Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun
Collège polyvalent de Bepanda
Enseignant : chemegni guy M.

Examen : Baccalauréat blanc
session Mars 2019
Série : C
Epreuve : Mathématiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

L'épreuve comporte deux exercices et un problème. Les pages sont numérotées de 1 à 2. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

Exercice 1 : 3points

1) Démontrer par récurrence que pour tout entier n , non nul
$$\prod_{i=1}^{n}(2i-1)=\frac{(2n)!}{2^n\, n!}$$ ***1pt***

2) a) Montrer que pour tout entier relatif a,b,q ; $PGCD(a,b)=PGCD(b,a-bq)$. ***1pt***

b) Montrer que pour tout entier relatif n, $PGCD(5n^3-n,n+2)=PGCD(n+2,38)$. ***0,75pt***

c) En déduire les entiers relatifs n pour lesquelles $PGCD(5n^3-n,n+2)=19$. ***0,25pt***

Exercice 2 : 3,5points

On considère le repère orthonormal $(O;\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$ où $\vec{e}_3=\vec{e}_1\wedge\vec{e}_2$. On considère les points $E(-3,-1,0)$; $F(-1,-2,0)$; $G(-3,-2,-1)$ et $K(0,0,-m)$ où m désigne un réel négatif non nul. On a ainsi un tétraèdre $EFGK$.

1) On pose $\vec{n}=\overrightarrow{EF}\wedge\overrightarrow{EG}$.

a) Calculer les coordonnées de $\vec{n}$. ***0,75pt***

b) En déduire l'aire du triangle (EFG). ***0,5pt***

2) Déterminer une équation cartésienne du plan (EFG). ***0,75pt***

3) Soit H le projeté orthogonal du point K sur le plan (EFG).

a) On pose $\overrightarrow{KH}=\alpha\vec{n}$. Calculer α en fonction de m. ***0,5pt***

b) Montrer que le volume du tétraèdre $EFGK$ est $V_m=\frac{2m+5}{6}$. ***0,5pt***

(On rappelle que le volume d'un tétraèdre est égale à au produit du sixième de la base par la hauteur).

Exercice 3 : 4,5points

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$. r est la rotation de centre Ω d'affixe $1+i$ (i est un nombre complexe tel que $i^2=-1$) et d'angle $\theta=\frac{\pi}{3}$. h est l'homothétie de centre Ω et de rapport $k=2$. (ξ) est l'ellipse d'équation cartésienne $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$. Soit M le point d'affixe $z=x+iy$ et le point M' d'affixe $z'=x'+iy'$.

1. a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $f=h\circ r$. ***0,75pt***

b) On pose $M'=f(M)$.

- Donner une écriture complexe de f. ***1pt***
- En déduire une expression analytique de f. ***0,5pt***

2. a) Donner les éléments caractéristiques de (ξ). ***0,5pt***

b) Déterminer l'image (ξ') de (ξ) par f. ***0,5pt***

c) Tracer (ξ') et (ξ) dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$. ***0,5pt***

3) Soit φ l'endomorphisme associée à f.

a) Ecrire une expression analytique de φ. ***0,5pt***

b) Calculer $\varphi(\vec{i})$, $\varphi(\vec{j})$ puis en déduire la matrice de φ dans la base $(\vec{i},\vec{j})$. ***1pt***

Problème : 9points

Partie A : 2points

Soit t un nombre réel appartenant à $[0,1]$. On désigne par n ,un entier naturel non nul. On désigne par $g_n(x)=x^2(\ln x)^n$. On note par (Γ_n) la courbe représentative de g_n dans un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.



1. On pose $J_n(t)=\int_t^1 g_n(x)\,dx$ et $I_n=\int_0^1 g_n(t)\,dt$.

Prouver que J_n existe. ***0,25pt***

2. Montrer que la fonction $t\mapsto I_n-J_n(t)$ est une primitive sur $[0,1]$ de la fonction g_n qui s'annule pour $t=0$. ***1pt***

3. En déduire que $J_n(t)$ admet pour limite I_n lorsque t tend vers 0. ***0,75pt***

Partie B : 2,5points

On considère la fonction numérique G définie sur $[0,1]$par :

$G(x)=\frac{x^3}{3}\ln x-\frac{x^3}{9}$ pour $0<x\le 1$ et $G(0)=0$.

1. Prouver que G est dérivable sur $[0,1]$ et calculer $G'(x)$ pour $x\in[0,1]$. ***0,75pt***
2. Prouver que G est dérivable en 0 et préciser $G'(0)$. ***0,75pt***
3. En déduire que G est une primitive de g_1 sur $[0,1]$. Calculer I_1. ***1pt***

Partie C : 3points

Soit β_n la fonction définie sur $[0,1]$ par $\beta_n(t)=\frac{1}{3}t^3(\ln t)^n$.

1. Déterminer la limite de $\beta_n(t)$ lorsque t tend vers 0. ***0,5pt***

2. A l'aide d'une intégration par parties prouver que, pour tout élément t de $]0,1]$;

$$J_{n+1}(t)=\beta_{n+1}(t)-\frac{n+1}{3}J_n(t).$$ ***0,5pt***

3. En déduire que $I_{n+1}=-\frac{n+1}{3}I_n$. ***0,5pt***

4. Prouver par récurrence sur l'entier naturel non nul n, que $I_n=(-1)^n\frac{n!}{3^{n+1}}$. ***1pt***

5. Calculer en fonction de n l'aire (exprimée en unités d'aire) de la partie du plan limitée par la courbe (Γ_n) et l'axe des abscisses. ***0,5pt***

Partie D : **1,5points**

On lance deux fois de suite un dé pipé dont les faces sont numérotées de 1à 6. On note par (a,b) le couple des numéros obtenus lors du premier et du deuxième lancer. On considère le plan (P) d'équation cartésienne $ax+by+2z-1=0$. Soit (Q) le plan d'équation cartésienne $x+y+z+2=0$.

1) Calculer la probabilité pour que (P) et (Q) soient parallèles. ***0,75pt***

2) Calculer la probabilité pour que le point A(1,1,-1) appartienne au plan (P). ***0,75pt***

t.me/KamerHighSchool