| COLLEGE PASCAL TOHOUA KAMGA | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **EPREUVE** | **Devoir Surveillé** | **COEFFICIENT** | **CLASSE** | **DUREE** | **A/S** |
| **MATHS** | **N° 1** | **05** | **Tle C** | **02H00** | **2019/2020** |

**Proposé Par : Mbei Emmanuel 1er « le Peintre »**

## EPREUVE DE MATHEMATIQUES

**L'épreuve comporte 5 exercices sur 2 pages. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.**

### EXERCICE 1 : 3,5pts

1) **Démontrer en utilisant un raisonnement par récurrence sur n que**
   a) **Pour n éléments de $\mathbb{N}^*$ $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ 0,5pt**
   b) **En déduire que $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left[\frac{n(n+1)}{4}\right]^2 = (1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + n)^2$ 1pt**
   c) **Evaluer la somme $C = 1^3 + 2^3 + \ldots\ldots + 49^3$. Quelle est la somme des cubes des 50 premiers nombres entiers naturels. 0,75pt**
2) **On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{2}{3}\}$ par $f(x) = \frac{1}{3x+2}$**
   a) **Déterminer f'(x) 0,25pt**
   b) **Démontrer par récurrence que la dérivée n^ième de f est $f^n(x) = \frac{3^n(-1)^n\, n!}{(3x+2)^{n+1}}$ 1pt**

### EXERCICE 2 : 4pts

**On considère une suite $(U_n)$, définie sur N dont aucun terme n'est nul. On définit alors la suite $(V_n)$ sur N par $V_n = \frac{-2}{U_n}$.**

**Pour chaque proposition, indiquer si elle est vraie ou fausse et proposer une démonstration pour la réponse indiquée. Dans le cas d'une proposition fausse, la démonstration consistera à fournir un contre exemple. Une réponse non démontrer ne rapporte aucun point.**

1. **Si $(U_n)$ est convergente, alors (Vn) est convergente. 1pt**
2. **Si $(U_n)$ est minorée par 2, alors (Vn) est minorée par -1. 1pt**
3. **Si $(U_n)$ est décroissante, alors $(V_n)$ est croissante. 1pt**
4. **Si $(U_n)$ est divergente, alors $(V_n)$ converge vers zéro. 1pt**

### EXERCICE 3 : 4pts

**L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points $A\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}; B\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}; C\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}$ et $D\begin{pmatrix}-1\\0\\4\end{pmatrix}$.**

t.me/KamerHighSchool

**1) a) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$. 0,75pt**

**b) Montrer que les points A, B, C et D sont non coplanaires. 0,75pt**

**c) calculer le volume du tétraèdre ABCD. 0,75pt**

**2) Soit (S) l'ensemble des points M de l'espace tels que $MA^2 + MB^2 = 29$.**

**a) Vérifier que les points B et C appartiennent à (S). 0,5pt**

**b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (S). 0,75pt**

**c) Ecrire l'équation cartésienne de (S). 0,5pt**

## EXERCICE 4 ; 3,5pts

**Pour tout entier naturel n, on considère l'entier naturel $A_n = 2^n + 2^{2n} + 2^{3n}$.**

**1) Déterminer le reste de la division de $2^n$ par 7. 0,75pt**

**2) En déduire l'ensemble des entiers naturels n tels que $A_n$ soit divisible par 7. 0,5pt**

**3) Soit les nombres suivants dont l'écriture est donnée en base deux : A= $\overline{1110}$ ; $B = \overline{1010100}$ et $C = \overline{1001001000}$**

**a) Ces nombres sont-ils divisibles par 7 ? 0,75pt**

**b) Calculer dans le système binaire : B + A ; B –A ; B×A. 0,5pt× 3 = 1,5pt**

## EXERCICE 5 ; 5pts

**On considère dans l'ensemble Q des nombres rationnels l'équation $(E_n) : x^2 – 48x - 2^{n-2} = 0$ où n est nombre entier naturel et x un nombre rationnel inconnu.**

**1) Démontrer que $(E_n)$ admet deux solutions rationnelles si $2^n + 48^2$ est un carré parfait. 1pt**

**2) Soit k l'entier naturel tel que : $2^n + 48^2 = k^2$.**

**a) Démontrer l'existence de deux nombres entiers naturels p et q tels que : $k-48= 2^q$ ; $k+48=2^p$ ; $p + q = n$ ; et $96 = 2^q(2^{p-q} – 1)$. 1,5pt**

**b) Décomposer 96 en produit des facteurs premiers et en déduire les valeurs de p, q et n. 1,5pt**

**3) Résoudre $(E_n)$ pour la valeur de n ainsi trouvée. 1pt**

**« Le génie est fait d'un dixième d'inspiration et de neuf dixièmes de transpiration » Edison**