{ वर्ष} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

[क्योंकि दोनों पक्षों का आधार समान है इसलिए घातें भी बराबर होंगी]



सामान्य समझ पर

प्रश्नानुसार 1 रु. 4 वर्षों में 2 रु. हो जाएगा यह 2 रु.

अगले 4 वर्षों में 4 रु. हो जाएगा।

इस प्रकार 1 रु. को 4 रु. (4 गुना) होने में लगा कुल

समय = 4 + 4 = 8 वर्ष जो अभीष्ट होगा।

$\Rightarrow$ उत्तर



हल 17. सामान्य समझ पर

प्रश्नानुसार 1 रु. 5 वर्षों में 2 रु. हो जाएगा यह 2 रु.

अगले 5 वर्षों में 4 रु. हो जाएगा और यह 4 रु. अगले

5 वर्षों में 8 रु. हो जाएगा।

इस प्रकार 1 रु. को 8 रु. (8 गुना) होने में लगा कुल

समय = 5 + 5 + 5 = 15 वर्ष $\Rightarrow$ उत्तर



हल 18. सूत्र विधि

माना मूलधन x रु. है।

$\therefore$ 2 वर्ष पश्चात मिश्रधन = $2.25x$ रु.

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$2.25x = x \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^2$$

$$\left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^2 = 2.25$$

$$1 + \frac{\text{दर}}{100} = \sqrt{2.25} = 1.5$$

$$\frac{\text{दर}}{100} = 1.5 - 1 = .5$$

$$\text{दर} = .5 \times 100 = 50\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$



हल 19. सामान्य समझ पर

प्रश्नानुसार 1 रु. 6 वर्षों में 2 रु. हो जाएगा, यह 2 रु.

अगले 6 वर्षों में 4 रु. हो जाएगा, यह 4 रु. अगले 6

वर्षों में 8 रु. हो जाएगा, और यह 8 रु. अगले 6 वर्षों में

16 रु. हो जाएगा।

इस प्रकार $6 + 6 + 6 + 6 = 24$ वर्षों में 1 रु., 16 रु. (16

गुना) हो जाता है। इसलिए 12,000 रु. इसी वार्षिक

ब्याज दर पर $12000 \times 16 = 192000$ रु. हो जाएगा।

इसको इस तरह समझें

$\therefore$ 12,000 रुपये 6 वर्ष में दो गुना अर्थात् 24000 हो जाता है।

$\therefore$ उसी चक्रवृद्धि ब्याज से 12,000 रु., 12 वर्ष में 48000 रु. हो जाएगा।

$\therefore$ उसी चक्रवृद्धि ब्याज से 12000 रु., 18 वर्ष में 96000 रु. हो जाएगा।

$\therefore$ उसी चक्रवृद्धि ब्याज से 12000 रु. 24 वर्षों में 1,92,000 रु. हो जाएगा।

अतः 12,000 रु. की धनराशि 24 वर्ष में 1,92,000 रु. हो जाएगी। $\Rightarrow$ उत्तर



हल 20. सूत्र विधि

$\therefore$ चक्रवृद्धि ब्याज एवं साधारण ब्याज की दर = 10% है

$\therefore$ चक्रवृद्धि ब्याज पर अर्द्धवार्षिक ब्याज की दर = $\frac{10}{2} =$

5% होगी।

माना मूल राशि x रु. थी।

∴ मूलराशि पर अर्द्धवार्षिक रूप से देय चक्रवृद्धि ब्याज =

$$\begin{aligned} \text{मूलधन} & \left[\left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^n - 1 \right] \\ & = x \left[\left(1 + \frac{5}{100} \right)^2 - 1 \right] \end{aligned}$$

[यहां समय = 2 अर्द्धवार्षिक होगा क्योंकि चक्रवृद्धि ब्याज की दर अर्द्धवार्षिक है]

$$\begin{aligned} & = x \left[\frac{21}{20} \times \frac{21}{20} - 1 \right] \\ & = x \left(\frac{441 - 400}{400} \right) \\ & = \frac{41x}{400} \text{ रु.} \end{aligned}$$

मूलराशि पर 1 वर्ष का साधारण ब्याज

$$\begin{aligned} & = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100} \\ & = \frac{x \times 10 \times 1}{100} \\ & = \frac{x}{10} \text{ रु.} \end{aligned}$$

प्रश्नानुसार,

चक्रवृद्धि ब्याज – साधारण ब्याज = 180 रु.

$$\frac{41x}{400} - \frac{x}{10} = 180$$

$$\frac{41x - 40x}{400} = 180$$

$$\frac{x}{400} = 180$$

$$x = 180 \times 400$$

$$x = 72000 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः मूलराशि 72,000 रुपये थी।



हल 21. सूत्र विधि

माना प्रत्येक किश्त की राशि x रु. है।

$$x \left[\frac{100}{110} + \left(\frac{100}{110} \right)^2 \right] = 5040$$

$$x \left(\frac{10}{11} + \frac{10}{11} \times \frac{10}{11} \right) = 5040$$

$$x \left(\frac{10}{11} + \frac{100}{121} \right) = 5040$$

$$x \left(\frac{110 + 100}{121} \right) = 5040$$

$$x \times \frac{210}{121} = 5040$$

$$x = 5040 \times \frac{121}{210}$$

$$x = 24 \times 121 = 2904 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः प्रत्येक किश्त की राशि 2904 रु. है।



हल 22. सूत्र विधि

माना प्रत्येक किश्त a रु. है

$$a \left[\frac{100}{100+r} + \left(\frac{100}{100+r} \right)^2 \right] = \text{मूलधन}$$

$$a \left[\frac{100}{100+4} + \left(\frac{100}{100+4} \right)^2 \right] = 2550$$

$$a \left[\frac{100}{104} + \left(\frac{100}{104} \right)^2 \right] = 2550$$

$$a \left(\frac{25}{26} + \frac{625}{676} \right) = 2550$$

$$a \left(\frac{650 + 625}{676} \right) = 2550$$

$$a = 2550 \times \frac{676}{1275}$$

$$a = 2 \times 676 = 1352 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः प्रत्येक किश्त की राशि 1352 रु. है।



हल 23. सूत्र विधि

$$\left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समयों का अंतर}} = \frac{\text{दूसरा चक्रवृद्धि ब्याज}}{\text{पहला चक्रवृद्धि ब्याज}}$$

$$\left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{3-1} = \frac{1587}{1200}$$

$$\left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^2 = \frac{529}{400}$$

$$\left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^2 = \left(\frac{23}{20}\right)^2$$

[दोनों पक्षों की घातें बराबर है इसलिए दोनों पक्षों के आधार बराबर होंगे]

$$1 + \frac{\text{दर}}{100} = \frac{23}{20}$$

$$\frac{\text{दर}}{100} = \frac{23}{20} - 1$$

$$\frac{\text{दर}}{100} = \frac{23-20}{20} = \frac{3}{20}$$

$$\text{दर} = \frac{3}{20} \times 100 = 3 \times 5$$

$$\text{दर} = 15\% \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः ब्याज की दर 15% है।



हल 24. सूत्र विधि

माना मूलधन P रु. है।

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}} - \text{मूलधन}$$

$$101.50 = P \left(1 + \frac{3}{100}\right)^2 - P$$

$$= P \times \frac{103}{100} \times \frac{103}{100} - P$$

$$= \frac{10609P - 10000P}{10000}$$

$$101.50 = \frac{609P}{10000}$$

$$P = 101.50 \times \frac{10000}{609} \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{इस प्रकार साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$= \frac{P \times 2 \times 3}{100}$$

$$= 101.50 \times \frac{10000}{609} \times \frac{2 \times 3}{100}$$

$$[\text{समीकरण (i) से } P = 101.50 \times \frac{10000}{609} \text{ रखने पर}]$$

$$= \frac{10150 \times 6}{609}$$

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{60900}{609} = 100$$

अतः साधारण ब्याज 100 रु. होगा। $\Rightarrow$ उत्तर



हल 25. सूत्र विधि

ज्ञात है, मिश्रधन = 4913 रु.

$$\text{दर} = 6\frac{1}{4}\% = \frac{25}{4}\%$$

तथा समय = 3 वर्ष

ज्ञात करना है- वर्तमान मूल्य अर्थात् मूलधन

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$4913 = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{25}{4 \times 100}\right)^3$$

$$4913 = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{1}{16}\right)^3$$

$$4913 = \text{मूलधन} \left(\frac{17}{16}\right)^3$$

$$\text{मूलधन} = 4913 \times \frac{16}{17} \times \frac{16}{17} \times \frac{16}{17}$$

$$\text{मूलधन} = 4096 \text{ रु.} \Rightarrow \text{उत्तर}$$

अतः वर्तमान मूल्य 4096 रु. है।

परीक्षा प्रश्न



प्रश्न 1. एक राशि जिसका ब्याज वार्षिक रूप से जोड़ा जाता है, 10% प्रतिवर्ष चक्रवृद्धि ब्याज पर 2 वर्षों में रु. 12,100 हो जाएगी। वह राशि है-

- (a) रु. 8,000 (b) रु. 6,000
(c) रु. 12,000 (d) रु. 10,000

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$\frac{12100}{\text{मूलधन}} = \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2$$

$$\frac{12100}{\text{मूलधन}} = \left(\frac{11}{10}\right)^2$$

$$\therefore \text{मूलधन} = 12100 \times \frac{10}{11} \times \frac{10}{11} \Rightarrow 10000 \text{ रु.}$$



भिन्न के नियम से

गणना के अंक-100 एवं 110

मूलधन निकालना है, इसलिए मिश्रधन में $\frac{100}{110}$ से 2 बार

गुणा करेंगे क्योंकि मूलधन, मिश्रधन से कम है-

$$\therefore \text{मूलधन} = 12100 \times \frac{100}{110} \times \frac{100}{110} = 10000 \text{ रु.}$$



प्रश्न 2. यदि कोई धनराशि वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज के आधार पर 3 वर्षों का चक्रवृद्धि ब्याज जोड़कर $3\frac{3}{8}$ गुनी हो जाए, तो ब्याज की वार्षिक दर कितनी है?

- (a) 25% (b) 50%

(c) $16\frac{2}{3}\%$

(d) $33\frac{1}{3}\%$

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2013

उत्तर—(b)



सूत्र विधि

माना मूलधन = P

$$\therefore \text{मिश्रधन} = 3\frac{3}{8}P \Rightarrow \frac{27}{8}P$$

तथा दिया है $t = 3$ वर्ष

$$\therefore \text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3$$

$$\frac{27}{8}P = P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3 \text{ या } \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3$$

$$\therefore 1 + \frac{r}{100} = \frac{3}{2} \text{ या } \frac{r}{100} = \frac{3}{2} - 1$$

$$\frac{r}{100} = \frac{1}{2}$$

$$r = 100 \times \frac{1}{2} \Rightarrow 50\%$$



सूक्ष्म विधि

$$\frac{27}{8} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$$

प्रत्येक वर्ष धनराशि $\frac{3}{2}$ गुनी यानी $1\frac{1}{2}$ गुनी हो जाती है।

प्रत्येक 1 रु. $\frac{1}{2}$ रु. या 100 रु. पर 50 रु. ब्याज है।

स्पष्ट है कि ब्याज = 50%



प्रश्न 3. कुछ धनराशि वार्षिक चक्रवृद्धि की दर से 5% चक्रवृद्धि ब्याज देकर प्रति रु. 17,640 की दो वार्षिक किश्तों में चुकाई जाती है। उधार ली गई राशि कितनी थी?

- (a) रु. 32,000 (b) रु. 32,200

(c) रु.32,400

(d) रु.32,800

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2015

उत्तर—(d)



सूत्र विधि

उधार लिया गया धन = (1 वर्ष बाद देय 17640 रु. का वर्तमान मूल्य) + (2 वर्ष बाद देय 17640 रु. का वर्तमान मूल्य)

$$= \frac{17640}{\left(1 + \frac{5}{100}\right)} + \frac{17640}{\left(1 + \frac{5}{100}\right)^2}$$

$$= 17640 \times \frac{100}{105} + 17640 \times \frac{100}{105} \times \frac{100}{105}$$

$$= 17640 \times \frac{20}{21} + 17640 \times \frac{20}{21} \times \frac{20}{21}$$

$$= 17640 \times \frac{20}{21} \left[1 + \frac{20}{21}\right]$$

$$= 17640 \times \frac{20}{21} \times \frac{41}{21} \Rightarrow 32800$$



प्रश्न 4. रुपये 5,040, 10% वार्षिक संयोजित चक्रवृद्धि ब्याज पर उधार लिए गए। उन्हें दो वर्षों में दो बराबर वार्षिक किश्तों में वापस कर दिया गया। तदनुसार, प्रत्येक किश्त की राशि कितनी थी?

(a) रुपये 5,040

(b) रुपये 3,102

(c) रुपये 2,904

(d) रुपये 2,820

S.S.C. मल्टी टॉकिंग परीक्षा, 2011

उत्तर—(c)



सूत्र विधि

माना प्रत्येक किश्त की राशि x है

∴ प्रश्नानुसार

$$\frac{x}{\left(1 + \frac{10}{100}\right)} + \frac{x}{\left(1 + \frac{10}{100}\right)^2} = 5040$$

$$\frac{x}{\frac{11}{10}} + \frac{x}{\left(\frac{11}{10}\right)^2} = 5040$$

$$\frac{10x}{11} + \frac{100x}{121} = 5040$$

$$\frac{110x + 100x}{121} = 5040$$

$$210x = 5040 \times 121$$

$$x = \frac{5040 \times 121}{210} = 2904$$



प्रश्न 5. यदि कोई धन चक्रवृद्धि ब्याज की एक निश्चित दर

से 2 वर्ष में $2\frac{1}{4}$ गुना हो जाता है, तो ब्याज की दर क्या

होगी?

(a) 25%

(b) 40%

(c) 50%

(d) 60%

R.R.B. भोपाल (T.C./C.C./J.C.) 'मुख्य' परीक्षा, 2012

उत्तर—(c)



सूत्र विधि

माना मूलधन x है।

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \frac{9x}{4}$$

$$\therefore \text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$\frac{9x}{4} = x \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^2$$

$$\frac{9}{4} = \left(\frac{100 + \text{दर}}{100}\right)^2$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{100 + \text{दर}}{100}\right)^2$$

$$\frac{3}{2} = \frac{100 + \text{दर}}{100}$$

$$300 = 200 + 2 \times \text{दर}$$

$$\text{दर} = \frac{300-200}{2} = \frac{100}{2} \Rightarrow 50\%$$



सामान्य समझ पर

$$2 \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

2 वर्ष का अर्थ है $\frac{9}{4}$ का वर्गमूल

$$\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \text{ यानी } 150\%$$

स्पष्ट है ब्याज की दर 50% है।



प्रश्न 6. 8000 रुपये का कुल ब्याज तथा साधारण ब्याज का अंतर 3 वर्षों में 5 प्रतिशत की दर से कितना है?

- (a) 61 रु. (b) 50 रु.
(c) 60 रु. (d) 600 रु.

U.P.P.C.S. (Pre) 2015

R.R.B. पटना (T.C./C.C./J.C.) 'मुख्य' परीक्षा, 2012

उत्तर—(a)



हल : परंपरागत विधि

8000 रु. का 5% की दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज

$$= \left[8000 \times \left(1 + \frac{5}{100} \right)^3 - 8000 \right]$$

$$= 8000 \left[\left(\frac{105}{100} \right)^3 - 1 \right]$$

$$= 8000 \left[\frac{21 \times 21 \times 21}{20 \times 20 \times 20} - 1 \right]$$

$$= 8000 \left[\frac{9261 - 8000}{8000} \right]$$

$$= 8000 \times \frac{1261}{8000} \Rightarrow 1261 \text{ रु.}$$

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{8000 \times 5 \times 3}{100} \Rightarrow 1200 \text{ रु.}$$

$$\text{अंतर} = 1261 - 1200 \Rightarrow 61 \text{ रु.}$$



सूत्र विधि

$$\text{मूलधन} = \frac{\text{अंतर} \times (100)^3}{(\text{दर})^2 (300 + \text{दर})}$$

$$8000 = \frac{\text{अंतर} \times (100)^3}{(5)^2 (300 + 5)}$$

$$\therefore \text{अंतर} = \frac{8000 \times 25 \times 305}{100 \times 100 \times 100} \Rightarrow 61 \text{ रु.}$$



सामान्य समझ पर

माना मूलधन = 100 रु.

	प्रथम वर्ष	द्वितीय वर्ष	तृतीय वर्ष	प्राप्त ब्याज
सा. ब्याज →	5	5	5	↓ = 15 रु.
च. ब्याज →	5 रु.	5.25 रु.	5.5125 रु.	↓ = 15.7625 रु.

च. ब्याज एवं सा. ब्याज का अंतर = 0.7625 रु.

∴ चूंकि मूलधन 100 रु. है तो दोनों ब्याजों का अंतर = 0.7625 रु.

∴ मूलधन 8000 रु. होगा तो दोनों ब्याजों का अंतर

$$= \frac{0.7625}{100} \times 8000 \Rightarrow 61 \text{ रु.}$$



प्रश्न 7. किसी धन पर 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज 249.60 रु. तथा साधारण ब्याज 240 रु. है, धन तथा दर प्रतिशत ज्ञात कीजिए—

- (a) 1500 रु. 8% (b) 200 रु. 6%
(c) 1600 रु. 8% (d) 1900 रु. 8%

R.R.B. कोलकाता (A.S.M.) परीक्षा, 2008

उत्तर—(a)



हल : परंपरागत विधि

माना अभीष्ट धन x रु. तथा प्रतिशत दर r% हो, तो प्रश्नानुसार

$$249.60 = \left[x \left(1 + \frac{r}{100} \right)^2 \right] - x \quad \dots (i)$$

$$240 = \frac{x \times 2 \times r}{100} \dots \dots \dots (ii)$$

समी. (ii) से

$$x = \frac{240 \times 100}{2 \times r}$$

x का मान समी. (i) में रखने पर

$$249.60 = \frac{240 \times 100}{2r} \left[\frac{(100+r)^2 - (100)^2}{100 \times 100} \right]$$

$$24960 \times r = 120[(100)^2 + r^2 + 200r - (100)^2]$$

$$208r = r^2 + 200r$$

$$r^2 - 8r = 0$$

$$r^2 = 8r$$

$$\therefore r = 8\%$$

$$\text{अतः अभीष्ट धन} = \frac{240 \times 100}{2 \times 8} \Rightarrow 1500 \text{ रु.}$$



सामान्य समझ पर

2 वर्ष का साधारण ब्याज = 240 रु. है।

$\therefore$ 1 वर्ष का साधारण ब्याज = 120 रु. होगा।

स्पष्ट है कि इसी 120 रु. पर 1 वर्ष का ब्याज लगा है इसी कारण चक्रवृद्धि ब्याज 249.60 रु. हो जाता है यानी $249.60 - 240 = 9.60$ रु. अधिका।

$\therefore$ 120 रु. पर 1 वर्ष का ब्याज = 9.60 रु. है।

$\therefore$ 100 रु. पर 1 वर्ष का ब्याज = $\frac{9.60}{120} \times 100 = 8$ रु.

यही वार्षिक दर अर्थात् 8% होगी।

$$\therefore \text{मूलधन} = \frac{\text{साधारण ब्याज} \times 100}{\text{दर} \times \text{समय}}$$

$$= \frac{240 \times 100}{8 \times 2} \Rightarrow 1500 \text{ रु.}$$



प्रश्न 8. चक्रवृद्धि ब्याज पर रखी हुई एक धनराशि 4 वर्षों में स्वतः दोगुनी हो जाती है। उसी ब्याज पर यह कितने वर्षों में स्वयं की 8 गुनी हो जाएगी?

- (a) 8 वर्ष (b) 12 वर्ष
(c) 16 वर्ष (d) 24 वर्ष

R.R.B. कोलकाता (Asst. Driver) परीक्षा, 2002

उत्तर—(b)



हल : परंपरागत विधि

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$$

पहली स्थिति में-

$$2P = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^4$$

$$2 = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^4 \dots \dots \dots (i)$$

दूसरी स्थिति में-

$$8P = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$$

$$8 = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$$

$$2^3 = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$$

2 का मान समीकरण (i) में रखने पर

$$\left[\left(1 + \frac{r}{100} \right)^4 \right]^3 = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$$

$$\left(1 + \frac{r}{100} \right)^{12} = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$$

$$n = 12 \text{ वर्ष}$$



सामान्य समझ पर

1 रु. 4 वर्षों में 2 रु. हो जाएगा। यह 2 रु. अगले 4 वर्षों में

4 रु. हो जाएगा और यह 4 रु. अगले 4 वर्षों में 8 रु. हो जाएगा। इस प्रकार 1 रु. का 8 रु. (8 गुना) होने में लगा कुल समय = $4 + 4 + 4 \Rightarrow 12$ वर्ष



प्रश्न 9. यदि 1200 रु. दो वर्षों में चक्रवृद्धि ब्याज पर 1323 रु. हो जाते हैं, तो 1600 रु. उसी दर पर 3 वर्षों में कितने हो जाएंगे?

- (a) 1850 रु. (b) 1850.50 रु.
(c) 1852.20 रु. (d) 1752.20 रु.

R.R.B. सिकंदराबाद (A.S.M.) परीक्षा, 20 01

उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

$$1323 = 1200 \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^2$$

$$\left(\frac{21}{20}\right)^2 = \left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^2$$

$$\therefore \text{दर} = 5\%$$

$$\therefore 1600 \text{ रु. का चक्रवृद्धि मिश्रधन} = 1600 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3$$

$$= 1600 \left(\frac{21}{20}\right)^3 \Rightarrow 1852.20 \text{ रुपये}$$



प्रश्न 10. किसी निश्चित धन पर 2 वर्ष में चक्रवृद्धि ब्याज 41 रुपये तथा साधारण ब्याज 40 रुपये हैं। ब्याज की दर कितना प्रतिशत होगा?

- (a) 5% (b) 6%
(c) 8% (d) 4%

R.R.B. जम्मू (A.S.M.) परीक्षा, 2005

R.R.C. हुबली (ग्रुप-D) परीक्षा, 2014

उत्तर—(a)



हल : सामान्य समझ पर

दो वर्ष का साधारण ब्याज = 40 रु.

$\therefore$ 1 वर्ष का साधारण ब्याज = 20 रु. होगा।

स्पष्ट है इसी 20 रु. पर 1 वर्ष का ब्याज लगा है इसी कारण चक्रवृद्धि ब्याज 41 रु. हो जाता है। यानी $41 - 40 = 1$ रु. अधिक

$\therefore$ 20 रु. पर 1 वर्ष का ब्याज = 1 रु.

$$\therefore 100 \text{ रु. पर 1 वर्ष का ब्याज} = \frac{100}{20} \times 1 = 5 \text{ रु.}$$

यही अभीष्ट ब्याज की दर है।



प्रश्न 11. n वर्षों के बाद 5% प्रतिवर्ष चक्रवृद्धि ब्याज की दर से राशि एवं मूलधन का अनुपात क्या होगा?

- (a) $(22)^n : (21)^n$
(b) $(20)^n : (21)^n$
(c) $(21)^n : (20)^n$
(d) इनमें से कोई नहीं

R.R.B. कोलकाता (T.A.) परीक्षा, 2008

उत्तर—(c)



सूत्र विधि

माना n वर्षों बाद 5% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से प्राप्त राशि = A रुपये तथा मूलधन = P रुपये

$$\text{तब } A = P \left(1 + \frac{5}{100}\right)^n = P \left(\frac{105}{100}\right)^n \Rightarrow P \left(\frac{21}{20}\right)^n$$

$$\therefore \frac{A}{P} = \left(\frac{21}{20}\right)^n$$

$$\therefore A : P = (21)^n : (20)^n$$



प्रश्न 12. 3 वर्ष बाद, 5 प्रतिशत प्रति वार्षिक की दर से 7800 रु. की राशि पर कितना चक्रवृद्धि ब्याज प्राप्त होता है?

- (a) 1248.750 रु.
(b) 1287.68 रु.
(c) 1229.475 रु.
(d) 1235.685 रु.

R.R.B. गोरखपुर (E.S.M.) परीक्षा, 2009

R.R.B. भुवनेश्वर (ग्रुप-D) परीक्षा, 2007

उत्तर—(c)



हल : परंपरागत विधि

$n = 3$ वर्ष, $r = 5\%$, $P = 7800$

$$\begin{aligned}\text{चक्रवृद्धि ब्याज} &= P \left[\left(1 + \frac{r}{100} \right)^n - 1 \right] \\ &= 7800 \left[\left(1 + \frac{5}{100} \right)^3 - 1 \right] \\ &= 7800 \left[\frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} - 1 \right] \\ &= 7800 \left[\frac{9261 - 8000}{8000} \right] \\ &= 7800 \left[\frac{1261}{8000} \right] \\ &= 7800 \times \frac{1261}{8000} \Rightarrow 1229.475 \text{ रुपये}\end{aligned}$$



भिन्न के नियम से

गणना के अंक होंगे-100 एवं 105

$$\begin{aligned}\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} &= 7800 \times \frac{105}{100} \times \frac{105}{100} \times \frac{105}{100} \\ &= 9026.475 \text{ रु.}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{चक्रवृद्धि ब्याज} = 9026.475 - 7800 = 1229.475 \text{ रु.}$$



प्रश्न 13. यदि एक धनराशि का चक्रवृद्धि ब्याज 12.5% दर से 2 वर्षों बाद 3,400 रु. होता है, तो उसका सरल ब्याज कितना होगा?

- (a) 3,000 रु. (b) 3,100 रु.
(c) 2,900 रु. (d) 3,200 रु.

R.R.C. दिल्ली (ग्रुप-D) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)



हल : परंपरागत विधि

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मूलधन} \left[\left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{\text{समय}} - 1 \right]$$

$$3400 = \text{मूलधन} \left[\left(1 + \frac{12.5}{100} \right)^2 - 1 \right]$$

$$3400 = \text{मूलधन} \left[\left(\frac{9}{8} \right)^2 - 1 \right]$$

$$\text{मूलधन} = 3400 \times \frac{64}{(81-64)}$$

$$= 3400 \times \frac{64}{17} \Rightarrow 12800 \text{ रु.}$$

$\therefore$ 12800 रुपये का 2 वर्षों का 12.5% की दर से

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{12800 \times 2 \times 12.5}{100}$$

$$= \frac{12800}{4} \Rightarrow 3200 \text{ रुपये}$$



प्रश्न 14. 12,000 रुपये की धनराशि चक्रवृद्धि ब्याज पर जमा करने पर 5 वर्ष में दोगुनी हो जाती है। तदनुसार यह राशि 20 वर्षों बाद हो जायेगी।

- (a) रु. 48,000
(b) रु. 1,92,000
(c) रु. 96,000
(d) रु. 1,96,000
(e) इनमें से कोई नहीं

Chhattisgarh P.C.S. (Pre) 2013

उत्तर—(b)



हल : परंपरागत विधि

$\therefore$ ब्याज चक्रवृद्धि है

$$\therefore \text{सूत्र } A = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n \text{ से}$$

यहां समय $n = 5$ वर्ष पर $P = 12000$ रु.

तो $A = 24000$ रु. तथा दर $= r\%$

$\therefore$ सूत्र से

$$24000 = 12000 \left(1 + \frac{r}{100} \right)^5$$

$$\therefore 2 = \left(\frac{100+r}{100} \right)^5 \dots\dots(i)$$

यदि समय $n = 20$ वर्ष तो माना मिश्रधन $A = x$ रुपये हो जायेगा अतः पुनः सूत्र से

$$x = 12000 \left(1 + \frac{r}{100} \right)^{20}$$

$$x = 12000 \left(1 + \frac{r}{100} \right)^{20}$$

$$\frac{x}{12000} = \left[\left(\frac{100+r}{100} \right)^5 \right]^4$$

$$\frac{x}{12000} = (2)^4 \text{ समी (i) से}$$

$$\therefore \frac{x}{12000} = 16$$

$$\therefore x = 16 \times 12000$$

$$= 1,92,000 \text{ रुपये}$$



सामान्य समझ पर

1 रु. 5 वर्ष में 2 रु. हो जाता है

2 रु. 5 वर्ष में 4 रु. हो जाएगा

4 रु. 5 वर्ष में 8 रु. हो जाएगा

तथा 8 रु. 5 वर्ष में 16 रु. हो जाएगा

यानी 20 वर्ष में 1 रु., 16 रु. (16 गुना) हो जाता है

$$\therefore 12000 \text{ रु. 20 वर्ष में होगा} = 12000 \times 16$$

$$= 192000 \text{ रु.}$$



प्रश्न 15. कोई धन चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्ष में 672 रु. तथा 3 वर्ष में 714 रु. हो जाता है। तो ब्याज की दर प्रति वर्ष होगी-

(a) 6.25%

(b) 6.75%

(c) 6.0%

(d) 5.5%

U.P.R.C.S. (Mains) 2007

उत्तर—(a)



हल : सामान्य समझ पर

तीसरे वर्ष के लिए ब्याज = $714 - 672 = 42$ रु.

तथा तीसरे वर्ष के लिए मूलधन = 672 रु.

$$\therefore 42 = \frac{P \times T \times R}{100} = \frac{672 \times 1 \times R}{100}$$

$$42 \times 100 = 672 \times R$$

$$\therefore R = \frac{42 \times 100}{672} = 6.25\%$$



प्रश्न 16. एक बैंक जमा राशि पर प्रथम वर्ष के लिए 5% दूसरे वर्ष के लिए 6% और तीसरे वर्ष के लिए 10% की दर पर चक्रवृद्धि ब्याज देता है। यदि जमा राशि तीसरे वर्ष के अंत में रु. 12243 हो, तो प्रारंभिक जमा (मूल) राशि कितनी थी?

(a) रु. 11,500

(b) रु. 10,000

(c) रु. 10,500

(d) रु. 11,000

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2014

उत्तर—(b)



हल : परंपरागत विधि

माना प्रारंभिक जमा (मूल) राशि x रुपये है।

अब प्रश्न से-

$$x \times \left(1 + \frac{5}{100} \right) \times \left(1 + \frac{6}{100} \right) \times \left(1 + \frac{10}{100} \right) = 12243$$

$$x \times \frac{105}{100} \times \frac{106}{100} \times \frac{110}{100} = 12243$$

$$x \times \frac{21}{20} \times \frac{53}{50} \times \frac{11}{10} = 12243$$

$$x \times \frac{12243}{10000} = 12243$$

$$x = 12243 \times \frac{10000}{12243}$$

$$= 10000 \text{ रुपये}$$