COLLEGE SAINT JEAN BAPTISTE DE BANGANGTE

Évaluation de la Troisième séquence

Classe :	**TERMINALE D_1&D_2**	**Durée :**	3 heures	**Année scolaire :**	2019/2020
Épreuve :	**MATHÉMATIQUES**	**Coef. :**	4	**Par**	DJOUTSOP Emile

Exercice 01 (05,5 points)

1. Déterminer les racines carrées du nombre complexe $-8 + 6i$. *0,75pt*

On considère le polynôme *P* défini par : $P(z) = z^3 - (5 + i)z^2 + (10 + 6i)z - 8 - 16i$

2. Montrer que P admet une racine imaginaire pure. *0,5pt*
3. Déterminer les nombres complexes a et b tels que : $P(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b)$. *0,5pt*
4. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $P(z) = 0$ *0,75pt*
5. Soient trois points du plan A, B *et* C d'affixes respectives : $z_A = 3 + i$; $z_B = 2i$ *et* $z_C = 2 - 2i$.
   a) Placer les points A, B *et* C sachant que le plan est rapporté au repère orthonormé $(0, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$. *0,75pt*
   b) Calculer : $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ et les distances AB *et* AC *0,75pt*
   c) En déduire la nature exacte du triangle ABC. *0,25pt*
6. Déterminer l'affixe du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme et placer D sur la figure précédente. *0,75pt*
7. On note R la rotation de centre A telle que $R(B) = C$. Déterminer l'angle de R et donner l'écriture complexe de R. *0,5pt*

Exercice 02 (06,5 points)

1. On considère les intégrales $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} cos^2 x dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} sin^2 x dx$.
   a) Calculer $I + J$. *0,5pt*
   b) Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = \frac{1}{4} e^{2x}(cos2x + sin2x)$. Calculer la dérivée f' de f. *0,5pt*
   c) Calculer $I - J$ et en deduire I et J. *1,5pt*
2. On donne dans $\mathbb{R}$ l'equation suivante: (E): $\ln(\sqrt{2x-3}) = \ln(6 - x) - \frac{1}{2} lnx$.
   a) Déterminer les contraintes de l'équation (E). *0,5pt*
   b) Résoudre (E). *0,5pt*
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E') : $3e^{2x+1} + e^{x+1} = e^{1+ln2}$ *0,5pt*
4. F et f sont deux fonctions dérivables sur IR et définies par : $F(x) = \left(ax^2 + bx + c\right)e^{-x}$ et $f(x) = \left(-x^2 + 2x - 1\right)e^{-x}$. Déterminer les nombres réels a, b et c pour que la fonction F soit une primitive de f sur IR. *1 pt*

t.me/KamerHighSchool

5. Soit la fonction f définie sur $I=]-\infty;0]$ *par* $f(x)=\dfrac{8x^2-10x+6}{(1-2x)^2}$. Vérifier que

$f(x)=2+\dfrac{1}{1-2x}+\dfrac{4}{(1-2x)^2}$. Puis déterminer la primitive de f sur I qui s'annule en 0. *1,5 pt*

PROBLEME : (08 points)

Le est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.(unité graphique :1cm). (C_f) est la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x)=(x+1)(e^{-2x}+1)$.

1- Soit g la fonction numérique définie par $g(x)=e^{2x}-2x-1$. Etudier le sens de variations de g et en déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. 1,5 pt

2- a) Montrer que pour tout réel x, $f'(x)=e^{-2x}g(x)$. 0,5 pt

. b) En déduire le sens de variation de f, puis dresser son tableau de variation. 0,75 pt

3- a) Déterminer la limite en $-\infty$ de $\dfrac{f(x)}{x}$ et donner une interprétation graphique de ce résultat. 0,5 pt

b). Démontrer que la droite d'équation $(D): y=x+1$ est asymptote à la courbe (C_f).0,5 pt

a) Etudier les positions relatives de (C_f) et (D). 0,5 pt

4- Construire (C_f) et (D) . 0,5 pt

5- On désigne par h la restriction de f à l'intervalle $]-\infty;0[$.

a) Justifier que h est une bijection de $]-\infty;0[$ sur un intervalle que l'on précisera. 0,5 pt

b) Dresser le tableau de variation de la bijection réciproque h^{-1} de h, puis tracer sa courbe représentative dans le même repère que (C_f). 1 pt

6- On pose pour tout réel $\alpha\geq -1$, $I_\alpha=\int_{-1}^{\alpha}(x+1)e^{-2x}dx$. A l'aide d'une intégration par parties déterminer I_α en fonction de α. 0,75 pt

7- Soit D_α le domaine du plan délimité par la courbe (C_f), la droite (D) et les droites d'équations $x=-1\ et\ x=\alpha$.

a) Déduire de la question 6) l'aire notée A_α du domaine D_α. 0,5 pt

b) Déterminer la limite de A_α lorsque α tend vers $+\infty$. 0,5 pt

t.me/KamerHighSchool